



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

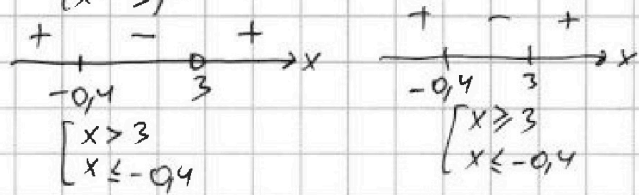
Задача 1.

$(b_n)$  - геометрическая прогрессия;  $b_1 = b$ ;  $b_2 = bq$ ;  $b_i = bq^{i-1}$

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

Найдем ОДЗ предположенных выражений:

$$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 & (1) \\ (15x+6)(x-3) \geq 0 & (2) \end{cases} \quad (1) \quad \frac{3(5x+2)}{(x-3)^3} \geq 0 \quad (2) \quad (15x+6)(x-3) \geq 0$$



$$\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -0.4 \end{cases}$$

То  $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -0.4 \end{cases}$  - исключаем ОДЗ.

Заметим, что если  $x = -0.4$ , то  $b_4 = 0$ , то и все последующие члены прогрессии должны быть равны 0, однако  $b_{10} = -0.4 + 4 \neq 0$ , то  $x = -0.4$  можно не рассматривать.

① Рассмотрим случай, если  $x > 3$  (то  $x-3 > 0$ )

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2(x-3)}} = \frac{1}{x-3} \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}} = \frac{1}{x-3} \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}}$$

Сделаем замену:  $15x+6 = a$ ;  $x-3 = c$ , тогда.

$$b_4 = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{a}{c}}; \quad b_{10} = c+7; \quad b_{12} = \sqrt{ac}$$

С другой стороны:  $b_4 = bq^3$ ;  $b_{10} = bq^9$ ;  $b_{12} = bq^{11}$ .

То имеем следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \sqrt{\frac{a}{c}} = bq^3 & (3) \\ c+7 = bq^9 & (4) \\ \sqrt{ac} = bq^{11} & (5) \end{cases}$$

Отметим то, что в силу условия  $b_4 > 0, b_{10} > 0, b_{12} > 0$ .  
Тогда: (5) : (3) :  $\frac{\sqrt{ac}}{c \sqrt{\frac{a}{c}}} = \frac{bq^{11}}{bq^3}$  т.е.  $c > 0$ .

$$(5) \quad \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = bq^{11}$$

$$(4) \quad c+7 = bq^9$$

$$\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = q^2$$

$$\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{c} \quad | \cdot \frac{c+7}{\sqrt{c}} > 0 \text{ в силу } x > 3, \text{ то } \sqrt{a} = c+7 \quad (6)$$

$c^2 = q^8$ , то  $\begin{cases} q = \sqrt[4]{c} \\ q = -\sqrt[4]{c} \end{cases}$   
в обоих случаях  $q^2 = \sqrt{c}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятна и замена в выражении (6)

$$\sqrt{(15x+6)} = x+4$$

$$\begin{cases} 15x+6 = x^2+8x+16 \\ x+4 \geq 0 \text{ — верно} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5 \\ x=2 \end{cases}, \quad x=2 \text{ не подходит в силу } x > 3, \text{ и}$$

$$x=5. \text{ Тогда } b_4 = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{(5-3)^3}} = \sqrt{\frac{75+6}{2^3}} = \sqrt{\frac{81}{2^3}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$b_{10} = 5+4 = 9; \quad b_{12} = \sqrt{(15 \cdot 5 + 6) \cdot 2} = 9\sqrt{2}.$$

а) Ищем,  $\frac{9\sqrt{2}}{2} = b_4^3$  Если  $q = \sqrt[4]{c}$ , то  $q = \sqrt[4]{x-3} = \sqrt[4]{2}$ .

$$b_4 = \frac{9\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow b_4^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}, \Rightarrow b \sqrt[4]{2^3} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \Rightarrow b = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}$$

Итак;  $b = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}; q = \sqrt[4]{2}; b_4 = b q^3 = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8} \cdot \sqrt[4]{2^3} = \frac{9}{8} \cdot \sqrt[4]{2^6} = \frac{9}{4} \sqrt{2}.$

$$b_{10} = b q^9 = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8} \cdot \sqrt[4]{2^9} = \frac{9 \cdot \sqrt[4]{2^{12}}}{8} = \frac{9 \cdot 8}{8} = 9.$$

$$b_{12} = b q^{11} = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8} \cdot \sqrt[4]{2^{11}} = \frac{9\sqrt[4]{2^{14}}}{8} = \frac{9\sqrt{2^7}}{8} = \frac{9 \cdot 8\sqrt{2}}{8} = 9\sqrt{2}.$$

То при  $x=5$   $\exists$ geom прогрессия, случай  $q = \sqrt[4]{c}$  разбора не будет, т.к. мы уже искали geom прогрессию.

