



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

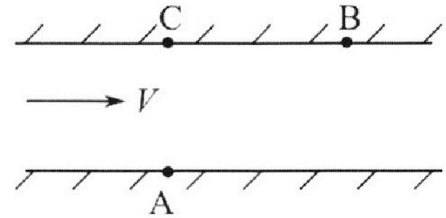
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.
 - 2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.
- В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.
- 3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м.

Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

- 1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?
- 2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

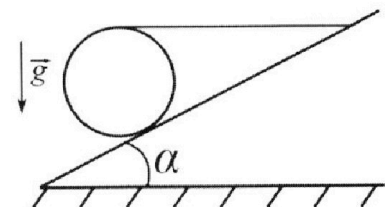
Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.

- 1) Найдите силу T натяжения нити.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

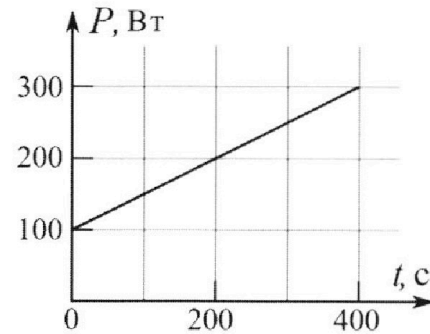


4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25^\circ\text{C}$?

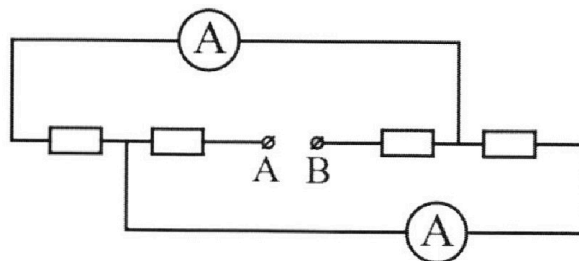
Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Найдите напряжение U источника.



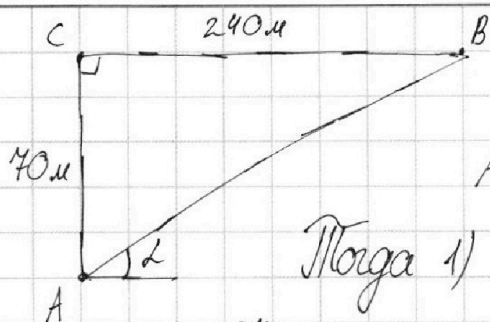
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача N1

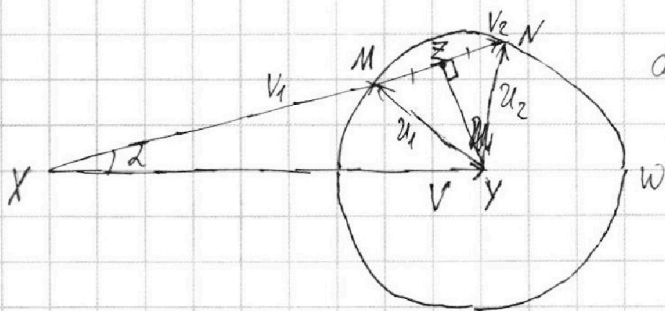
$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{40^2 + 240^2} = 250 \text{ м}$$

Тогда 1) $V_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{250}{192} = \frac{125}{86} \text{ м/с}$ - т.к. повец движется прямо линейно

$$\cos d = \frac{24}{25}$$

$$V_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{250}{414} \text{ м/с}$$

2) Нарисуем вектор V и вектор u во всех возможных направлениях u (векторы u начинаются в конце вектора V):



окр. ω - все возможные окончания векторов u .

u_1 и u_2 - векторы u в первых двух замыканиях.

