



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

x_0 - первый член прогрессии

$$x_7 = x_0 \cdot 6^6 = \sqrt[7]{13x - 35}$$

$$x_{13} + k_0 \cdot 6^{12} = 5 - x$$

$$x_{15} = k_0 \cdot 6^{14} = \sqrt[15]{13x - 35}(x+1)$$

$$\text{таким } x > \frac{35}{13}$$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2 \quad ; (x+1) = 6^4$$

$$x_{13} = \frac{x_{15}}{6^2} = \frac{x_{15}}{\sqrt[13]{x+1}} = \sqrt[13]{13x - 35} = 5 - x$$

$$\sqrt{13x - 35} = 25 - 10x + x^2$$

$$x \leq 5$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x \leq 5$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{23 \pm 17}{2}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = 3$$

$$\begin{cases} x > \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{таким } x < -1$$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2 \quad ; 6^4 = -x - 1$$

$$x_{13} = \frac{x_{15}}{\sqrt[13]{-x-1}} = \sqrt[13]{35-13x} = 5-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 13x = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

✓ $\begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$ $x = -5$
 $x < -1$

Ответ: $x = 3; x = -5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$\begin{aligned} \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 6 \cos x &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x + \\ + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x &= 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = \\ = p &; \text{ будем рассматривать выражение} \\ &\quad 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 \end{aligned}$$

рассмотрим функцию

$$f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 \quad \text{на пр}$$

$$f'(x) = 12x^2 + 12x + 3$$

$$f'(x) = 0$$

$$12x^2 + 12x + 3 = 0 \quad ; \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0 \quad ; \quad x = -\frac{1}{2}$$

также $x > -\frac{1}{2}$; $f'(x) > 0$; при $x < -\frac{1}{2}$, $f'(x) < 0$, значит

т.к. $\cos x$ принадлежит промежутку

заряжен из промежутка $[-1; 1]$, то

найдем зонение работы

выражения для тангенса при $\cos x = 1$, а

минимальное значение при $\cos x = -1$ выражение

принимает все зонения от минимума

до максимума, поэтому

$$-4 \leq p \leq 10; p \in [-4; 10]$$



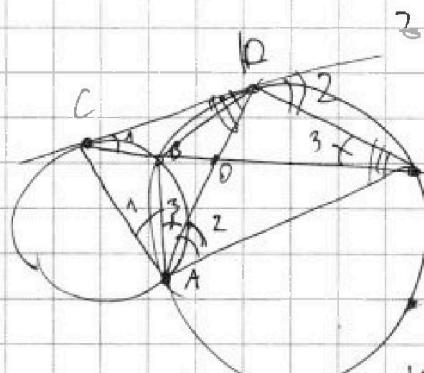
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v 4



$$\frac{CD}{OE} = \frac{3}{10}$$

нужно $\angle DAE = \angle 2 - \frac{1}{2} \angle DEB$, так
как угол между комплементарной
и скрещ. линиями

$\angle DBA = \angle 3 = \frac{1}{2} \angle BOD = \angle BAD$ - как
вписаные

$\angle BCD = \frac{1}{2} \angle CBD$ как угол между
комплементарной и скрещ. линиями

$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle CB = \angle 1$ - как вписаный

$\angle DBE$ - величина угла $\angle CDE$, т.к.

$\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$, значит $\angle CAD = \angle 2$,
значит $\angle CAD = \angle DAE = \angle 2$, а о-вписаный
 $\angle CAE$, а по свойству вписаных

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CD}{OE} = \frac{3}{10} : \text{нужно } CA = 3y; AE = 10y$$

$\angle DBA = \frac{1}{2} \angle ABD$ - как вписаный

$\angle CDA = \frac{1}{2} \angle ABD$ - как угол между
комплементарной и скрещ. линиями

т.к. $\angle CDP = \angle AED$; $\angle DAE = \angle CAD$, то

$\triangle DEA \sim \triangle CPA$, значит

$$\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{CD} = \frac{4}{3}; AD^2 = AC \cdot AE = 30y^2; AD = 130y$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{130y}{2}}{\frac{30y}{2}} = \frac{130}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14.

