



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_n = a_1 + 6(n-1)$$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 \\ a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = a_1 + 8b = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = (x^2 + 2x)^2 - 3x - 3 \\ 4b = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b = 2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 \\ 4b = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x^2(x^2 + 4x + 4) &= 3x^2 - x^2(x^2 + 4x + 4) \\ 3x^2(x^2 + 4x + 4) - 6x - 6 &= 3x^2 \\ x^2(x^2 + 4x + 4) - 2x - 2 &= x^2 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 - x^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

	1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	-2	0
-1	1	2	-2	0	

$$\begin{aligned} (x+1)^2(x^2+2x-2) &= 0 \\ \frac{1}{4} = 1+2=3 \quad x &= -1 \pm \sqrt{3} \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

1) $x = -1$
 $a_3 = 0 \quad a_5 = 1 \quad a_9 = 3$

2) $x = -1 - \sqrt{3}$
 $a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$
 $a_5 = ((-1-\sqrt{3})^2 - 2 - 2\sqrt{3})^2 = 4$
 $a_9 = 3(4 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$
 $a_3 < a_5 < a_9$

3) $x = -1 + \sqrt{3}$
 $a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$
 $a_5 = ((\sqrt{3}-1)^2 - 2 + 2\sqrt{3})^2 = 4$
 $a_9 = (\sqrt{3}-1)^2 \cdot 3 = 12 - 6\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} a_3 \vee a_5 & \quad 3\sqrt{3} \vee 4 \\ 9 \cdot 3 \vee 16 & \Rightarrow a_3 > a_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_5 \vee a_9 & \quad 4 \vee 12 - 6\sqrt{3} \Rightarrow a_5 > a_9 \quad a_3 > a_5 > a_9 \\ 6\sqrt{3} \vee 8 & \quad 3\sqrt{3} \vee 4 \Rightarrow a_3 > a_5 \\ \text{Ответ: } x &= -1; -1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

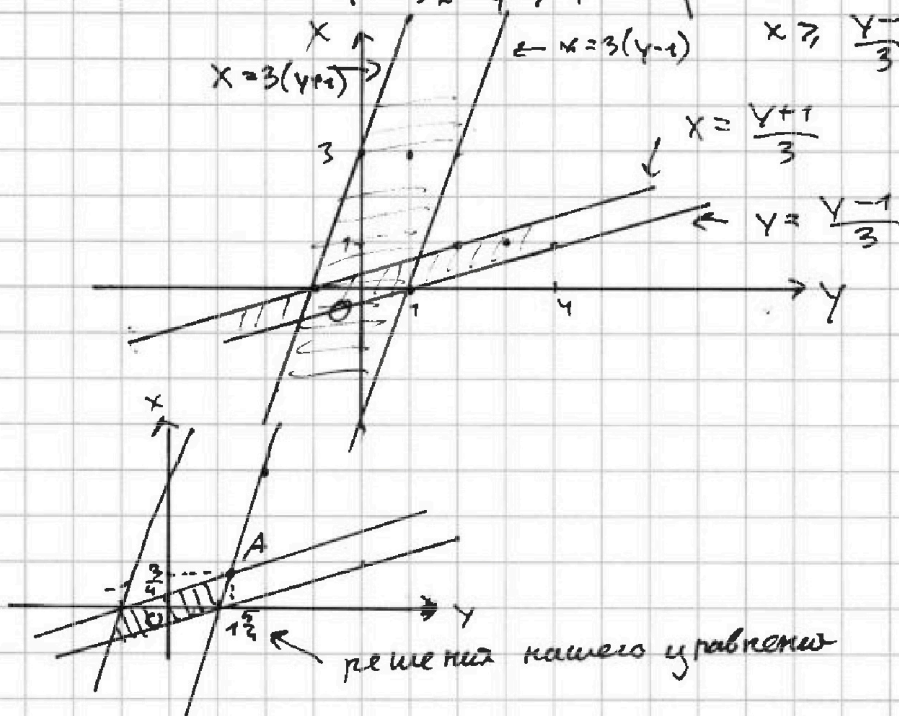
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$4y + 8x = 4(y + 2x)$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3(y + 1) \\ x \geq 3(y - 1) \\ x \leq \frac{y + 1}{3} \\ x \geq \frac{y - 1}{3} \end{cases}$$