~~Треугольник, составленный из u_1, u_2 и $(V_2 - V_1)$ - р/д~~

Треугольник MYN - р/д $\Rightarrow Z$ - середина MN и $\angle XZY = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow XZ = XY \cdot \cos d \Rightarrow \frac{XZ}{\cos d} = XY. \quad XY = V \quad XZ = \frac{V_1 + V_2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + V_2}{2 \cos d} = V. \quad \text{Степень точки X относ. } \omega = XM \cdot XN =$$

$$= XY^2 - YM^2 \Rightarrow V_1 \cdot V_2 = V^2 - u^2 \Rightarrow u^2 = V^2 - V_1 V_2 = \frac{(V_1 + V_2)^2}{4 \cos^2 d} - V_1 V_2 =$$

$$= \frac{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 V_2 - 4V_1 V_2 \cdot \cos^2 d}{4 \cos^2 d} = \frac{V_1^2 + V_2^2 - V_1 V_2 (4 \cos^2 d - 2)}{4 \cos^2 d} =$$

$$= \frac{12 \cdot 5^6}{86^2} + \frac{5^6 \cdot 2^2}{414^2} - \frac{5^6 \cdot 2}{86 \cdot 414} \left(4 \cdot \frac{2^6 \cdot 3^2}{5^4} - 2 \right) = \frac{5^{10} (414^2 + 86^2 \cdot 2^2 - 86 \cdot 414)}{4 \cdot \frac{2^6 \cdot 3^2}{5^4}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$H = v_y T - \frac{gT^2}{2} = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16,2}{10}} =$$

$$= \frac{2}{10} \sqrt{81} = \frac{9}{5} \text{ с} = 1,8 \text{ с} \text{ Тогда } 2) t_1 = \frac{5}{3} T = \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{5} = \boxed{3 \text{ с}}$$

$$1) h = v_y \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = gT \cdot \frac{5}{3} T - \frac{gT^2 \cdot 25}{2} = gT^2 \left(\frac{5}{3} - \frac{25}{18} \right) = \frac{5}{18} gT^2 =$$
$$\frac{5}{18} \cdot 10 \cdot \frac{81}{25} \text{ м} = \boxed{9 \text{ м}}$$

3) Заметим, что вертикальная проекция скорости мяча после удара в обоих случаях одинаковая \Rightarrow время полета после удара тоже одинаково и равно $2T - t_1 = \frac{1}{3}T$. Пусть v_x — ~~скорость мяча~~

проекция скорости мяча на ось X прямо до удара, тогда после удара проекция скорости = в том случае $-v_x$, а во 2ом $-v_x - 2u$. d — разность расстояний между

$$\text{точками падения и стенкой} = \left| \frac{1}{3}T(-v_x - 2u) - \frac{1}{3}T(-v_x) \right| = \frac{1}{3}T \cdot 2u$$
$$= \left| -\frac{1}{3}T \cdot 2u \right| = \left| -\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot 4 \text{ м} \right| = \boxed{2,4 \text{ м}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

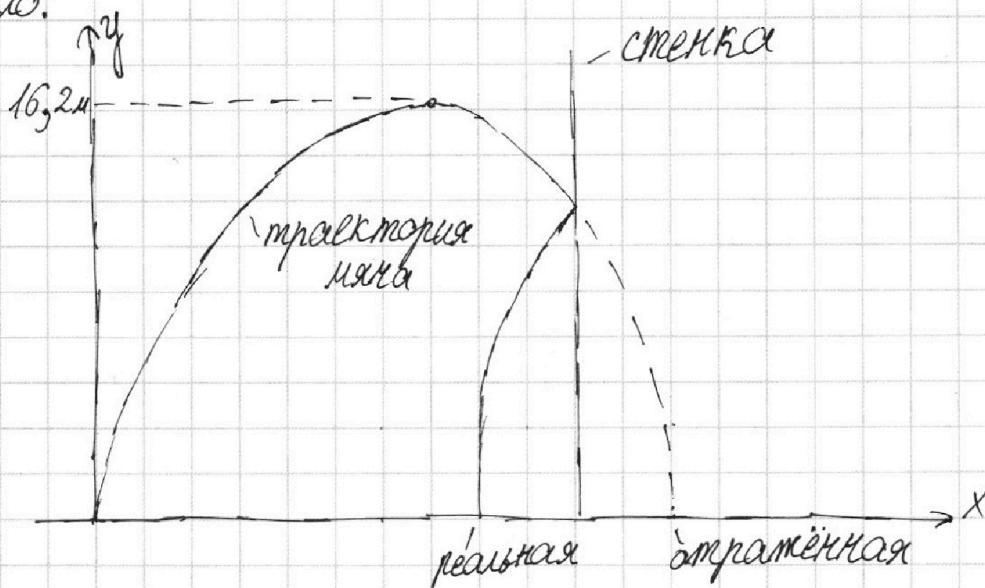
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Заметим, что после удара о стенку ^{вертикальная} ~~горизонтальная~~ проекция скорости мяча не изменилась, а горизонтальная ^и ~~поменяла~~ ^{поменяла} знак \Rightarrow если мы симметрично отразим траекторию полёта мяча после удара относ. стенки, то получим ~~такую~~ такую траекторию, как если бы стенки не было:



По оси x мячик движется линейно \Rightarrow пусть на весь полёт он затратил время $2T$. Тогда до высшей точки он летел T , а до момента столкновения $\frac{5}{6} \cdot 2T = \frac{5}{3}T$

В высшей точке вертикальная проекция скорости мяча $= 0$
 $\Rightarrow v_y = gT$, где v_y - проекция начальной скорости мяча на y .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

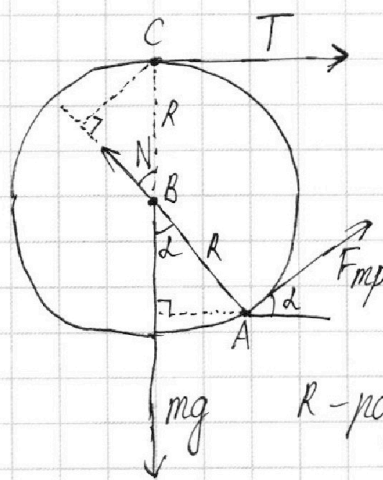
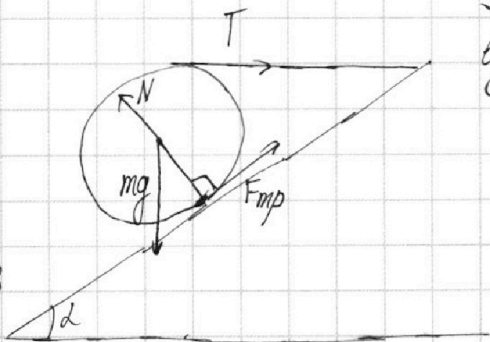
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3

Расставим на рисунке силы, действующие на шар:

$$\sin \alpha = 0,6$$
$$\cos \alpha = 0,8$$



Запишем уравнения моментов

сил относительно точек A, B, C:

$$1) A: T \cdot (R + R \cos \alpha) = mg \cdot R \sin \alpha$$

$$T \cdot (1 + 0,8) = mg \cdot 0,6$$

$$T = \frac{mg}{3} = \boxed{10 \text{ Н}}$$

$$2) B: F_{mp} \cdot R = T \cdot R$$

$$F_{mp} = T = \boxed{10 \text{ Н}}$$

$$3) C: F_{mp} \cdot (R + R \cos \alpha) = N \cdot R \sin \alpha$$

$$F_{mp} = \frac{N}{3} \quad F_{mp} \leq \mu N$$

$$\mu N \geq \frac{N}{3}$$

$$\mu \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \text{при } \mu \geq \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$1) P_H = I^2 R = \boxed{500 \text{ Вт}}$$

2) \tilde{t} - то, на сколько нагреется вода, $\tilde{t} = \tilde{t}_1 - \tilde{t}_0$, ΔQ - то, насколько изменится её внутренняя энергия, $\Delta Q = cV \rho \cdot \Delta t$

Формула зависимости мощности тепловых потерь от времени $P(t) = 100 \text{ Вт} + 100 \text{ Вт} \cdot \frac{t}{200 \text{ с}} = 100 \text{ Вт} + \frac{t \cdot 100}{200}$

Поскольку Q - внутренняя энергия воды $\Rightarrow dQ = P_H dt - P dt =$

$$= 500 \text{ Вт} \cdot dt - 100 \text{ Вт} dt - \frac{100}{200} t dt = \left(400 dt - \frac{t dt}{200} \right) \text{ Вт} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \int_{t=0}^{t=T} \left(400 dt - \frac{t dt}{200} \right) \text{ Вт} = \left(400 T - \frac{T^2}{400} \right) \text{ Вт}$$

$$\Delta Q = cV\rho(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = 45600 \text{ Дж} \Rightarrow \frac{T^2}{400} - 400T + 45600 \text{ с} = 0$$

$$D = 400^2 - 45600 \cdot \frac{4}{4} = 84400$$

$$T = \frac{400 - \sqrt{84400}}{\frac{1}{200}} = (400 - 20\sqrt{211}) 200 = 400 \text{ с} \cdot (20 - \sqrt{211}) =$$

$$= 40 \cdot 5,4 = \boxed{216 \text{ с}} \quad \left(-\sqrt{D} \right) \text{ т.к. } P_H > P - \text{нам нужен } \frac{22}{14,6} \text{ меньший ко-}$$