Они симметрии отражаются
ими видимы в другой позиции
и клетки, оставшиеся и однозначно
определены, поэтому как-то следов
для каждого есть одна симметрии C_{25000}

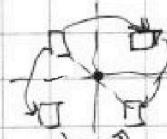
Они симметрии видимы видимы
по 1 клетке и после видима привести из
однозначных видимо и симметрии
ей видим. четырех, так про следующих
и роза, еще надо разделять на различные
перестановки

Тогда получим все видимы из
однозначных симметрии пары,
при этом из которых одна из них
будет видима горизонтальной, средней
линии, а другая ниже, а т. к. наименее
видима горизонтальной, то при
разделении C_{25000} горизонтально определены
еще разу, то ли - без горизонтальных

C_{25000}

бес

Значит получим $\text{C}_3 \cdot \text{C}_{25000}$, то видим
трижды пятью раза пятью раза
когда присутствует одна симметрии
будем рассматривать на примере 1 клетки
Если 2 симметрии, значит есть 3
когда симметрии и клетки
разделяются на 4,





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Они левая и четырёхугольник



этот четырёхугольник
пометки в которых

имеются и клетки разбиваются
на четырёхки
с другой левой симметрией могут
разбиваться

разбивём приложенный "одними
шагами" на 4 рабочие ячейки в которых
будет ровно 1 клетка из которых
четверки, значит останется
всего 2 клетки из 4 четырёхки и
остановимся другим образом определяя.
Но - 60 клеток

C_2^2 , то каждую такую ячейку
для каждого такого четырёхугольника
одной из которых способ выбран
заправить 8 клеток :

$$3 \cdot C_4^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$a, b \in \mathbb{Z}$ ~~орт~~ $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое
возможно 6 заменить

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = 1 \\ a-c = b-c = p \end{cases}$$

1) Если $a-c = b-c$, то $a = b$, но утверждение
 $a > b$ - противоречие

2) $a-c = 1 ; b-c = p^2$

$$b = p^2 + c$$

$a = c+1 ; p^2 > 1$, значит $b > a$ -
- противоречие

3) $b-c = 1 ; a-c = p^2$

$$b = c+1 ; a = p^2+c ; a > b, т.к. p^2 > 1$$

$$a-b = p^2-1 = (p-1)(p+1) \not\equiv 3$$

Если $p \equiv 1 \pmod{3}$; $(p-1) \equiv 0 \pmod{3}$.

Если $p \equiv 2 \pmod{3}$; $(p+1) \equiv 0 \pmod{3}$, значит $p \equiv 0 \pmod{3}$, т.к.

$p=3$, значит $b=c+1 ; a=c+9$

$$a+b^2 = 9+c+(c+1)^2 = 9+c+c^2+2c+1 = \\ = c^2+3c+10$$

$$c^2+3c+10=560$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$c = -25; c = 22$$

$$\begin{cases} c = -25 \\ a = -16 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 31 \\ b = 23 \\ c = 22 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

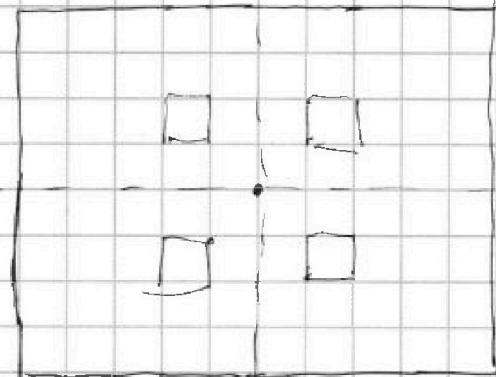
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a \cdot c = b \cdot c, \text{невозм. т.к. } a \neq b$$

N 5



$$\begin{aligned} & 100 \cdot 250 \\ & C^4 + C^4 \\ & 25000 + 25000 + \\ & + 50000 \cdot 49998 \dots \\ & + A \quad \uparrow \end{aligned}$$

