



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

1. Если нам задана геом. прогрессия, то пусть  $b$  - первый член прогрессии, разность  $q$ . Тогда  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = b \cdot q^3$ ,  
 $x+4 = b \cdot q^3$ ,  $\sqrt{(15x+6)(x-3)^2} = b \cdot q^{11}$ . Заметим, что  $\frac{b \cdot q^{11}}{b \cdot q^3} = q^8$ , т.е.

$$\sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{15x+6}} = (x-3)^2 = q^8. \text{ Вспомогательное, что } x \neq 3;$$

$x \neq 4$ ,  $x \neq 12$ , так  $q \neq 0$ ,  $q \neq \pm 1$ . Если  $(x-3)^2 = q^8$ , то  $\sqrt{|x-3|} = q^2$ .

2.  $b \cdot q^3 \cdot q^6 = b \cdot q^9$ , т.е.  $b \cdot q^3 \cdot (q^3)^3 = b \cdot q^9$ , т.е.:

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \sqrt{(x-3)^3} = x+4$$

$$\sqrt{\frac{(15x+6) \cdot (x-3)^3}{(x-3)^3}} = x+4$$

1. Если  $x > 3$ :

$$\sqrt{15x+6} = x+4$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \text{ (верно при } x > 3) \\ 15x+6 = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$15x+6 = (x+4)^2$$

$$15x+6 = x^2+8x+16$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{7-3}{2} = 2. \text{ Не подходит, т.к. } x > 3.$$

2 Если  $x < 3$ :

$$\sqrt{-15x-6} = x+4$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ -15x-6 = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ -15x-6 = x^2+8x+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^2+23x+22 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x_1 = -1 \Rightarrow x = -1 \text{ удовлетворяет } x < 3. \\ x_2 = -22 \end{cases}$$

3. Что-то попутаем, что  $x = -1, x = 2, x = 5$ .  ~~$x = 2$  не подходит~~, т.к. из определения ~~нам придется  $x \neq 2$~~   
 Т.к. все действия были равносильны, то ~~делаем проверку: данные значения x подходят.~~  
 Ответ:  ~~$-1, 2, 5$~~ . Ответ:  $-1, 5$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + p$$

1. Пусть  $\cos x = t$ ,  $|t| \leq 1$ , Тогда:

$$4t^3 + 3t = 6t^2 - 3 + p$$

$$4t^3 + 3t - 6t^2 + 3 = p$$

~~Рассмотрим~~ Будем решать задачу в осях  $t$  и  $p$ :

2. Рассмотрим функцию  $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$ .

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

Найдём критические точки монотонности:

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 9 = 27$$

$$(2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$f'(t) = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 \geq 0$$

Значит функция монотонно возрастает, т.к.  $f'(t) \geq 0$ .

3. Построим схематично график при  $|t| \leq 1$ .  $f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 =$

$$= -10; f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4. \text{ Тогда график выглядит так:}$$



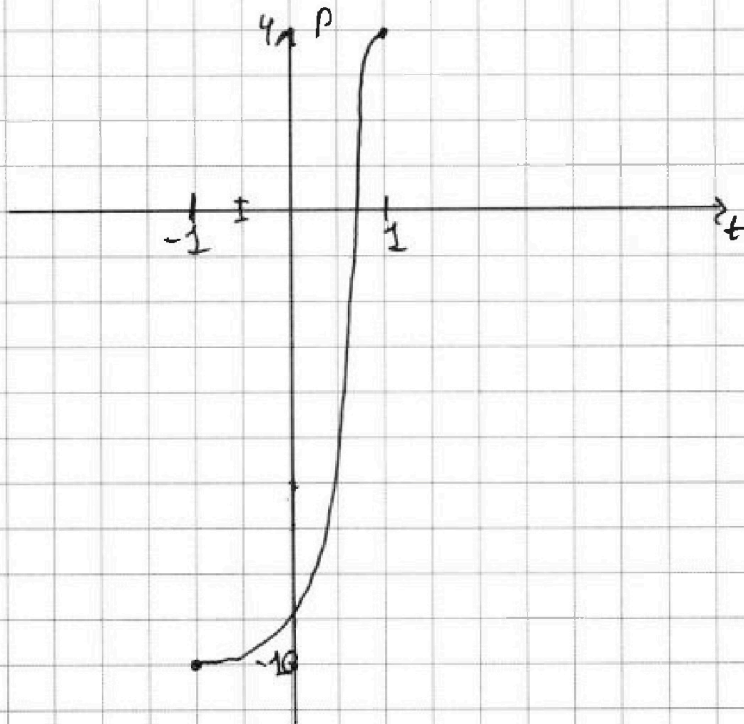


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сначала найдем, что  $4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 = p$  имеет решения, при  $p \in [-10; 4]$ .