$4(y + 2x)$ - принимает максим. знач. в точке A т.к. в ней максимально возможное значение x и y

A - пересечение 2х прямых $x = \frac{y+1}{3}$ и $x = 3(y-1)$

$$\frac{y+1}{3} = 3(y-1)$$

$$y+1 = 9y-9$$

$$8y = 10$$

$$y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$x = 3\left(\frac{5}{4} - 1\right) = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\max(4y + 8x) = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11

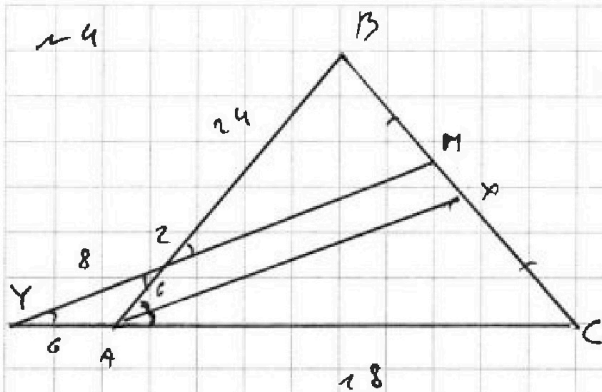
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано
 $\triangle ABC$ - треуголь.
 $ZM \parallel AX$
 $BM = MC$
 AX - бис. $\angle BAC$
 $AC = 18$
 $AZ = 9$
 $YZ = 8$
 Найти.
 BC - ?

$$\angle XAC = 2 = \frac{1}{2} \angle BAC$$

$$\angle ZAX = \angle BZM - \text{т.к. } ZM \parallel AX$$

$$\angle BZAX = \angle XAC$$

$$\angle BZM = 2$$

$$\angle YZA = \angle BZM - \text{п.п. накрест. ветв.}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle ZYA = 180 - \angle YZA - \angle ZAY \\ \angle ZAY = 180 - 2 \cdot 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle ZYA = 180 - 2 \cdot (180 - 2) = 22 - 2 = 2$$

$$\angle ZXA = \angle YZA = 2 \Rightarrow \triangle AYZ - \text{р.и.} \Rightarrow ZA = YA = 9$$

По т. Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MY

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1 \Rightarrow \frac{BZ}{9} \cdot \frac{9}{24} = 1 \Rightarrow \frac{BZ}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

$$CM = MB$$

$$YC = YA + AC = 9 + 18 = 27$$

$$AB = BZ + AZ = 6 + 24 = 30$$

По т. косинусов для $\triangle ZYA$

$$YZ^2 = YA^2 + ZA^2 - 2YA \cdot ZA \cdot \cos(180 - 22) \Rightarrow 64 = 36 + 36 - 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 22)$$

$$64 = 72 - 72 \cos(180 - 22) \Rightarrow 72 \cos(180 - 22) = 8 \Rightarrow \cos(180 - 22) = \frac{1}{9}$$

$$\cos(180 - 22) = -\cos 22 = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos 22 = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и ч - продолж.

По теор. косинус. для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha \quad AB = 30$$

$$BC^2 = 900 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot -\frac{1}{9} \quad AC = 18$$

$$BC^2 = 1224 + 2 \cdot 30 \cdot 2 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344}$$

$$\text{Ответ } BC = \sqrt{1344}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Проверка $\begin{cases} 0 \leq y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ 6 + 5x - y^2 \geq 0 \end{cases}$

$$0 \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \leq 6$$
$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2} \geq 0$$

$$6 + 5 \cdot \frac{5 + \sqrt{13}}{2} - \left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right)^2 =$$
$$= 6 + \frac{25 + 5\sqrt{13}}{2} - \frac{25 + 13 + 10\sqrt{13}}{4} =$$
$$= \frac{24 + 50 + 10\sqrt{13} - 25 - 13 - 10\sqrt{13}}{4} =$$
$$= \frac{74 - 38}{4} \geq 0$$

Ответ: $\left(x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} ; y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5. продолжение.