боковая сторона повернута

$$A = \frac{50000 \cdot 49998 \cdot 49996 \cdot 49994 \dots}{4!}$$

$$-C_{12500}^2 \cdot 2 / \text{коэффициент 2 для -2}$$

v7



$$\sqrt{r^2 + h^2} =$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{2} + y}{1}$$

$$x = \sqrt{3} - 2y$$

$$2x = -\frac{\sqrt{5}}{2} + y$$



$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3} - 2y \\ y &= \sqrt{3} - 2x \end{aligned}$$



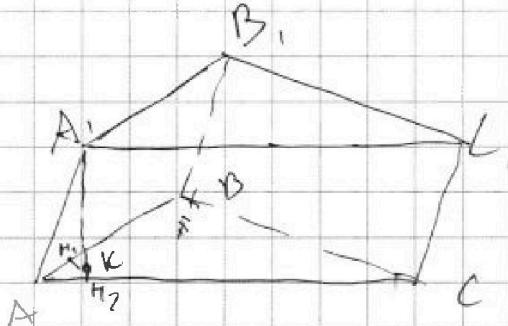


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BC = AC = 1$$

Пусть:

$$S_{AA_1B_1B} = S_{AA_1C_1C} = 4$$

$$S_{BB_1C_1C} = 3$$

н - проекции

$$A_1 \perp AB; A_1 K = h$$

Пусть $KH_1 \perp A_1 B$; $KH_2 \perp A_1 C$

~~Пусть~~ $KH_1 \perp AB$; $KH_2 \perp AC$, т.к. $A_1 K \perp AB$, то

$$A_1 H_1 + A_1 H_2 = A_1 K + KH_2 = A_1 K + A_1 H_1$$

$$\text{значит } A_1 H_1 \cdot AB = S_{AA_1B_1B} = 4 \Rightarrow A_1 H_1 = 4,$$

$$\text{аналогично } A_1 H_2 = 4$$

$$\text{и } S_{AKH_1} = S_{AKH_2}; \angle A_1 KH_2 = \angle A_1 KH_1 = 90^\circ$$

$$A_1 H_1 = \sqrt{A_1 K^2 + KH_1^2} = \sqrt{h^2 + h_1^2} = 4$$

$$A_1 H_2 = \sqrt{A_1 K^2 + KH_2^2} = \sqrt{h^2 + h_2^2} = 4$$

$$\text{т.к. } A_1 H_1 = A_1 H_2 \text{, то } h_1 = h_2 \text{, т.к. } K$$

к лежат на прямой поделенной
биссектрицей $\angle BAC$ или симметричны с ней.

расширяюще подобство (ABC)

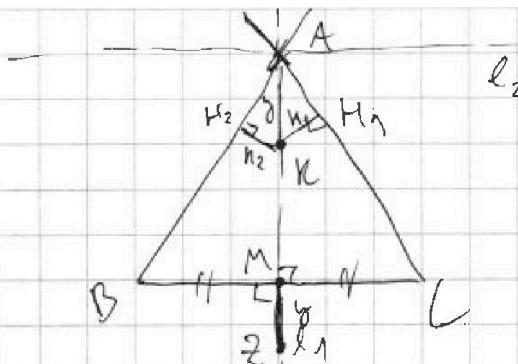


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если $\forall \ell \in l_2$,

Через $B_1C_1(M_1)$

проецируется

на прямую ℓ_2 ,

т.к. ~~если~~ $\exists \ell \in l_2$ проекция M_1 ~~на~~ ℓ ~~составляет~~ $\exists \ell$ проекция M_1 на ℓ т.к. M_1 ~~составляет~~ на ℓ же вектор, $\exists \ell$ проекция M_1 на ℓ ~~составляет~~ $\exists \ell$ проекция M_1 на ℓ т.к. $A_1K = AK$, $B_1C_1 = BC$.

$A_1K = AK$ - равносторонний, а ~~на~~ ℓ_2 - высота (секущая); $M_1Z + (AK) = M_1Z$ - конус трапеции; $M_1Z = h$ автоматично A_1H_1 и A_1H_2 ; $M_1M_1 \perp BC$, т.к.