(2)  $x < -0,4$ , т.о.  $x-3 < 0$ . (делаем замену аналогичную замене (1))

$$b_4 = \sqrt{\frac{a}{c^3}} = \frac{1}{|c|} \sqrt{\frac{a}{c}} = -\frac{1}{c} \sqrt{\frac{a}{c}}$$

$$b_{10} = c+1; \quad b_{12} = \sqrt{ac^2}$$

Опять же, отметим, что в силу  $x < -0,4$   $b_4, b_{10}, b_{12}$  не равны 0.

Ищем систему: (то аналогично)

$$\begin{cases} -\frac{1}{c} \sqrt{\frac{a}{c}} = b_4^3 & (7) \\ c+1 = b_4^9 & (8) \\ \sqrt{ac^2} = b_4^{11} & (9) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(7)}{(7)}: \frac{\sqrt{ac}}{-\sqrt{\frac{a}{c}} \cdot \frac{c}{c}} = \frac{bq''}{bq^3} \quad \leftarrow c^2 = \frac{b^8}{a^8}$$

$$-c \cdot \sqrt{\frac{ac \cdot c}{a}} = q^8$$

$$-c \cdot |c| = q^8$$

$$q^8 = c^2$$

$$q^2 = \sqrt{|c|} = \sqrt{-c} \quad c+7$$

$$\frac{(9)}{(8)}: \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = q^2 \quad \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{-c} \quad | \cdot (\sqrt{-c}) > 0.$$

$$\sqrt{-a} = c+7$$

Вернемся  
к началу

$$\sqrt{-15x-6} = x+4$$

$$\begin{cases} -15x-6 = x^2+8x+16 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+23x+22=0 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ x=-22 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad \underline{x=-1}, \quad -1 < 0, 1$$

Если  $x=-1$ , то  $b_4 = \sqrt{\frac{-15+6}{(-1-3)^2}} = \sqrt{\frac{-9}{-16}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^4}} = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}$

$b_{\pm 0} = -1+4 = 3$ ;  $b_{12} = \sqrt{(-15+6x-1-3)^2} = \sqrt{19 \cdot 4} = 6$ .

$$\begin{cases} \frac{3}{8} = bq^3 \\ 3 = bq^5 \\ 6 = bq'' \end{cases} \quad q^2 = \sqrt{-c} = \sqrt{-(x-3)} = \sqrt{3-x} = \sqrt{4^2} = 2$$

а) Если  $q = \sqrt{2}$ , то  $b = \frac{3}{8q^3} = \frac{3}{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{32}$ .

$b_4 = bq^3 = \frac{3\sqrt{2}}{32} \cdot \sqrt{2}^3 = \frac{3 \cdot 2^2}{32} = \frac{3}{8}$

$b_{10} = bq^5 = \frac{3\sqrt{2}}{32} \cdot \sqrt{2}^5 = \frac{3 \cdot 2^5}{32} = 3$ .

$b_{12} = bq'' = \frac{3\sqrt{2}}{32} \cdot \sqrt{2}'' = \frac{3 \cdot 2^6}{32} = 6$ .

Итак, при  $x=-1$  получили geom. прогрессию при данных условиях, но путь  $q = -\sqrt{2}$  можно не рассматривать

Ответ:  $\{-1; 5\}$  (примеры посл. в решении)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

О.Д.З.

$$x+7 \geq 0$$

$$5-x-3z \geq 0$$

$$y-2x-x^2+z \geq 0$$

$$225-z^2 \geq 0$$

$$x \geq -7$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$x \leq 5-3z$$

$$5-3z \geq -7$$

$$z \leq 4$$

$$-15 \leq z \leq 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) - p = 0.$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0.$$

Замена:  $\cos x = t, t \in [-1; 1].$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0, t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, t \in [-1; 1].$$

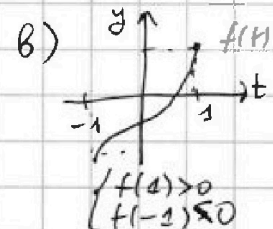
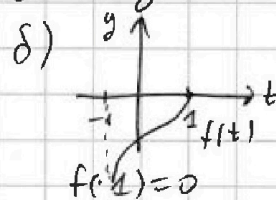
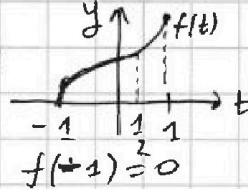
Функция непрерывна и дифф. на  $[-1; 1]$  и  $(-1; 1)$  соответственно.

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3; f'(t) = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2, \text{ то}$$

$$f'(t) > 0 \quad \forall t \in [-1; 1], \text{ то } f(t) \uparrow \text{ на } [-1; 1].$$

Тогда, ~~но~~ у уравнения  $f(t) = 0$  не более одного корня. А нам нужно  $\geq 1$  решение, то это уравнение должно иметь ровно один корень (отн.  $t$ ).