рень)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

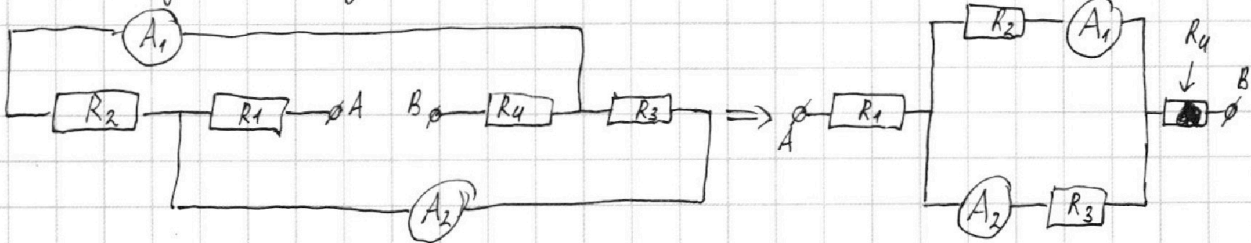
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Перерисуем схему:



1) Так как показания A_1 и A_2 не равны $\Rightarrow R_2 \neq R_3$. Меньший ток $= I_1 = 1A$

$$\Rightarrow \text{большой} = \frac{I_1 \cdot 40 \Omega}{20 \Omega} = 2I_1 = I_2 = \boxed{2A}$$

2) Тогда эквивалентное сопротивление $= \left(\frac{20 \cdot 40}{20 + 40} + 20 + 40 \right) \Omega =$

$$= \left(60 + \frac{80}{3} \right) \Omega = \frac{180 + 80}{3} \Omega = \frac{260}{3} \Omega \neq$$

А сила тока на источнике $= I_1 + I_2 = 3A \Rightarrow U = \frac{260}{3} \cdot 3 = \boxed{260V}$