$M_1Z \perp (AK)$; $ZM_1 \perp BC$;

$$MM_1 = \sqrt{M_1^2 + Z^2} = \sqrt{h^2 + h^2} \\ MM_1 \cdot BC = \sqrt{BB_1 \cdot CC_1} = 3, \text{ т.к. } MM_1 = 3$$

$h_1 = h_2 = x = \frac{y}{2}$, т.к. $\angle MAC = 30^\circ$ биссектриса, что $\triangle A - \text{равносторонний}$ равносторонний $\triangle ABC$

$$\sqrt{x^2 + h^2} = 3; \sqrt{h^2 + y^2} = 3, \text{ т.к.}$$

$x > y$; но $x = \frac{y}{2}$, т.к. $x > 0$; $y > 0$ при условии проектирование, значит $K \in l_2$ для выполнения K ~~бесконечная~~ на l_2 (аналогично (все дарящие из проекционного структурного и для этого) значит $K \in l_2$)

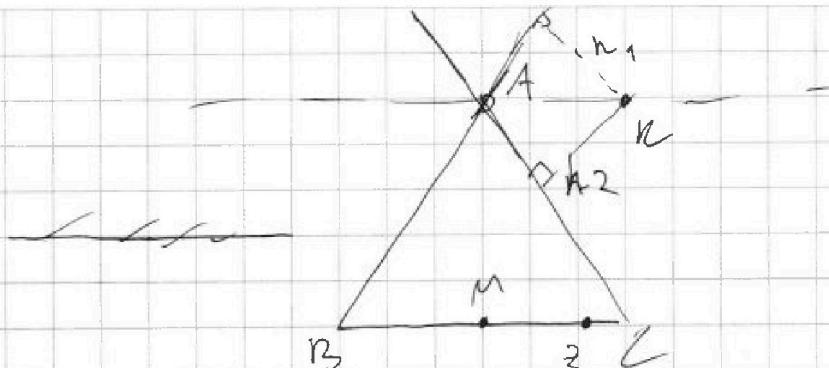


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\vec{AK} = \vec{m} \vec{z}$, значит т.к. $AK \parallel BC$, то

$z \in BC$, значит $\angle(BC; z) = \alpha_2; \angle(BC) = 90^\circ$

т. о. $S_{BB_1C_1L} = h \cdot BC = 3$

$h = 3$

$h_1 = h_2 = x$ можем найти какими-то способами
известные, а значит мы сможем
сделать тоже самое $\sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{9 + x^2} = 4$

$x = \sqrt{7}$

Итак: $h = 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

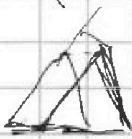
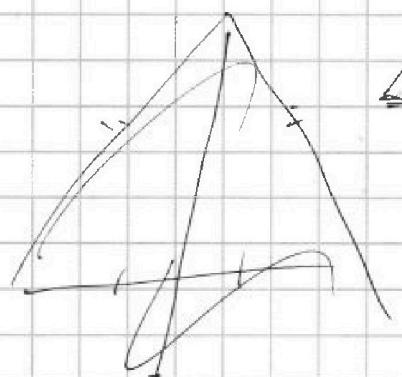
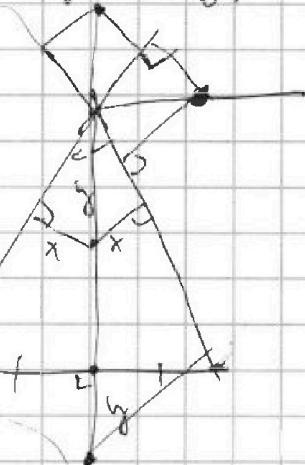
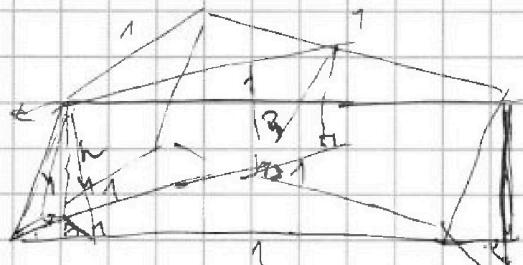
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