Возможны три случая:  
(в силу монотонности  $y = f(t)$ )



а)  $f(-1) = 0$   
 $-4 - 6 - 3 + 3 - p = 0$   
 $p = -10$

$t = -1$   
 $\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)  $f(1) = 0$   
 $4 - 6 + 3 + 3 - p = 0$   
 $p = 4$

$t = 1$   
 $\cos x = 1$

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

В силу непрерывности  $y = f(t)$ , у  $f(t) = 0$  при этих условиях будет один корень отн.  $t$  на  $[-1; 1]$

в)  $\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - p > 0 \\ -10 - p < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -10 < p < 4.$

$$f(t) = \left(\sqrt[3]{4t - \frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^3 + \frac{5}{2} - p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 0 \quad \left(\sqrt[3]{4t - \frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^3 = p - \frac{5}{2}$$

$$\sqrt[3]{4t - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{p - \frac{5}{2}}$$

$$t = \left(\sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{4}$$

$$t = \sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

Если  $p = -10$ :  $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Если  $p = \frac{1}{2}$ :  $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Если  $-10 < p < \frac{1}{2}, 10$   $x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

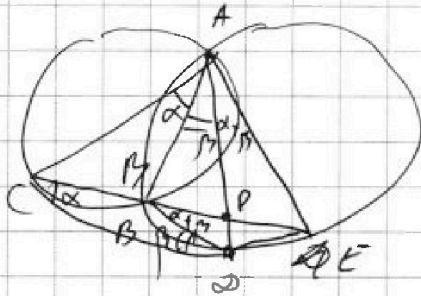


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$$\textcircled{1} AD \cap CE = P \quad \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \angle BCD = \angle CAB = \alpha \\ \angle BDC = \angle DAB = \beta \\ \angle BDC = \angle AED \end{cases} \begin{array}{l} \text{углы} \\ \text{вспомог} \\ \text{хорды} \text{ и} \\ \text{на саркумми} \end{array}$$

$$\textcircled{3} \angle DBE = \angle BDC + \angle DCB = \alpha + \beta$$

или внешний угол  $\triangle BCD$

$$\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta - \text{впис. омп. на } \overset{\frown}{DE} \text{ в } \omega.$$

$$\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB = \alpha + \beta, \text{ то } AD - \text{биссектр. } \angle CAE.$$

То по св-ву биссектрисы  $\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$

$$\textcircled{4} \triangle CAD \sim \triangle DAE \text{ по двум углам: } \begin{cases} \angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta \\ \angle CDA = \angle AED \end{cases} \text{ (в омп. } \textcircled{2})$$

$$\text{То } \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AD}$$

$$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{CA}{AD} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5} \quad \frac{ED}{CD} = \frac{5}{3}$$

ответ:  $\frac{5}{3}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое}$$

$$c^2 - c(a+b) + ab - p^2 = 0 \quad \text{— квадратное, отн. } c.$$

$$D = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4p^2 = (a-b)^2 + 4p^2.$$

$D$  должен быть полным квадратом, иначе  $c$  не будет целым, т.к.  $a, b \in \mathbb{Z}$

$$\text{То } (a-b)^2 + 4p^2 = n^2. \quad \text{Посмотрим на}$$

остатки по mod 3.  $(a-b) \not\equiv 0 \pmod{3}, \text{ то } (a-b)^2 \equiv 1 \pmod{3}$

табл		mod 3	
X	X <sup>2</sup>		
0	0		
1	1		
2	1		

Но  $(a-b)^2 + 4p^2$  — это полный квадрат.

$$\text{То } \begin{cases} (a-b)^2 + 4p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ (a-b)^2 + 4p^2 \equiv 0 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4p^2 \equiv 0 \pmod{3} \\ 4p^2 \equiv -1 \pmod{3} \end{cases}$$

но квадрат  $(2p)^2$  не может быть сравним с 2 (см табл)

$$\text{То } 4p^2 \equiv 0 \pmod{3} \quad \text{т.к. } (4; 3) = 1$$

$$p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p \equiv 0 \pmod{3}, \text{ то } p: 3.$$

$$a + b^2 = 820$$

$$820 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} b^2 \equiv 0 \pmod{3} \\ b^2 \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$$

Если  $b^2 \equiv 0 \pmod{3}$ , то  $a \equiv 1 \pmod{3}$ .

$$b \equiv 0 \pmod{3}$$

Если  $b^2 \equiv 1 \pmod{3}$ , то  $a \equiv 0 \pmod{3}$ .

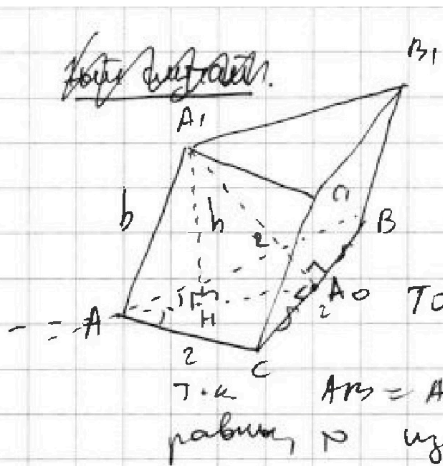


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7.