4. Найдите ур-е  $4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$  имеет хотя бы

одно решение при  $p \in [-10; 4]$

При  $p = -10$ ,  $\cos x = -1$ ;  $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  $p = 4$ ;  $\cos x = 1$ ,  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

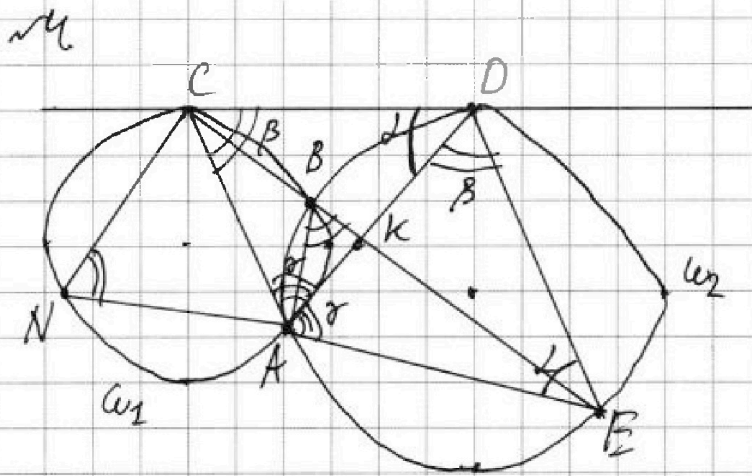
Ответ:  $[-10; 4]$ . При  $p = -10$ ,  $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $p = 4$ ,  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$\frac{CK}{KE} = \frac{9}{25}$$

Найти:

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Решение.

1. Пусть точка N опирается на дугу CA. Тогда  $\angle CNA = \angle DCA = \beta$   
 Т.к.  $\angle DCA = \frac{1}{2} \overset{\frown}{CA}$  как угол между касательной и хордой.
2. Четырёхугольник NСВА вписанный  $\Rightarrow \angle CBA = 180 - \angle CNA =$   
 $= 180^\circ - \beta$
3.  $\angle CBA + \angle EBA = 180^\circ$  по св-ву смежных  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle EBA = 180^\circ - 180^\circ + \beta = \beta$ .
4.  $\angle ADE = \angle ABE = \beta$  т.к. <sup>вписанный</sup> опирается на дугу AE.
5.  $\angle CDA = \angle DAE = \gamma$ , т.к.  $\angle CDA = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD}$  как угол между касательной и хордой.
6.  $\triangle CDA \sim \triangle DEA$  по двум углам ( $\angle CDA = \angle DAE$ ;  $\angle DCA = \angle DAE = \beta$ )  
 $(*) \frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE}; \angle CAD = \angle DAE = \gamma$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. В  $\triangle CAE$ ,  $AK$  - биссектриса значит по св-ву биссектрисы

$$\frac{CK}{KE} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$$

Пусть  $CA = 9y, AE = 25y$

8. Из  $\triangle CAE$   $CA \cdot AE = AD^2 \Rightarrow AD = 15y$ .

Тогда из  $\triangle CAE$   $\frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{15y}{25y} = \frac{3}{5}$

т.е.  $\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$ . Тогда  $DE : CD = 5 : 3$

Ответ. 5:3.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

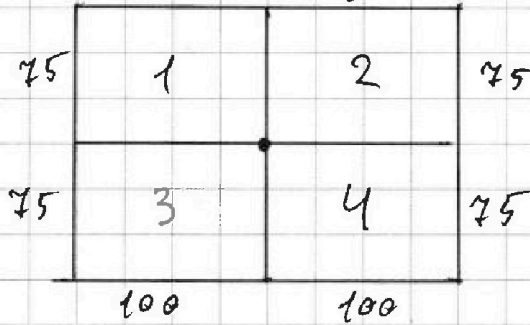
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

1. Разобьем наш прямоугольник на 4 части по средним линиям



Разобьем их диагоналями.

Согласно условию задачи разобьем наш подсчет на следующие случаи (II будет означать симметрию)

I. 1|14, 3 и 2 пустуют; аналогично 2|13, 1-4 пустуют.

II. 1|12|13|14.

III. (1+3)|(2+4)

IV. (1+2)|(3+4)

Заметим, что пересечение случаев 3 и 4 есть случаи 2, тогда чтобы не было повторов надо считать: III + IV - II

2. Рассмотрим каждый случай отдельно:

I. 1|14, 3 и 2 пустуют, В нем надо расположить какие-то образцы 4 закрашенные клетки, остальные не будут симметричны.

Тогда кол-во случаев 2.  $C_{4500}^4$ , т.к.  $75 \cdot 75 \cdot 100$  клеток



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!

