



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



†1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

†2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

†3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.

†4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

†5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a_0$  - свободный член и  $d$  - период. Тогда

$$(1) 3x + 3 = a_0 + 3d$$

$$(2) (x^2 + 2x)^2 = a_0 + 5d$$

$$(3) 3x^2 = a_0 + 9d$$

$$\text{Из (1) и (3): } 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1 \quad (4)$$

Зн. (1) и (2) и (4):

$$3x + 3 + x^2 - x - 1 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0.$$

Заметим, что  $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x^2 + 2x - 2)(x + 1)^2$

Тогда  $x = -1$  или  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

Если найдем разность (3) и (2):

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x + 1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0.$$

Те же корни. Зн.  $x = -1$  или

$$x = -1 \pm \sqrt{3}.$$

Ответ:  $x = -1$  или  $x = -1 \pm \sqrt{3}$ .

(очевидно проверить то, что они подходят не нужно, т.к. было узнано, что они даны в числителе разности в 2-х местах, что очевидно достаточно,

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3 \leq x - 3y \leq 3 \quad (1)$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1 \quad (2)$$

Умножим (2) на 3:

$$-3 \leq 9x - 3y \leq 3 \quad (3)$$

Теперь умножим (3) на -1:

$$3 \geq 3y - 9x \geq -3$$

Тогда.  $-8x \geq -6$ , а зн.  $x \leq \frac{3}{4}$  и

$-8x \leq 6$ , а зн.  $x \geq -\frac{3}{4}$ , а зн.

$|x| \leq \frac{3}{4}$ . Теперь посмотрим на первое нерав-во из

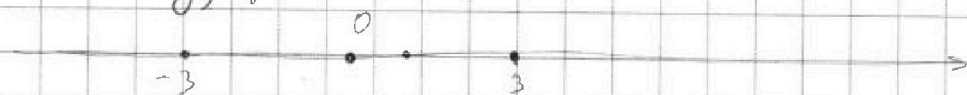
условий:  $|x - 3y| \leq 3$  и скажем, когда

лисе  $y$  максимален по модулю. Очевидно, когда

$x$  максимален по модулю ~~тогда~~ (это очевидно

и не требует пояснений, но я немного поясню

почему):



б.о.о  $x \geq 0$ . Тогда чем больше  $x$ , тем больше расстояние до -3, которое все может покрыть  $y$ .

А зн. чем больше  $x$ , тем больше мы можем

взять  $y$ . (с  $x \leq 0$  все аналогично. Тогда при  $|x| = \frac{3}{4}$

$\max |y| = \frac{5}{4}$  из (7). Тогда при  $x = |x|$  и  $y = |y|$  отв.  $4y + 8x$  максимален, а  $y = \frac{5}{4}$  и  $x = \frac{3}{4}$  подходит. Зн. ответ:  $\frac{5}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 11$ .

ответ: 11.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

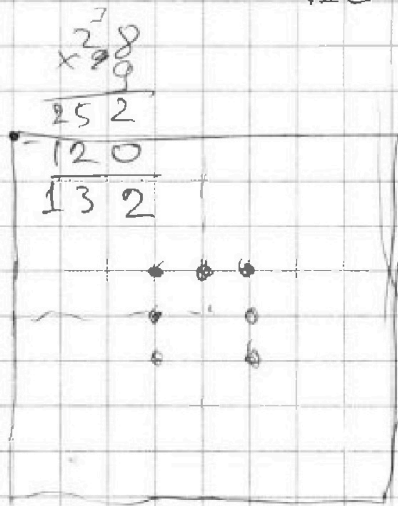
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \cdot 12$$

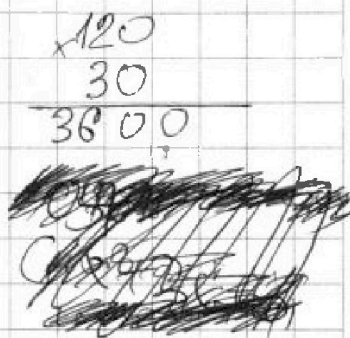
$$90 \cdot 2,8$$

$$10 + 22$$

120 в день.