Пусть  $AA_1B_1C_1$  — искомый тригранник.

$$\text{Пусть } S(AA_1C_1C) = S(AA_1B_1B) = 5$$

$$S(CA_1B_1B) = 4.$$

Пусть  $b$  — боковое ребро,  $h$  — высота.  $AA_1C_1C$  и  $AA_1B_1B$  — прямоугольные треугольники боковых граней тригранника.

$$\text{То } S(AA_1C_1C) = AA_1 \cdot AC \sin \angle CA_1A = 5 \quad (1)$$

$$S(AA_1B_1B) = AA_1 \cdot AB \sin \angle BA_1A = 5 \quad (2)$$

П.к.  $AB = AC = 2$  и площади этих граней равны, то из (1) и (2)  $\Rightarrow \sin \angle CA_1A = \sin \angle BA_1A \quad (3)$

Если, наоборот,  $\angle CA_1A$  и  $\angle BA_1A$  — тупые, то наоборот — верно.

(а) Если  $\angle CA_1A$  и  $\angle BA_1A$  — острые, то из (3) следует:  $\angle CA_1A = \angle BA_1A$ .

То  $A_1$  проектируется на биссектрису  $\angle BAC$ .

$$\Pi_{P(AA_1C)}(A_1) = H, \quad AH \cap BC = A_0.$$

$AA_0$  — биссектриса  $\angle BAC$ , то  $h$  — высота.

( $\triangle BAC$  — р/к)

$$\text{По т. Пифагора для } \triangle AA_1H: \quad AH = \sqrt{b^2 - h^2}$$

По т. о 3-х косинусах.  $\cos \angle CA_1A = \cos \angle CAH \cdot \cos \angle A_1AH$ .

$$\cos \angle CA_1A = \cos 30^\circ \cdot \cos \angle A_1AH$$

$$\text{Из } \triangle AA_1H: \quad \cos \angle A_1AH = \frac{AH}{AA_1} = \frac{\sqrt{b^2 - h^2}}{b}$$

$$\cos \angle CA_1A = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - h^2}}{b}, \quad \text{то } \sin \angle CA_1A = \sqrt{1 - \frac{3(b^2 - h^2)}{4b^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{b^2 + 3h^2}{4b^2}} = \frac{\sqrt{b^2 + 3h^2}}{2b}$$

$$\text{Из } AA_1C_1C: \quad S(AA_1C_1C) = AA_1 \cdot AC \sin \angle CA_1A = 2b \sin \angle CA_1A$$

$$5 = \frac{2b \cdot \sqrt{b^2 + 3h^2}}{2b}$$

$$25 = b^2 + 3h^2$$

$$h = \sqrt{\frac{25 - b^2}{3}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. и.  $HAO \perp CB$ , то по Т.Т.П.  $A_1A_0 \perp BC$ .

То  $BC \perp (A_1HAO)$ , то  $BC \perp AA_1$ .

7. и.  $CC_1 \parallel AA_1$ , то  $BC \perp CC_1$ , то  $CC_1A_1B_1$  - прямоугольник.

То  $S(CC_1A_1B_1) = CC_1 \cdot BC = 2b \cdot b = 4 \Rightarrow b = 2$ .

То  $h = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21}$ .

8) Если один из углов  $\angle A_1AC$ ;  $\angle A_1AB$  острый, а другой - тупой. Не угадали обобщили.

$\angle A_1AC$  - острый,  $\angle A_1AB$  - острый, то в

силу (3):  $\angle A_1AC + \angle A_1AB = 180^\circ$

Отметим точку D на луче CA за точкой A

$\angle A_1AD = 180^\circ - \angle A_1AC$  ←

То  $\angle A_1AD = \angle A_1AB$ , то

$AA_1$  биссектриса на биссектрисы  $\angle DAN$

←  $DP \perp (ABC) (A_1) = H$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , то  $\angle BAD = 120^\circ$ , то  $\angle BAN = 60^\circ$ .

То т. о. в-х косинусах:

$\cos \angle A_1AB = \cos \angle BAN \cdot \cos \angle A_1AH = \cos 60^\circ \cdot \cos \angle A_1AH$

$\cos \angle A_1AB = \frac{\sqrt{b^2 - h^2}}{b}$   $\cos \angle A_1AB = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{b^2 - h^2}}{b}$

То  $\sin \angle A_1AB = \sqrt{1 - \frac{1}{4b^2}(b^2 - h^2)} = \frac{\sqrt{3b^2 + h^2}}{2b}$

$S(A_1B_1C_1) = \frac{2b \cdot \sqrt{3b^2 + h^2}}{2b} = \sqrt{3b^2 + h^2} = 5 \Rightarrow h = \sqrt{25 - 3b^2} (*)$

На Д.н.  $AA_0$  - биссектриса  $\angle BAC$ .

$\angle HAA_0 = 90^\circ$  - как угол между внутренней и внешней биссектрисой.

то т.к.  $HA \perp AA_0$  и  $BC \perp AA_0$ , то  $HA \parallel BC$ , т.к. лежит в (ABC).

То  $\angle A_1AH = \angle CCB_1$  как углы между соответств. сторонами  $\sin \angle CCB_1 = \frac{h}{b}$  (в  $\Delta A_1HA$ ).