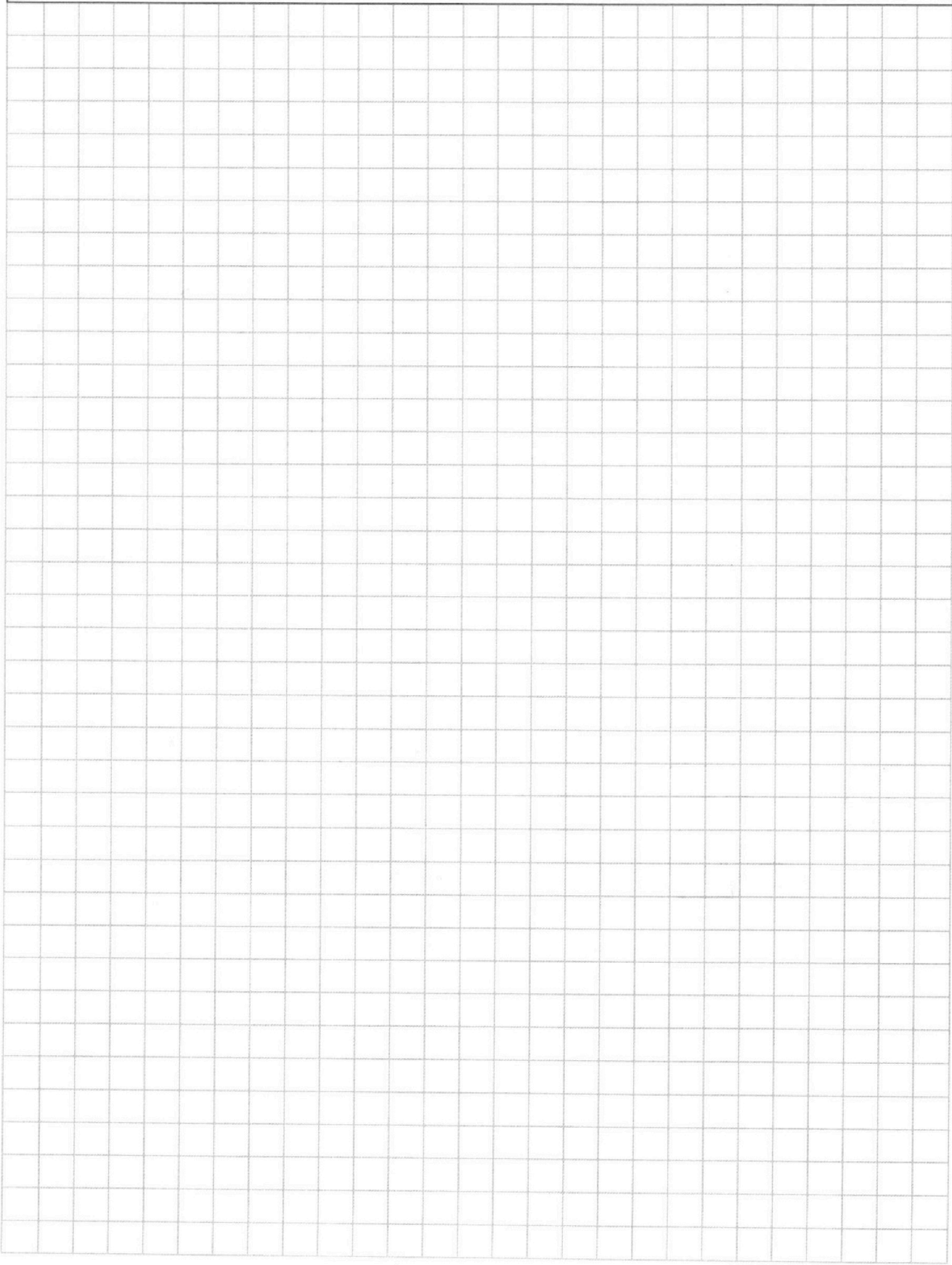
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





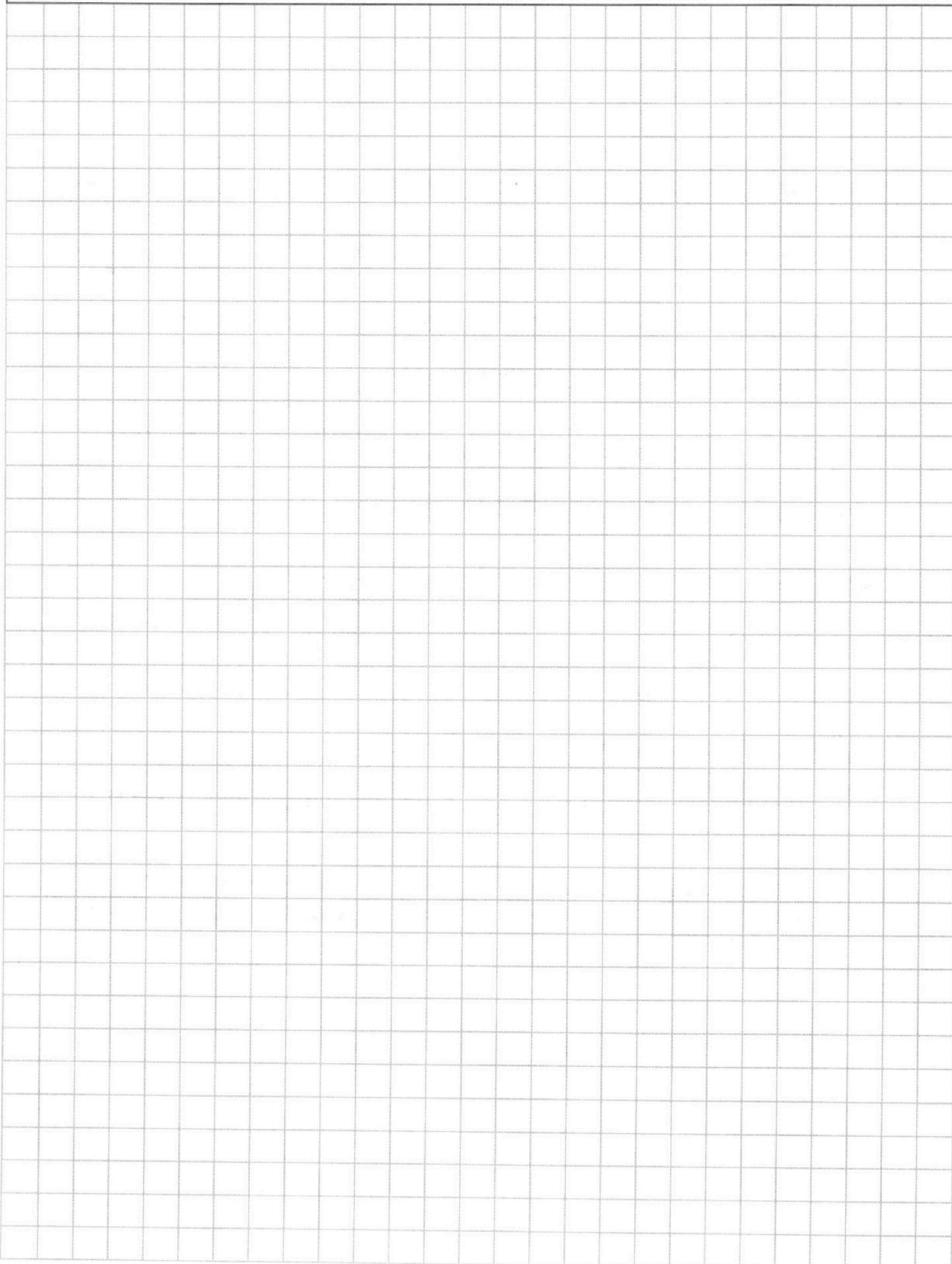
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