$$\begin{cases} a = b+1 & a, b > 0 \\ a = b-2 \\ a = \sqrt{x+1} \\ b = \sqrt{6-x} \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1 \\ 2) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} - 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1) \sqrt{x+1} &= \sqrt{6-x} + 1 \\ x+1 &= 6-x+1+2\sqrt{6-x} \\ 2x-6 &= 2\sqrt{6-x} \\ x-3 &= \sqrt{6-x} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x^2-6x+9 = 6-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x^2-5x+3=0 \end{cases} \quad D = 25-4 \cdot 3 = 13$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \frac{5+\sqrt{13}}{2} \sqrt{3} \\ \frac{5+\sqrt{13}}{2} \sqrt{6} \\ \frac{\sqrt{13}}{2} \sqrt{1} \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} - 2$$

~~$$\sqrt{6-x} + 2 = \sqrt{x+1}$$~~

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$x+1+4+4\sqrt{x+1} = 6-x$$

$$2x+4\sqrt{x+1}-1=0$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x$$

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ 16(x+1) = 1-4x+4x^2 \end{cases}$$

$$16(x+1) = 1-4x+4x^2$$

$$\begin{cases} 2x \leq 1 \\ 16x+16 = 1-4x+4x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4x^2-20x-15=0 \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 100+15 \cdot 4 = 160$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{160}}{4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} & 2,5-\sqrt{10} < 0 \\ x = 2,5-\sqrt{10} & 0 < \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ 0 \leq x \leq 6 & \frac{5+\sqrt{13}}{2} \leq 6 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{l} \frac{5+\sqrt{13}}{2} \sqrt{6} \\ 5+\sqrt{13} \sqrt{12} \\ \sqrt{13} \sqrt{1} \\ 13 < 49 \end{array}$$

$$\sqrt{10} + \frac{5}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2,5 \pm \sqrt{10} \\ x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2,5-\sqrt{10} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

OD3

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ 6 + 5x - y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$f(t) = t^4 + 5t^2 + \sqrt{t}$ — возрастает на области определения т.к. $f'(t) > 0$ возрастает при $t \geq 0$

$$\begin{cases} f(x) = f(y) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x = y$$

т.к. $f(\cdot)$ — возраст. функция. Сумма возраст. функций — возрастает.

$x = y; x \geq 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+5x+6}$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ -x^2+5x+6 = -(x+1)(x-6) \geq 0 \end{cases}$$

$a = \sqrt{x+1}$

$b = \sqrt{6-x}$

$a - b + 5 = 2a \cdot b$

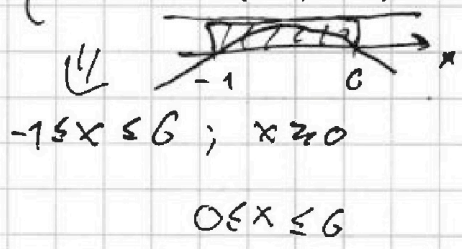
$a - 2ab - b + 5 = 0; a, b \geq 0$

$a^2 + b^2 = x+1 + 6-x = 7$

$$\begin{cases} a - 2ab - b + 5 = 0 \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 + a - b = 2 \\ (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0; t = a-b \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 + t - 2 = 0 \\ t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b + 1 \\ a = b - 2 \end{cases}$$





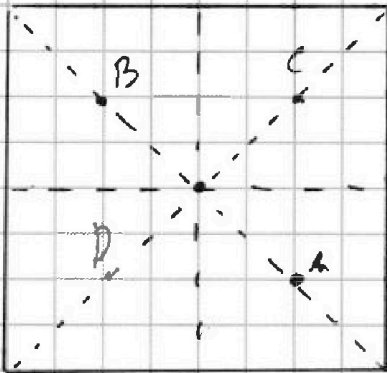
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



Всего узлов будет. $9 \cdot 9 = 81$

(сеток лежит на осях 32 (сетка не считаем))

- 1) Если мы выбираем клетку, она лежит на оси и ей зеркальную, то у нас она может повтор. только еще 1 раз при повороте (А и В) переходят в (С и D)

$$\frac{32}{2} = 8$$

(в остальных случаях клетки можно повторить 4-мя поворотами)