- 8:4 = 2  
 I) Выбрать <sup>2</sup> 2 клетки, остальные пойдут симметрично (в сумме 8)  
 Т.е.  $C_{4500}^2$ , т.к. 400-75 клеток
- 8:2 = 4  
 II) Выбрать <sup>4</sup> 4 клетки в <sup>одной</sup> из половин, остальные симметрично (2+4)  
 Ветанит симметрично, это  $C_{1500}^4$ , т.к. 150-100 клеток
- III) Аналогично 3 условию, но из половин (1+3) или (3+1).  
 Т.е.  $C_{1500}^4$ , т.к. 75-200 клеток.
3. Итого получаем  $2 \cdot C_{4500}^2 + 2 \cdot C_{1500}^4 - C_{4500}^2$
- Ответ:  $2 \cdot C_{4500}^2 + 2 \cdot C_{1500}^4 - C_{4500}^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6

1 Известно, что  $a > b$ ,  $a - b \nmid 3$ ,  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  - некоторое простое число,  $a + b^2 = 820$ .

Если  $(a-c)(b-c) = p^2$ , то возможны следующие варианты:

1.  $a = c = p$ ;  $b - c = p \Rightarrow a = b$ , что противоречит условию

2.  $a - c = -p$ ;  $b - c = -p \Rightarrow a = b$ , что противоречит условию

3.  $a - c = 1$ ;  $b - c = p$ , тогда если  $p \mid a > b$ , то  $1 > p$ , но  $p \geq 2$ , значит этот случай не подходит

4.  $a - c = -1$ ;  $b - c = -p \Rightarrow p > 1$ , значит подходит

5.  $a - c = p$ ;  $b - c = 1$ , подходит

6.  $a - c = -p$ ;  $b - c = -1 \Rightarrow p < 1$ , не подходит.

2. Этого 2 случая: ①  $a - c = p$ ;  $b - c = 1$ ; ②  $a - c = -1$ ;  $b - c = -p$

Рассмотрим их подробнее.

①  $a - c = p$ ;  $b - c = 1 \Rightarrow a = p + c$ ,  $b = 1 + c$ .  $a - b \nmid 3$ , т.е.  $p - 1 \nmid 3$ , т.е. либо  $p \equiv 0 \pmod{3}$  (значит, что  $p \nmid 3$ ) или  $p \equiv 2 \pmod{3}$ .  
сравнимо с 1 по модулю 3  
 $p \geq 2$ , то  $p \equiv 0 \pmod{3}$ , только если  $p = 3$ , либо  $p \equiv 2 \pmod{3}$ .

Тогда  $a + b^2 = 820$ , т.е.  $p + c + c^2 + 2c + 1 = 820$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p + c^2 + 3c = 819$$

Рассмотрим левую и правую часть по модулю 3:

$$p + c^2 + 0 \equiv 0$$

Если  $c^2 \equiv 0$  или  $c^2 \equiv 1$ ,

$$\text{то } p \equiv 0; p \equiv 2.$$

Посмотрим какие остатки может давать  $c^2$  при делении на 3:

$c$	$3$	$c^2$
$0$		$0$
$1$		$1$
$2$		$1$

т.е. либо 0, либо 1

1.  $p \equiv 0$ , т.е.  $p = 3$ , тогда:

$$3 + c^2 + 3c = 819$$

$$c^2 + 3c - 816 = 0$$

$$D = 9 + 816 \cdot 4 = 16 \cdot 816 \cdot 9, \text{ но мы не можем } \sqrt{\quad}$$

$$= 3 \cdot (1 + 272 \cdot 4). \sqrt{\quad} = 3 \cdot 1089 = 3 \cdot 3^2 \cdot 11^2. \text{ Полным}$$