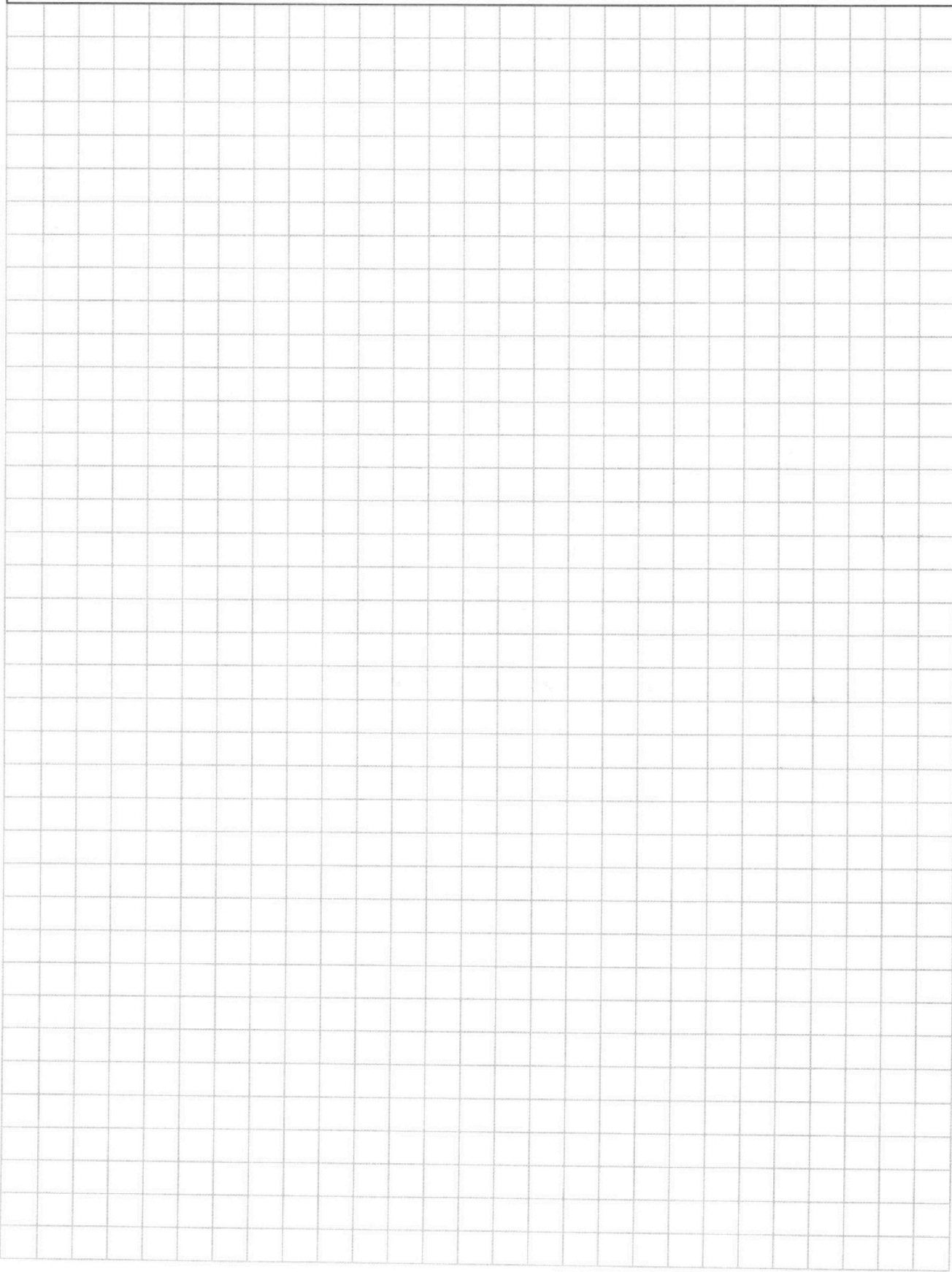
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