- 2) мы выбираем только клетки на осях, но не зеркальные

$$\frac{32 \cdot (32 - 1 - 1)}{4} = \frac{32 \cdot 30}{4} = \frac{8 \cdot 30}{2} = 4 \cdot 30$$

- 3) Выбираем одну клетку на оси и 1 не на осях.
- $$\frac{32 \cdot (81 - 32)}{4} = 8 \cdot 49$$

- 4) Выбираем 2 клетки не на осях.
- $$81 - 32 = 49$$
- $$\frac{C_{49}^2}{4} = \frac{49!}{2! \cdot 47!} = \frac{48 \cdot 49}{2 \cdot 4} = 6 \cdot 49$$

$$1) + 2) + 3) + 4) = 8 + 4 \cdot 30 + 8 \cdot 49 + 6 \cdot 49 = 814$$

Ответ: 814

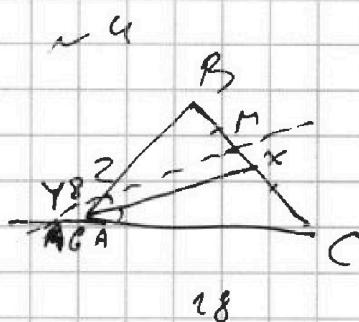


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

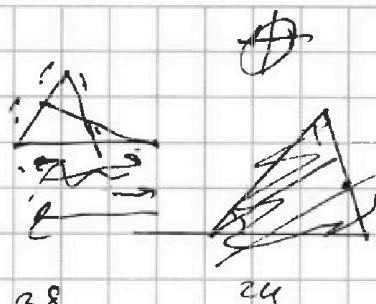
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

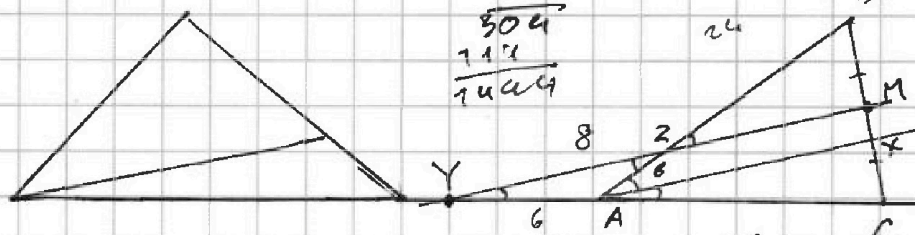


BC=?
AC=18
AZ=6
YZ=8



$$\begin{array}{r} 32 \\ + 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 64 \\ \hline 8 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 38 \\ + 38 \\ \hline 76 \\ 114 \\ \hline 1414 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 38 \\ \hline 76 \\ 304 \\ \hline 214 \\ 1 \\ \hline 215 \\ 214 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$1 \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$\frac{BZ}{24} = 1 \quad BZ = 24$$

$$\frac{8}{72} = \frac{4}{36} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

$$6^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cos(180-22)$$

$$6^2 = 72 - 72 \cos(180-22)$$

$$22 \cos(\) = 8$$

$$\cos(180-22) = \frac{1}{9}$$

$$-\cos 22 = \frac{1}{9}$$

$$\cos 22 = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cos 22$$

$$1224 + 120 = 1344$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 200 \\ \hline 700 \\ 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ + 18 \\ \hline 318 \\ 444 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ + 324 \\ \hline 1224 \end{array}$$

$$72 - 64 = 8$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 38 \\ \hline 76 \\ 114 \\ \hline 1414 \end{array}$$

$$- \cos 22$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ 44 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$60 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}$$

8100

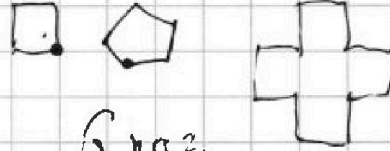
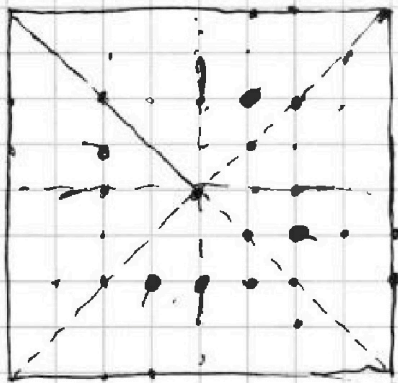
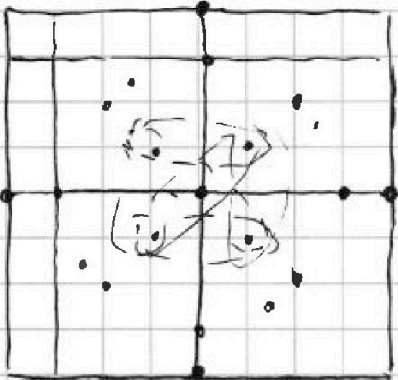