квадратом не является, значит  $c \notin \mathbb{Z}$ , что противоречит

условию

2.  $p \equiv 2$ :

$$p + c^2 + 3c = 819$$

$$c^2 + 3c + p - 819 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (p - 819) = 9 + 819 \cdot 4 - 4 \cdot p. \text{ Рассмотрим по модулю 3.}$$

$$0 + 0 - 4 \cdot p \equiv$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 3 \cdot 9 - 4 - 4 \cdot p}}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x &= \\ = \cancel{+2\sin^2 x} (1 - 2\sin^2 x) \cdot \cos x - \end{aligned}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$- 2 \sin 2x \sin x =$$

$$= \cos x$$

$$\cos x - 4 \cos \sin^2 x =$$

$$= \cos x (1 - 4 \sin^2 x)$$

$$\underline{4 \cos^3 x - 3 \cos x =}$$

$$= \cos x (4 \cos^2 x - 1) =$$

$$= \cos x (2 \cos^2 x + \cos 2x)$$

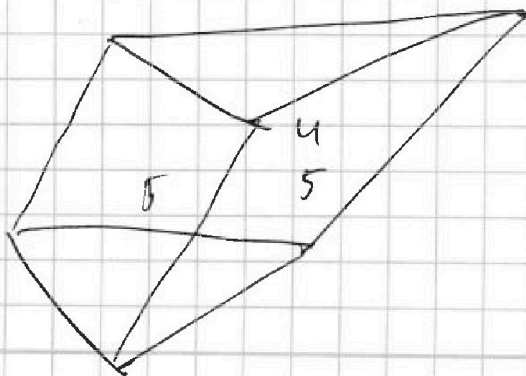
$$\cos(2x+x) =$$

$$\geq \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (2 \cos^2 x - 1) \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= \cos x$$

$$2 \cdot x = 5$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) \cos x - \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4t^3 + 3t = 6t^2 - 3 + p$$

$$\cos x \cdot (4 \cos^2 x - 3) =$$

~~cos~~

$$= \cos x (4 - 4 \sin^2 x)$$

$$\cos x (1 - 4 \sin^2 x) = \cos x (4 - 4 \sin^2 x)$$

$$\cos^2 x - 4 \sin^2 x = 4 - 4 \sin^2 x$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 3 =$$

$$= \frac{4 - 12 + 12 + 3}{8} = \frac{7}{8}$$



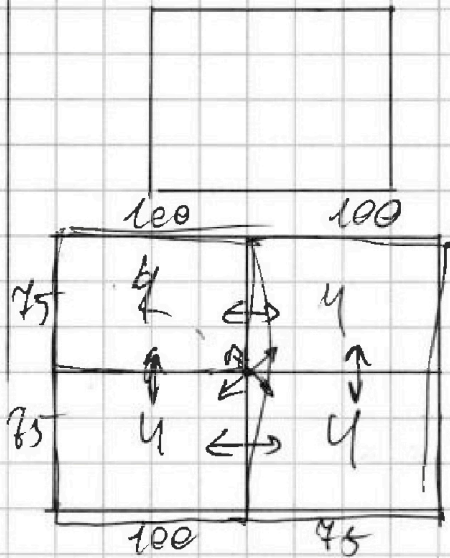


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{100 \cdot 75}{4}$$

$$2 \cdot 100 \cdot 75 - (100 \cdot 75 - 1) - (100 \cdot 75 - 2)$$

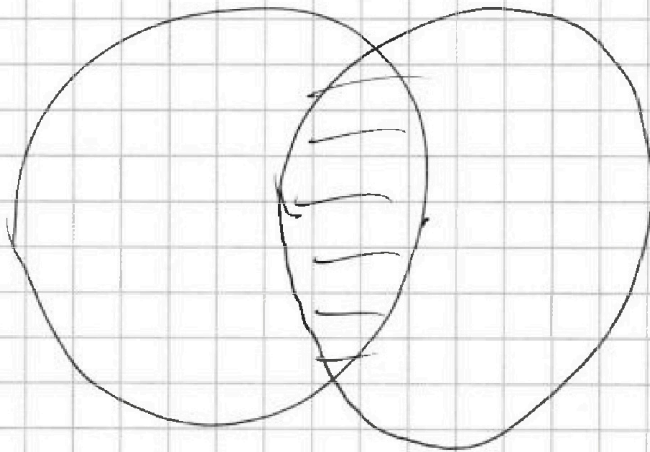
$$(100 \cdot 75 - 3) (100 \cdot 75 - 4) =$$

$$= \frac{4 - 4}{1}$$

$$100 \cdot 75 \cdot 4$$

$$100 \cdot 150 \cdot 100$$

$$75 \cdot 200 = 150$$



$$2 \cos^2 x - 1 \cos x - 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$(2 \cos^2 x - 1) (\cos x - 6) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.  $x = -1$

$q^2 = 2$

$b \cdot q^3 = \sqrt{\frac{6-15}{-4^3}} = \sqrt{\frac{-9}{-4^3}} = \sqrt{\frac{3^2}{(2^3)^2}} = \frac{3}{8}$

$b \cdot q^9 = 3$

$b \cdot q^{11} = \sqrt{(-9) \cdot (-2^3)^2} = 24 \cdot 6$

Получаем  $\frac{3}{8} \cdot 2^8 = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 6$ , ~~а должно быть равно~~ *Получают.*