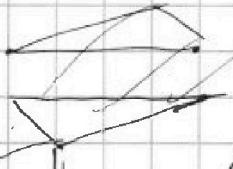
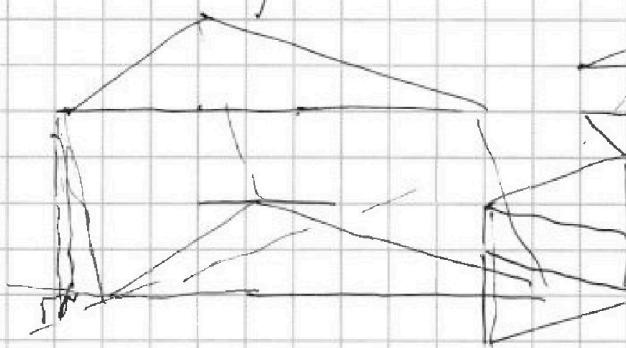
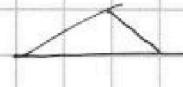
№ 7

$$4y + 35 = 169 - z^2$$

$$16y^2 - 280y + 35^2 = 169 - z^2$$



4x^2



P

$$169 - z^2$$

$$(x_1 - x_2)^2$$

$$ay + bx + c = 0$$

$$\frac{|ax_1 + bx_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 20 \Rightarrow$$

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$2x^2(2x+3) + 3x + 4,5 = 0 + 3 + 4,5$$

$$2x^2 + 1,5)(2x+3) = 0 + 7,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &\approx (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2\cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = \\ &= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = P \end{aligned}$$

~~$4x^3 + 6x^2 + 3x - 3 = P$~~

~~$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$~~

~~$-4 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3^2 - 3$~~

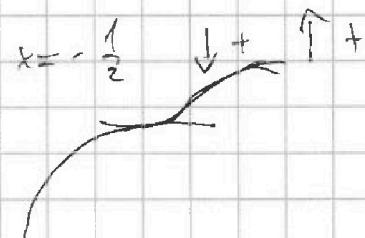
$$(4x^3 + 6x^2 + 3x - 3)' = 12x^2 + 12x + 3$$

$$12x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\frac{4}{4}(x + \frac{1}{2})^2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - 3 = -5 + \frac{3}{2} = -3,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\text{означим } x \cdot y = p^2 \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ x=y=p \end{cases}$$

$$1) a - c = 1; a = c + 1; b - c = p^2$$

$$b = p^2 + c \\ a > b, \text{ т.е. } p^2 + c > p^2 + c$$

$$2) b - c = 1; b = c + 1; a = p^2 + c$$

$$a - b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

$$p - \text{простое}: \quad \begin{cases} p=3 \\ p=5 \\ p=7 \end{cases}$$

$$p=3 \quad a = 9 + c; \quad b = 1 + c \\ (9+c)(1+c) = 560$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560$$

$$550 = 11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$c = -28; c = 22$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ +48 \\ \hline 576 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$x_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = k_0 66 - x_0$$

$$x_{13} = 5-x = k_0 6^{12} - 6^x_0$$

$$x_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = k_0 6^{14}$$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = 6^8 = (x+1)^2$$

$$6^4 = (x+1)$$

$$\frac{(5-x)^2}{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{|13x-35|} = 5-x$$

$$13x-35 = (5-x)^2$$

$$13x-35 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$60 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \overline{)73} \\ -240 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ +46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$460 - 240$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

IV 2.

$$g \left(\sqrt{x+3} \right) - \sqrt{y-2} + 5 = 2 \sqrt{y+1-x^2+2} \\ (y+1) + 3(y-12) = \sqrt{169-2^2}$$

$$(y+1)^2 + 9(y-12)^2 + 6(y+1)(y-12) = \\ (13-2)(13+2)$$

$$(y+1)^2 + 9(y-12)^2 + 6(y+1)(y-12) = \\ (13-2)(13+2)$$

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 18 \cdot 12y + 144 + \\ + 6(y^2 - 11y - 12) = (13-2)(13+2)$$