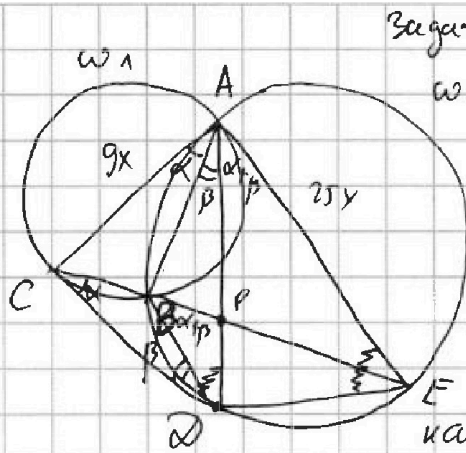


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5.

① Пусть  $AD \cap CE = P$ . То, по условию  $\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$ .

②  $\angle BCD = \angle CAB = \alpha$  /- как  $\angle BDC = \angle DAB = \beta$  /- углы между хордой и касательной.  
 $\angle ADC = \angle AED$

$\angle DBE = \angle BDC + \angle DCP = \alpha + \beta$   
как внешний угол  $\triangle BCD$

$\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta$  - как внешние в  $\omega_2$ , опирающиеся на  $UDE$ .

$\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB = \alpha + \beta$ . То,  $AD$  - биссектриса  $\angle CAE$ .

~~$\triangle CAD \sim \triangle DAE$~~  То, по свойствам биссектрисы для  $\triangle CAE$ :

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}, \text{ то пусть } CA = 9x, AE = 25y$$

③  $\triangle CAD \sim \triangle DAE$  по двум углам:  $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta$   
 $\angle CDA = \angle AED$ .  
(в силу ②)

$$\text{То } \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AD}$$

$$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{CA}{AD} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$$

Ответ:  $\frac{3}{5}$

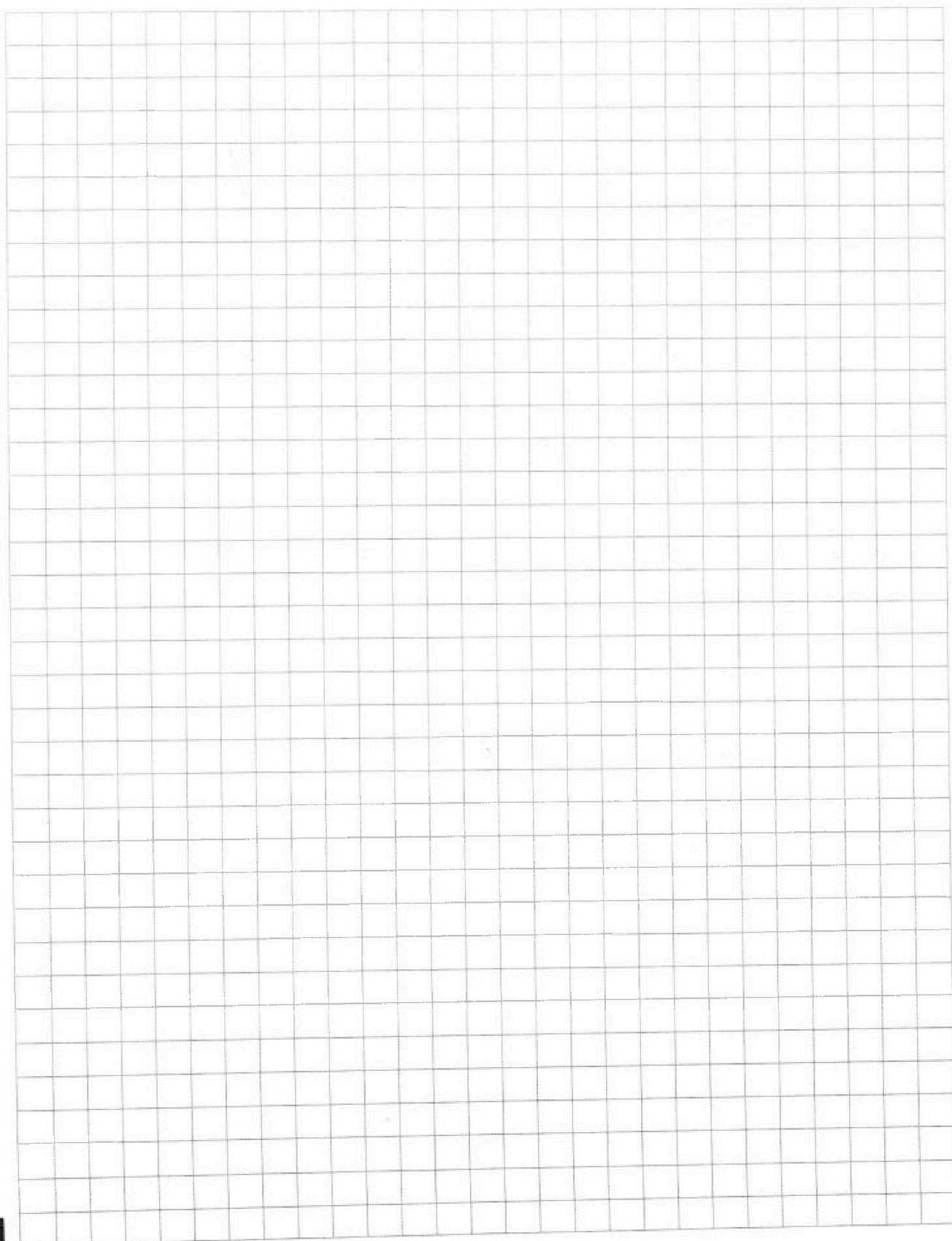


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

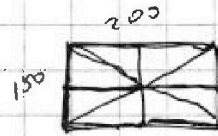
Черновики.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases} \quad y = 20 + 15 = 35$$