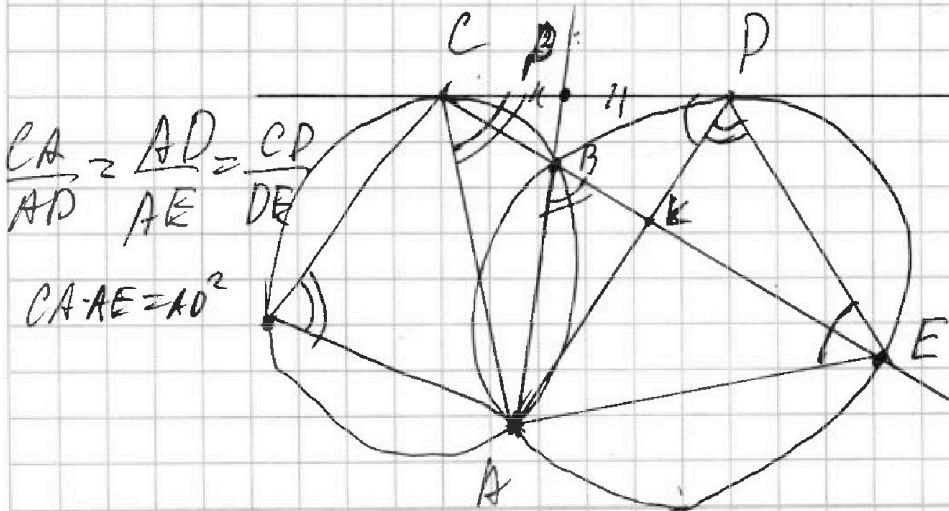
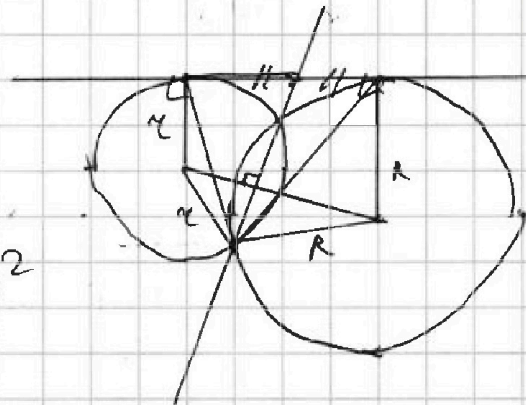
$24 \Rightarrow x = \pm$  не подходит.

2.  $x = 5$

$q^2 = \sqrt{2}$

$b \cdot q^3 = \sqrt{\quad}$

CD<sup>2</sup>



$\frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE}$

$CA \cdot AE = AD^2$

$\frac{CA \cdot CK}{AE \cdot KE} = \frac{CK}{KE}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{5x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$x^2 = 7$$