$$90 \text{ К}$$



$$\begin{array}{r} 90 \\ \times 5 \\ \hline 450 \\ - 120 \\ \hline 330 \\ - 120 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 30 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 210 \\ \times 3 \\ \hline 6300 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \cdot A = 13p^2; \quad B = 75q^2$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

Т.к.  $(m+n) + (m+n-9) \div 2$ , то одно

из  $m+n$  и  $m+n-9$  четно, 3н.

$$p=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4$$

Тогда т.к.  $m+n > m+n-9$ , то

$$m+n = 13 \quad \text{или} \quad m+n = 13 \cdot 4, \text{ но тогда}$$

$$m+n-9 = 4 \quad \quad \quad m+n-9 = 1, \text{ что бред.}$$

Сходится.

$$\text{Тогда } B = mn(m+n-9) = 75q^2$$

$$mn(13-9) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2 \quad 10mn \div 2, \text{ 3н. } 75q^2 \div 2, \text{ 3н. } q=2$$

3н.  $mn = 30$ , а  $m+n = 13$ . Очевидно

решение макс. 1 т.к. <sup>по т. Виета</sup> это корни кв. трёхчлена

$$x^2 - 13x + 30 = 0 \quad \text{и } (m, n) = (10, 3)$$

$(3, 10)$  подходит.

$$2) A = 75q^2; \quad B = 13p^2$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 75q^2. \text{ Сначала анализ.}$$

с пред. пунктом скажем, что из-за четности  $q=2$ , а после этого скажем, что т.к.  ~~$75 \cdot 4$~~   $\sqrt[3]{75 \cdot 4} = 1$ , то одна из скобок делится на 3, но т.к. они отличаются на 9, то и вторая скобка дел. на 3.  $\sqrt[3]{(m+n)(m+n-9)} \geq 2$ , что противоречит условию 2). Ответ:  $(3, 10)$  и  $(10, 3)$ .