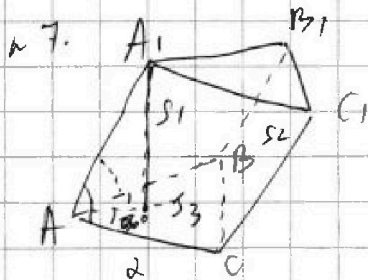
$$\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x-3z \geq 0 \\ y-2x-x^2+z \geq 0 \\ 225-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ -x \leq 7 \end{cases}$$

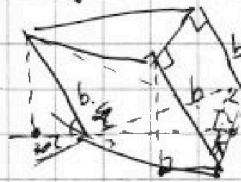
$$\begin{cases} 3z \leq 5-x \leq 12 \\ |z| \leq 4 \end{cases}$$



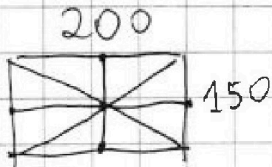
$$-15 \leq z \leq 4$$



$$\begin{cases} S_1 = 5 \\ S_2 = \dots \end{cases}$$



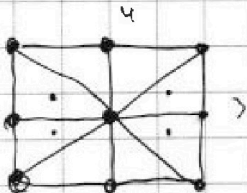
$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos 30^\circ \cdot \cos \varphi \\ \cos \alpha &= \cos 30^\circ \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b} \end{aligned}$$



$$b \cos \alpha = \cos 30^\circ \sqrt{b^2-h^2}$$

$$2b \sin \alpha = 5$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{2b}$$



$$\frac{\sqrt{4^2-25}}{2} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{b^2-h^2}}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{4b^2}} = \frac{\sqrt{4b^2-25}}{2b}$$

$$4p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p \equiv 0 \pmod{3}$$

$$4b^2 - 25 = 3b^2 - 3h^2$$

$$3h^2 = 25 - b^2$$

$$h^2 = \frac{25-b^2}{3}$$

$$2b \frac{\sqrt{3b^2+4}}{2b} = 5$$

$$25 = 4 + 3b^2$$

$$(a, b, c) : a > b$$

$$c^2 + ab - ac - bc = p^2$$

$$(a-b) \mid 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad c^2 - (a+b)c + ab - p^2 = 0$$

$$a+b^2 = 820$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4p^2 =$$

$$= (a-b)^2 + 4p^2 \quad D > 0$$

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = a+b = 820+b-b^2 \\ c_1 \cdot c_2 = ab - p^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 50 \quad 50 \\ \hline 4p^2 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{mod } 3 \\ n \quad n^2 \\ 0 \quad 0 \\ \hline 1 \quad 1 \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$c^2 - c(a+b) + ab - p^2 = 0$$

$$p^2 \equiv 3$$

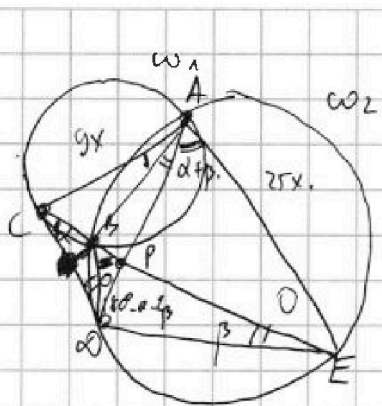
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



14.

$$\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$$

15-точка Шунгав.

$$\frac{ED}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin \beta} \quad ED = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot CD$$

$$AP \cdot PD = BP \cdot PE$$

$$\frac{AP}{BP} = \frac{PE}{PD} \quad \frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{BD}{ED}$$

$$\frac{CB}{BP} = \frac{AC \sin \alpha}{AP \sin \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CB \cdot AP}{BP \cdot AC} = \frac{CB}{AC} \cdot \frac{PE}{PD}$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$\frac{CD}{ED} = \frac{CB}{CD} \quad MD = \frac{CB}{PD} \quad \frac{CD}{ED} = \frac{CB^2 \cdot CE}{CD^2 \cdot BP}$$

$$PD \cdot CB \cdot BP \cdot CE = CD^2$$

$$\frac{CD^2}{AC \cdot PD}$$

$$\frac{CB}{AC \cdot PD} \cdot \frac{CD^2}{AC \cdot CE \cdot PD}$$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE}$$

$$\frac{AC}{\sin(\beta + \alpha)} = \frac{CD}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{AD}{\sin(\beta + \alpha)} = \frac{DE}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{AD}{AC} \sin \alpha = \frac{AD \sin \beta}{AC}$$