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



браз

$$120 + 8 + 688 = 816$$

не на осях сим.
не на углах квадрата

$$\begin{array}{r} + 688 \\ + 120 \\ \hline 816 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 196 \\ + 49 \\ \hline 245 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 72 \\ \hline 9 \end{array}$$

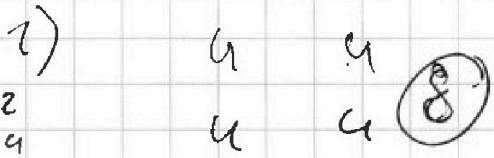
$$\begin{array}{r} 81 \\ - 72 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 16 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 16 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$9 \cdot 9 = 81 - \text{узелок}$$

$$\frac{32}{2} = 16 = 8$$



если мы в 2 точки
на этих осях каждой зеркаль

$$\begin{array}{r} 392 \\ + 294 \\ + 120 \\ \hline 816 \end{array}$$

$$8 \cdot 4 = 32 - \text{точки на осях}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\frac{C_{32}^2}{2} = \frac{32 \cdot 31}{2 \cdot 2} = 246$$

3)

$$(81 - 32) = 49$$

$$\frac{C_{49}^2}{2}$$

$$\frac{49 \cdot 48}{2} = 1176$$

$$\frac{32 \cdot 30}{2} = 480$$

$$\frac{49 \cdot 8}{2} = 196$$

$$8 + 120 + 392 + 294$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 294 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 8 \\ \hline 392 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ay + 8x = 9(y + 2x)$$

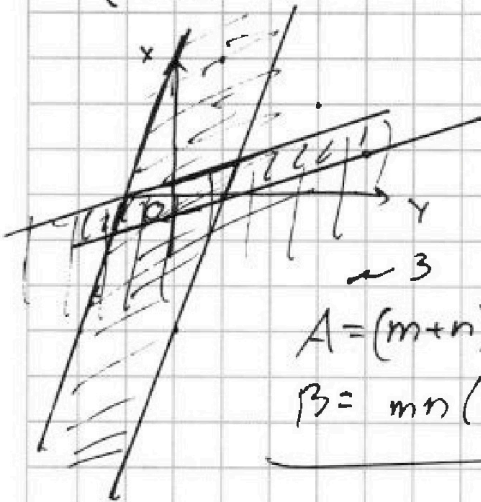
$$(a-b)^2 + 2(a-b) - 2ab = 9$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - 4y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - 4y \leq 1 \\ 3x - 4y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3(y+1) \\ x \geq 3(y-1) \\ x \leq \frac{1+y}{3} \\ x \geq \frac{y-1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t &= a-b \\ t^2 + t - 2 &= 0 \\ D &= 1+8=9 \\ t &= \frac{-1 \pm 3}{2} \\ t &= 1 \\ t &= -2 \end{aligned}$$



$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = 13p^2$$

$$B = mn(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 15q^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + a - b + 9 = 9$$

$$(a-b)^2 + (a-b) = 2$$

$$(a-b)(a-b+1) = 2$$

$$18 + 10\sqrt{5} - 4\sqrt{2} - 20$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{4} = y^4 - \sqrt{x+5}y^2$$

$$\begin{cases} x \geq 0 & 6-x \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 6 \\ 6+5x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+5x^2+x^4} = \sqrt{4+5y^2+y^4}$$

$$6+5x-x^2 \geq 0$$

$$y^2 \leq 5x+6$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$f(x) \nearrow \quad f(y) \nearrow$$

$$x \geq y$$

$$\begin{cases} x \geq 0 & 4 \leq \sqrt{2\sqrt{10}} \\ y \geq 0 & 2 \leq \sqrt{10} \\ & 4 \leq \sqrt{10} \end{cases}$$