$$-15 \leq z \leq 4$$

$$2\sqrt{y+z+1 - (x^2+1)^2}$$

$$y+z+1 \geq 0$$

$$y \geq -1-z$$

$$35 \geq y > 20;$$

$$y \geq 14$$

$$y-20 + 70-2y = \sqrt{225-z^2}$$

$$9x+25x = (9x+y)$$

$$50-y = \sqrt{225-z^2}$$

$$9x+25x$$

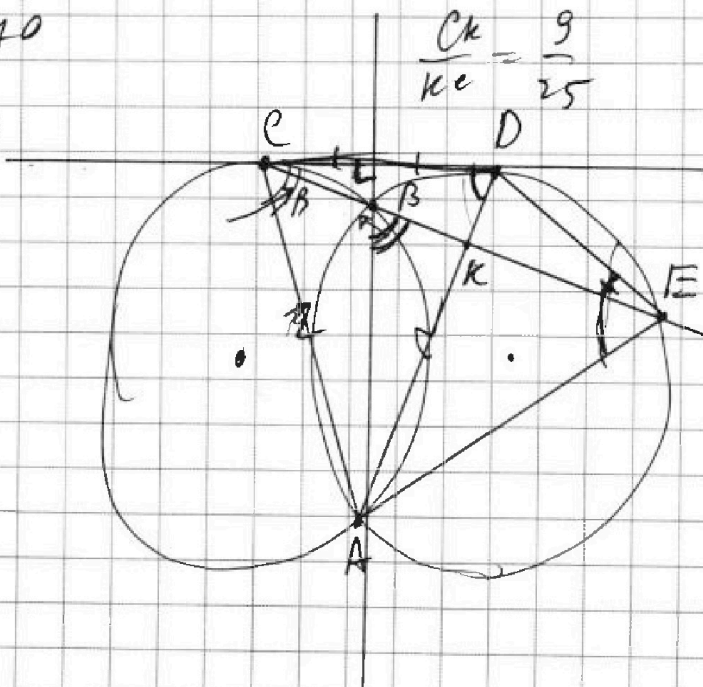
$$20 + 30 - 3y$$

$$CD^2 =$$

$$3y - 70$$

$$\frac{CK}{KC} = \frac{9}{25}$$

$$y - 50$$



$$CD^2 = CB \cdot BE$$



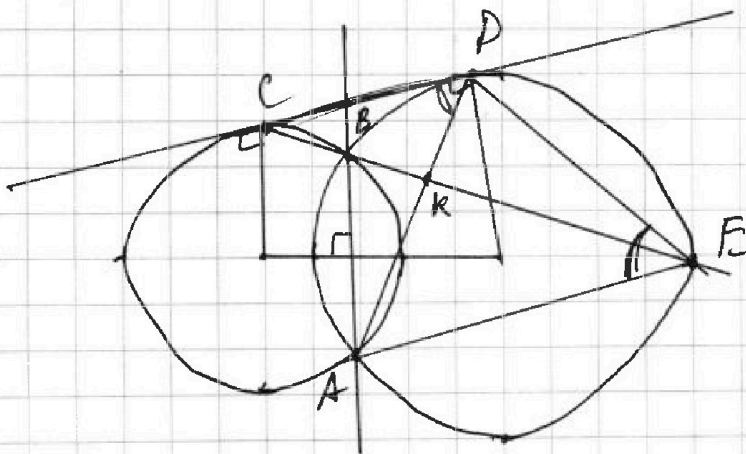
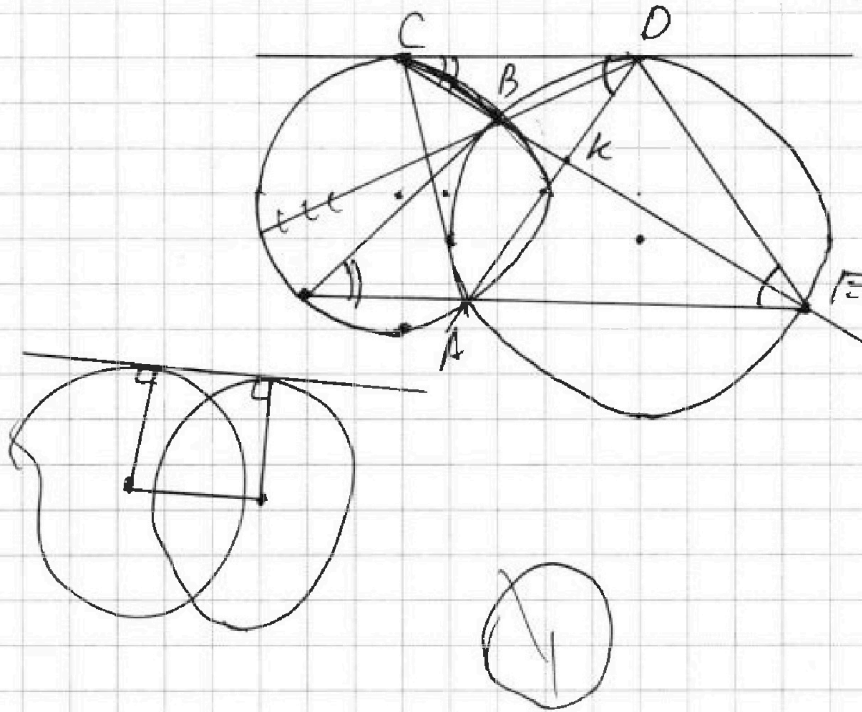