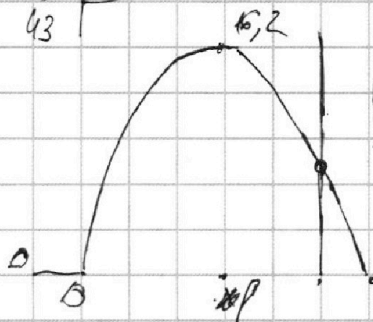
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$414 = (100 + \frac{114}{3}) \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 86 \overline{) 2} \\ 43 \end{array}$$



$$\sqrt{84400} = 290$$

$$= 20\sqrt{211}$$

$$139 \cdot 3$$

$$k \cdot x(x - 2l) = 16,2$$

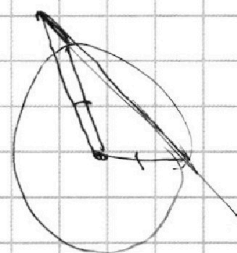
$$k \cdot l(l - 2l) = 16,2$$

$$-kl^2/1\mu = 16,2 \mu$$

$$-kl^2 = 16,2 \mu^2$$

$$\frac{V_0 - V_{x1}}{V_{y1}} = \frac{V_0 - V_{x2}}{V_{y2}}$$

$$V_{x1}^2 + V_{y1}^2 = V_{x2}^2 + V_{y2}^2$$



$$\frac{250}{192} \cdot 250$$

$$\frac{5}{6} 2l = \frac{5}{3} l$$

$$\begin{array}{r} 211 \overline{) 14} \\ 14 \end{array}$$

$$32,4 \sqrt{3,24} = 4900$$

$$k \cdot \frac{5}{3} l (\frac{5}{3} l - 2l) = \frac{5}{3} kl \cdot (-\frac{1}{3} l) =$$

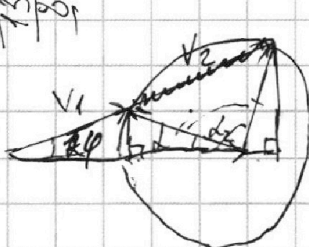
$$\frac{24 \cdot 54600}{4900} = -kl^2 \cdot \frac{5}{9} = 16,2 \cdot \frac{5}{9} =$$

$$\frac{490}{50+30+1} = 81/9 = 9 \mu$$

$$V_1 V_2 = V^2 - U^2$$

$$\begin{array}{r} 211 \overline{) 13} \\ 13 \end{array}$$

$$350 \mu$$



$$V_y = gt_1$$

$$H = V_y t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{9}{5} c$$

$$\sqrt{\frac{31 \cdot 324}{100 \cdot 25}} = \frac{9}{5}$$

$$D = 100000 - 15600 = 84400$$

$$(V - U_x)^2 + U_y^2 = V_1^2$$

$$h = V_y t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = gt_1 \cdot \frac{5}{3} t_1 - \frac{g \cdot 25 t_1^2}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 414 \\ + 443 \\ \hline 1254 \\ + 1868 \\ \hline 4931 \end{array}$$