$$-x^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$(x+1)(x-6) \geq 0$$

$$(x+1)(x-6) \leq 0$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{-(x+1)(x-6)}$$

$$\sqrt{x+1} = a$$

$$\sqrt{6-x} = b$$

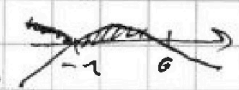
$$a^2 + b^2 = x+1+6-x=7$$

$$-1 \leq x \leq 6$$

$$x \geq -1$$

$$x \leq 6$$

$$x \geq 0$$



$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = \sqrt{-x^2+6x+6-x} = \sqrt{-x^2+5x+6}$$

$$a - 2ab - b + 5 = 0 \quad a(1-2b) + 5 + b = 0$$

$$160 = 4^2 \cdot 10 \quad 4\sqrt{10} \quad \frac{10 \pm 4\sqrt{10}}{4}$$

$$\frac{5}{2} \pm \sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+b, a+2b, a+3b, a+4b, a+5b, a+6b, a+7b, a+8b$$

" $3x+3$ $(x^2+2x)^2$ $3x^2$

$$a_n = a_1 + b(n-1)$$

3 строки

$$\begin{cases} a+2b = 3x+3 \\ a+4b = (x^2+2x)^2 = x^2(x+2)^2 \\ a+8b = 3x^2 \end{cases}$$

$$= -1\sqrt{3} \\ = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$3(1+\sqrt{3})^2 = 3(1+3+2\sqrt{3}) = 12+6\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 2b = (x^2+2x)^2 - 3x - 3 \\ 4b = 3x^2 - (x^2+2x)^2 \end{cases}$$

$$2b = ((1+\sqrt{3})^2 - 2 - 3\sqrt{3})^2 + 3 + 3\sqrt{3} - 3 \\ 1 + 3 + 2\sqrt{3} \quad 4 + 3\sqrt{3} = 2b \\ b = 2 + \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$2(x^2+2x)^2 - 2(3x+3) = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$3(x^2+2x)^2 = 6x+6 + 3x^2 = 3(x^2+2x+2)$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0$$

$$(x^2+2x)^2 = x^2+2x+2 \quad \} \quad x^4+4x^2+4x^3 = x^2+2x+2$$

$$\begin{array}{r|rr|rr|r} x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0 & & & & & \\ x^3+3x^2-2=0 & (x+1) & & & & \\ x^2+2x-2=0 & & & & & \end{array}$$

$$x^2+2x-2=0$$

$$\frac{D}{4} = 1+2=3$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3} \quad D=4+8=12 \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$3x+3 + (x^2+2x)^2 = 2a+6b$$

$$3x+3 + x^2(x+2)^2 = 3x+3 + x^2(x^2+4x+4) = \dots$$

$$-1\sqrt{3}$$

$$(1+\sqrt{3})^2 = 1+3+2\sqrt{3} = 4+2\sqrt{3}$$

$$a_3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_7 = 3$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (4+2\sqrt{3} - 2-2\sqrt{3})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_3 = -1+\sqrt{3}$$

$$-3+3\sqrt{3}+3 = 3\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3}-1)^2 = 3+1-2\sqrt{3} = 4-2\sqrt{3}$$

$$a_5 = (4-2\sqrt{3} - 2+2\sqrt{3})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_7 = 3(4-2\sqrt{3}) = 12-6\sqrt{3}$$

$$a_7 = 12+6\sqrt{3}$$

$$2b = 4+3\sqrt{3}$$

$$8+6\sqrt{3} = 4b$$

$$2b = 4+3\sqrt{3}$$

$$a_7 > a_5$$

$$12-6\sqrt{3} > 4$$

$$4 < 3\sqrt{3}$$

$$8 \sqrt{6\sqrt{3}}$$

$$4 \sqrt{3\sqrt{3}}$$

$$16 \sqrt{27}$$

$$4(2-\sqrt{3}) \sqrt{4}$$

$$12-6\sqrt{3} \sqrt{4}$$

$$8 \sqrt{6\sqrt{3}}$$

$$4 \sqrt{3\sqrt{3}}$$

$$16 \sqrt{27}$$