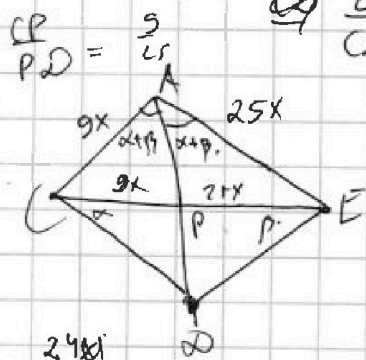
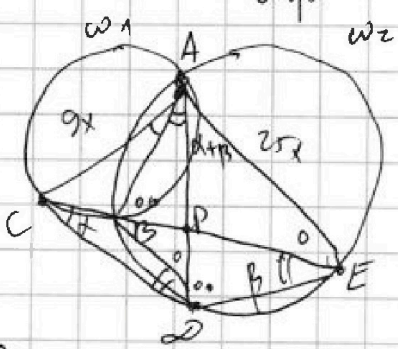
$$\frac{CB^2 \cdot CE}{CD^2 \cdot BD} =$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CB^2 \cdot CE}{CB \cdot CE \cdot BD} = \frac{CB}{BD}$$

$$AP \cdot PD = BP \cdot PE$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CB}{CE} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2(\alpha + \beta)}$$



$$\frac{BD}{AE} = \frac{PD}{PE} \quad CB = \frac{\sin \alpha}{\sin 2(\alpha + \beta)} \quad 34y$$

$$BD = \frac{AE \cdot PD}{PE} \quad CE = 34y \quad CB = \frac{DE}{\cos 2(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{CE}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{DE}{CE} = \frac{DE}{34y}$$



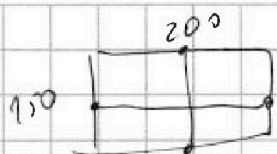


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

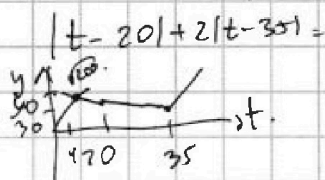
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a - b \equiv 1 \pmod{70} + 20$$



$$(a, b, c) \quad a > b$$

$$c = 20 - t + 20 = (a - b) \cdot 3$$

$$(a - c)(b - c) - ab = p^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$ab - ac - bc + c^2 = 820 - p^2$$

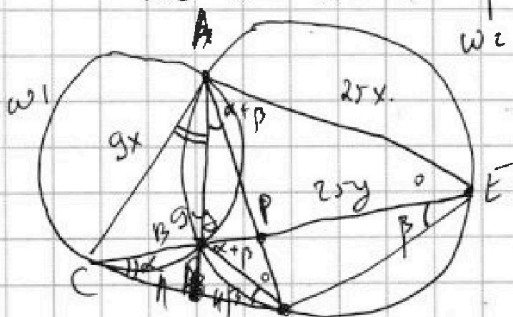
$$b(820 - b^2) \pmod{p^2}$$

$$820 - a \geq 0$$

$$a \leq 820$$

$$b \leq 819$$

$$ab - ac - bc + c^2 = p^2$$



$$w_2 \quad \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$$

$$E \cdot EP = CD = ?$$

$$\frac{9x}{\sin(\beta + \alpha)} = \frac{CD}{\sin(\beta + \alpha)} = 1$$

$$\frac{AD}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{DE}{\sin(\beta + \alpha)}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{9x}$$

$$\cancel{AD} \cdot BE = AB$$

$$AD \cdot BE = AM \cdot ED + AE \cdot MD$$

$$\frac{CD \cdot AD}{AE \cdot DE} =$$

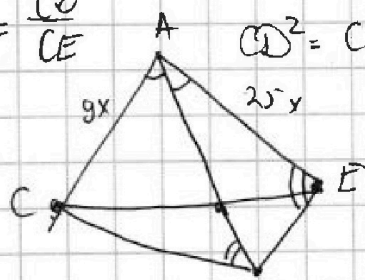
$$\angle AIC + \angle AIM + \angle CAM$$

$$\frac{AD \cdot BE}{AE} = \frac{AB \cdot ED}{EA} + BD$$

$$\angle 360^\circ$$

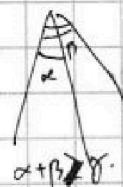
$$\frac{BD}{DE} = \frac{CB}{CD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{DE}{AB} =$$



$$CD^2 = CB \cdot 34y$$

$$\frac{9x}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{25x}$$



$$3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 6$$

$$20 + 16 + 32$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \leq 15$$

$$\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x-3z \geq 0 \\ y-2x-x^2+z \geq 0 \\ 225-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x \geq -7$$

$$-x \leq 7$$

$$y \geq -z + (x+1)^2 - 1$$

$$\frac{225}{209}$$

$$|x+1| \geq 0$$

$$3z \leq 5-x \leq 12$$

$$z \leq 4$$

$$x+1 \geq -6$$

$$-15 \leq z \leq 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A7. \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-xz+z}$$

$$(y-2x+2|y-3z|) = \sqrt{225-z^2}$$

$$\sqrt{-15 \leq z \leq 15}$$

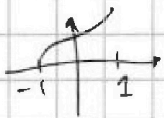
$$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p \quad \text{имеет } \geq 1 \text{ рн.}$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 + 6\cos x - p \rightarrow \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