$$|z| \leq 13$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x+2 \leq 4 \\ x^2 + x \leq y+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z| \leq 13 \\ x \geq -3 \\ z \leq 7 \\ x+2 \leq 4 \\ x^2 \leq y+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z| \leq 13 \\ x \geq -3 \\ z \leq 7 \\ x+2 \leq 4 \\ x^2 \leq y+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -13 \leq z \leq 7 \\ -3 \leq x \leq 17 \\ -1 \leq y \leq 17 - 4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \sqrt{64 - h^2} = \frac{3}{2} - \sqrt{36 - h^2}$$

$$4(64 - h^2) = \frac{3}{4} - \sqrt{3} \sqrt{36 - h^2} + 36 - h^2$$

$$220 - 3h^2 = \frac{3}{4} - \sqrt{3} \sqrt{36 - h^2}$$

$$4 \cdot 64 = 256 - 36 = 220$$

$$2 \sqrt{64 - h^2} + \sqrt{36 - h^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4(64 - h^2) + 36 - h^2 + 4 \sqrt{(64 - h^2)(36 - h^2)} = \frac{3}{4}$$

$$-5h^2 + 256 + 36 + 4 \sqrt{h^4 - 100h^2 + 64 \cdot 36} = \frac{3}{4}$$

$$-5h^2 + 292 + 4 \sqrt{h^4 - 100h^2 + 64 \cdot 36} = \frac{3}{4}$$

$$4 \sqrt{h^4 - 100h^2 + 64 \cdot 36} = 5h^2$$

$$\begin{matrix} 64 \\ 36 \\ 384 \\ 192 \\ 2304 \end{matrix}$$

$$64 =$$

$$64 = h^2 + x^2$$

$$36 = h^2 + y^2 = h^2 + \frac{3}{4} - 2\sqrt{3}x + 4x^2$$

$$64 = h^2 + x^2$$

$$36 = y^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4} + h^2$$

$$28 = 3x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4}$$

$$64 = h^2 + \frac{3}{16} + \frac{13}{4}h^2 + \frac{5}{4}x^2$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{h}{2}$$

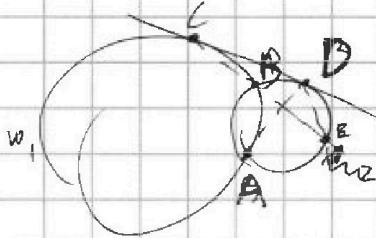
$$y = 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

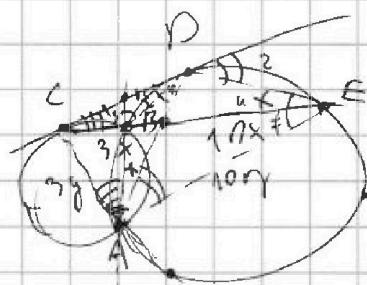
 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



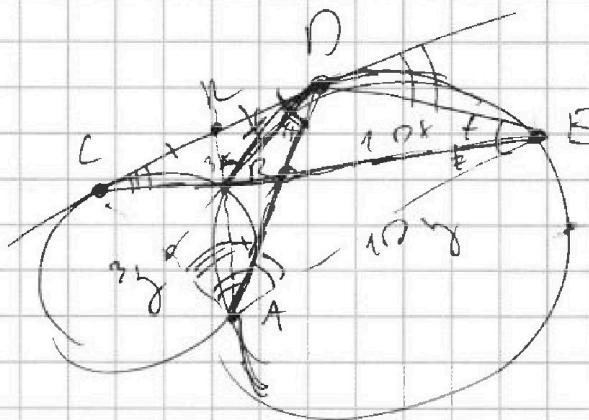
$$\frac{ED}{CP} = ?$$

$$\frac{ED}{CP} = \frac{BA}{KD}$$



$$\alpha_2 = \alpha_3 + \alpha_4$$

~~YED~~



$$\alpha_1 - \alpha_2 \sim \alpha_3 + \alpha_4$$

$$\frac{DB}{CP} = \frac{BA}{AP} = \frac{AD}{CA}$$

$$\frac{DB}{CP} = \frac{AB}{AP} = \frac{AD}{3y}$$

$$3D^2 = 4B^2$$

$$AD = \sqrt{3y^2}$$

$$\frac{DB}{CP} = \frac{10}{\sqrt{3y}} = \frac{10\sqrt{3y}}{3y}$$