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





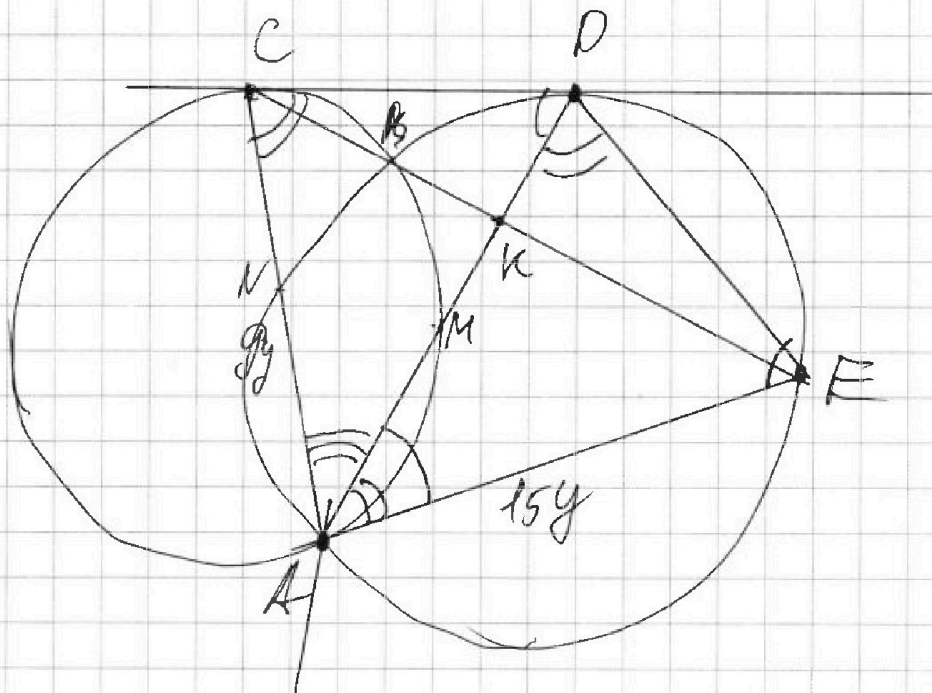
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CP^2 = CB \cdot BE$$



$$\frac{CA}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{9}{25} \quad CA \cdot KE = AE \cdot CK$$

$$9 \cdot 25y^2 = AD^2$$

$$15y = AD$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

4

$$a = 820 - b^2$$

2 5  $(820 - b^2 - c)(b - c)$

$$820 - b^2 - b \cdot 3$$

0 0

1 1

$$p = 1 \cdot 3$$

2 4

3 0

819

4 ~~4~~

5 4

$$(820 - b^2 - c)(b - c) = p^2$$

6 0

7 ~~4~~

8 1

~~9-385~~

$$4 \cdot (9 \cdot 73 \cdot \frac{5}{4} - p)$$

4.208

$$9 + 1819$$

$$9 \cdot (1 + 9101) - 4p$$

$$9 \cdot (385 - 4p)$$

$$9 \cdot 73 \cdot 5 - 4p$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1)  $a - c = p$ ;  $b - c = 1$ . Тогда  $p - 1 \neq 3$