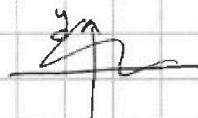
$$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 6\cos x + 3 - p = 0$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

$$f' = 12t^2 - 12t + 3 = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 \geq 0$$



$$t = \frac{1}{2}$$



$$x \leq 5-3z$$

$$5-3z \geq -7$$

$$12 \geq 3z$$

$$z \leq 4$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 - p = 0$$

$$p = -10$$

$$\begin{cases} -10 - p \leq 0 \\ -4 - p > 0 \end{cases} \begin{cases} p > -10 \\ p < -4 \end{cases} \quad 4 - 6 + 3 + 3 - p > 0$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\left(\sqrt[3]{4t} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{4} = -3 \cdot 2\sqrt[3]{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$3\sqrt[3]{4t} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\left(\sqrt[3]{4t} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 =$$

$$= \sqrt[3]{4t}^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{4t}^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} +$$

$$\left(\sqrt[3]{4t} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 = 4t^3 - 6\sqrt[3]{4t} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} +$$

$$3 \cdot \sqrt[3]{4t} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$4t^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{4t}^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} +$$

$$\sqrt[3]{2^4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$3 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$b; b_1, \dots, b_n = b_1^3$

$b_1^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ ;  $b_1^3 = x+4$ ;  $b_1'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)^{-2}}$   $a+b^2$ .

$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \\ (15x+6)(x-3)^2 \geq 0 \end{cases}$

$\frac{+}{-6/15} \quad \frac{+}{0} \quad \frac{+}{3} \rightarrow x$

$\begin{cases} x > 3 \\ x < -6/15 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 3 \\ x < -6/15 \end{cases}$

$b_1^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}}$ ;  $b_1^3 = x+4$ ;  $\begin{cases} x > 3 \\ x < -6/15 \end{cases}$   $b_1^4 \sqrt{2^3} = \frac{2\sqrt{2}}{4}$

Если  $x > 3$ :  $b_1^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}}$   $x-2 \cdot \frac{1}{x-3}$ ;  $b_1^3 = x+4$ .  $b_1'' = b = \frac{2\sqrt{2^2}}{4\sqrt{2^3}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2^3}}$

$q^6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}}$   $15x+6 = a$   $x+4 = b$

$\begin{cases} a+c = a+b \\ c^2 = ab \end{cases} \rightarrow \frac{c^2}{\sqrt{c^3}} = \frac{c+7}{\sqrt{c^3}}$

$\boxed{c > 3}$ :  $3(5x+2)$   $5x+2 \leq a$   $x-3 = b$

$b_1^3 = \sqrt{\frac{a}{c^3}}$ ;  $b_1^3 = \sqrt[3]{c+7}$ ;  $b_1'' = \sqrt{ac}$

$b_1^3 = \sqrt{\frac{a}{c}} \cdot \frac{1}{c}$   $b_1^3 = c+7$ ;  $b_1^{11} = \sqrt{ac}$   $\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2^3}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2^3}} = \frac{2}{4\sqrt{2}}$

$q^8 = \frac{\sqrt{ac} \cdot c \sqrt{c}}{\sqrt{a}} = c^2$   $q = \sqrt[8]{c^2} = \sqrt[4]{c}$   $\frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{4\sqrt{2}}$

$b = \frac{c+7}{\sqrt{c^3}}$   $q^2 = \frac{\sqrt{ac}}{c+7}$   $\sqrt{a} = c+7$   $q^3 = c^{\frac{1}{4} \cdot 3} = \sqrt[4]{c^3} = \frac{2\sqrt{2}}{4}$

$b_1^3 = \frac{c+7}{c\sqrt{c}}$ ;  $b_1^3 = c+7$ ;  $b_1^{11} = (c+7)\sqrt{c}$

$b = \frac{c+7}{c\sqrt{c} \cdot \sqrt{c^3}} = \sqrt{15x+6} = x+4$   $q = \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{c}$   $\frac{c+7}{\sqrt{c^3}} \cdot \frac{c+7}{\sqrt{c}} = \sqrt{c}$

$15x+6 = a$   $x-3 = c$   $b_1^4 = \sqrt{\frac{a}{c^3}} = \sqrt[3]{c+7}$ ;  $b_{10} = c+7$ ;  $b_{12} = \sqrt{ac}$   $\sqrt[4]{\frac{1}{c^3}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$

$\sqrt{a} = 819$

$x > 3$   $q^8 = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{c}} = \sqrt{c} \cdot \sqrt{c} = c^2$   $q = \sqrt[4]{c}$

$b = \frac{c+7}{\sqrt{c^3}}$   $\frac{c+7}{\sqrt{c^3}} \cdot \sqrt[4]{c^3} = \sqrt{c} \cdot (c+7) \sqrt{c}$