$$\frac{V - U \cos \alpha_1}{U \sin \alpha_1} = \frac{V - U \cos \alpha_2}{U \sin \alpha_2} = \frac{24}{4}$$

$$= gt_1^2 \left(\frac{5}{3} - \frac{25}{18} \right) =$$

$$= gt_1^2 \left(\frac{10}{6} - \frac{25}{18} \right) =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{81}{25} \cdot \frac{81}{91} = 9$$

$$\frac{V - U \cos \alpha_1}{V_1 \cos \alpha_1} = \frac{V - U \cos \alpha_2}{V_2 \cos \alpha_2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{u \sin d_1}{v_1 \sin \varphi} = \frac{u \sin d_2}{v_2 \sin \varphi} \quad \frac{\sin d_1}{v_1} = \frac{\sin d_2}{v_2} \quad \frac{\sin d_1}{\sin d_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$400 \cdot 216 - \frac{216 \cdot 216}{4} = 216 \cdot (400 - 54) =$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 146 \\ \hline 1296 \\ \times 146 \\ \hline 584 \\ \times 146 \\ \hline 21316 \end{array}$$

$$\frac{V - u \cos d_1}{\sin d_1} = \frac{V - u \cos d_2}{\sin d_2}$$

$$\frac{V - u \cos d_1}{V - u \cos d_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\cos^2 d_1 = 1 - \sin^2 d_1 = 1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \sin^2 d_2 =$$

$$= 1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} (1 - \cos^2 d_2) =$$

$$= 1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} + \frac{v_1^2}{v_2^2} \cos^2 d_2$$

$$213,16 \quad V - u \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \sin^2 d_2} = \frac{v_1}{v_2} V - u \cos d_2 \frac{v_1}{v_2}$$

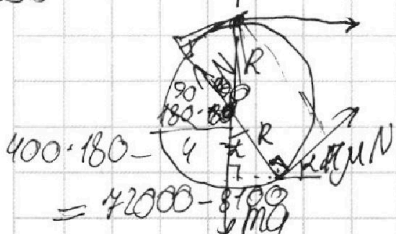
$$54 \cdot 4 = 216$$

$$V \left(1 - \frac{v_1}{v_2}\right) = u \left(\cos d_2 \frac{v_1}{v_2} \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \sin^2 d_2} - \cos d_2 \frac{v_1}{v_2} \right)$$

$$V^2 \left(1 - \frac{v_1}{v_2}\right)^2 = u^2 \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \sin^2 d_2 + \frac{v_1^2}{v_2^2} (1 - \sin^2 d_2)\right) - 2u \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \sin^2 d_2} \cos d_2 \frac{v_1}{v_2}$$

$$(1 + \cos d_2) R$$

$$2 \cdot 4200 \cdot 9 = 75600$$



$$T = \frac{3}{4} R = 0,5 R m g$$

$$T = \frac{m g}{3} = 4 \mu N$$

$$160000 - \frac{4}{4} \cdot 45600 = T = \mu N$$

$$400 \cdot 200 - 200 \cdot 300 = \mu N \cdot R \cdot 0,8 = \mu N \cdot R \cdot 0,6$$

$$40(200 \sqrt{211})$$

$$200 \cdot 300 - 100 \cdot 300 = \mu N \cdot R \cdot 0,6 = \mu N \cdot R \cdot 1,8$$

$$40,5 \approx 2000$$

$$= 10000(10 - 3) =$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$400 - 50 \cdot \frac{t}{1000}$$

$$\approx 4 \cdot 10^4$$

$$400 \sqrt{20 \sqrt{211}} \cdot 2$$

$$dQ = (400 - 50 \cdot \frac{t}{1000}) dt$$

$$\frac{r}{4} - 400t + 45600 = 0$$

$$45600 = Q = 400t - 50 \cdot \frac{t^2}{2000} =$$

$$= 400 \cdot 200 - 50 \cdot 200$$