Известно, что  $a = 820 - b^2$ , т.е.  $820 - b^2 - c = p \Rightarrow$

$\Rightarrow c = 820 - b^2 - p$ ;  $c = b - 1$ , Тогда

$820 - b^2 - p = b - 1$

$819 - (b^2 + 1) - p = 0$



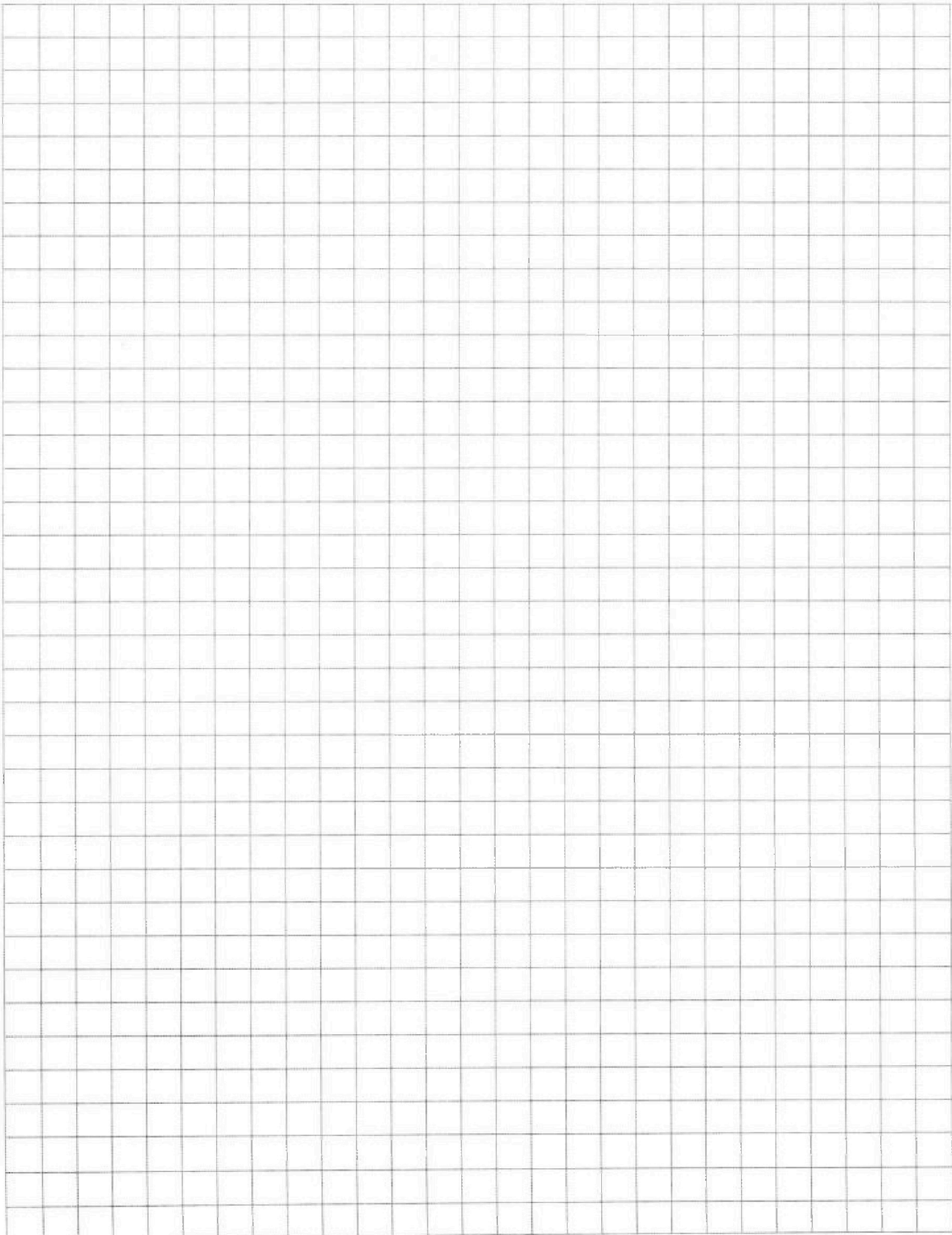


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - b \cdot q^3 - b$$

$$10 - b \cdot q^9 - b \cdot q^6$$

$$12 - b \cdot q^{11} - b \cdot q^8$$

$$\frac{b q^{11}}{b q^9} = q^2$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + 6$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} =$$

$$\sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{15x+6}} = q^2$$

$$\sqrt{(x-3)^4} = q^2$$

$$(x-3)^2 = q^2$$

$$(x+4) \cdot (x-3)^3 = \sqrt{15x+6}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x-3)^6 = x+4$$

$$(x-3)^2 = 1$$

$$x-3=1 \Rightarrow x=4$$

$$x-3=-1$$

$$x=2$$

$$\begin{array}{r} x \ 8 \ 16 \\ \underline{\phantom{x} 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \ 16 \ | \ 3 \\ \underline{\phantom{8} 6} \phantom{0} \\ 2 \ 1 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{x} 2 \ 7 \ 2 \\ \phantom{x} \phantom{2} \ 4 \\ \hline 10 \ 8 \ 8 \end{array}$$

$$1089$$

$$\begin{array}{r} 1089 \ | \ 9 \\ \underline{\phantom{10} 9} \phantom{0} \\ \phantom{10} 18 \phantom{0} \end{array}$$

$$(x+1)(x+22)$$

$$\begin{array}{r} 1089 \ | \ 9 \\ \underline{\phantom{10} 9} \phantom{0} \\ \phantom{10} 18 \phantom{0} \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} = 2\sqrt{y+z-(x+1)^2+1}$$

$$|y-20| + |2y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$|y-20| + |2y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$(y-20)^2 + (2y-35)^2 + 2|y-20||2y-35| = 225-z^2$$

$$y^2 - 40y + 400 + 4y^2 - 280y + 490 - p+c > -1+c$$

$$p < c$$

ОДЗ:  $x \geq -7$ ;  $-15 \leq z \leq 15$

$$\sqrt{5-x-3z} \geq 0$$

$$5 \geq x+3z$$

$$z \leq 4$$

$$q+c+c^2+2c+1=820$$

$$q+c^2+3c=819$$

$$c^2:3$$

$$1+c > q+c$$

$$+2q$$

$$a > b$$

$$a-b:3$$

$$(a-e)(b-e) = q^2$$

$$a+b^2=820$$

$$q^2:3$$

$$a-e=1$$

$$b-e=q$$

$$a=b$$

$$q+c-1-q:3$$

$$a-e=1$$

$$b-e=q$$

$$q-2:3$$

$$q=3$$

$$a=1+c$$

$$b=q+c$$

$$a=q+c$$

$$1+c-q-c:3$$

$$b=4c:3$$

$$1-q:3$$

$$q=3$$

$$q=2$$

$$1+c+q^2+c^2+2qc=820$$