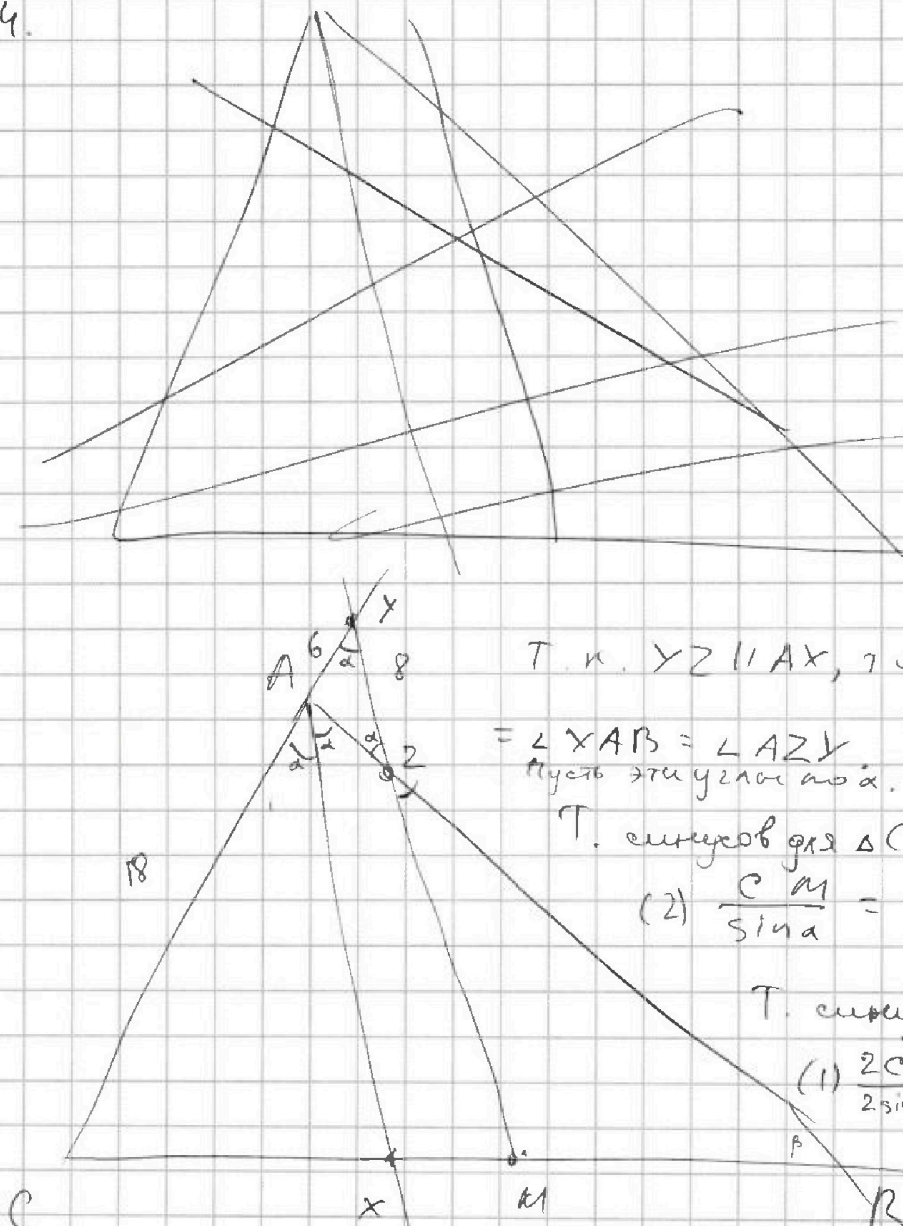
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Т.к.  $YZ \parallel AC$ , то  $\angle AYZ = \angle CAZ =$

$= \angle YAB = \angle AZC$ . Значит  $AY = AZ = 6$ .  
Пусть эти углы равны  $\alpha$ , и  $\angle B = \beta$ .

Т.е. применим для  $\triangle CYM$ :

$$(2) \frac{CM}{\sin \alpha} = \frac{CY}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{24}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Т.е. применим для  $\triangle ABC$ :

$$(1) \frac{2CM}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin \beta}$$

Тогда из (1) и (2):  $\frac{24}{\sin(\alpha + \beta) \cos \alpha} = \frac{18}{\sin \beta}$

$\cos \alpha = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  определено из  $\triangle AYZ$ .

$$24 \sin \beta = 12 \sin(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \frac{2}{3} \sin \beta$$

$$4 \sin \beta = \sqrt{5} \cos \beta \quad 16 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$21 \sin^2 \beta - 5 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$$

$$\sin^2 \beta = \pm \sqrt{\frac{5}{21}}, \text{ очевидно } \sin \beta \geq 0, \text{ т.к.}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{5}{21}}.$$

$$\frac{CM}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{18}{\sin \beta} = \frac{18}{\sqrt{\frac{5}{21}}}$$

$$CM = \frac{18 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{21}.$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. в этой системе есть  $\sqrt{x}$  и  $\sqrt{y}$ , то  $x, y \geq 0$ .

Тогда из второго уравнения:

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0.$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0.$$

Тогда 1)  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ , ~~з.н.~~ з.н.  $x = y$ .

2) вторая скобка равна 0, но т.к.  $x, y > 0$ ,

$$\text{то } x^2 + y^2 + 5 > 0, \quad x + y \geq 0, \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$$

$\text{и } 1 > 0$ , то вторая скобка  $\geq 1$ .

З.н.  $x = y$ .

Тогда: из первого уравнения:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+1} = a, \quad \sqrt{6-x} = b.$$

$$\text{Тогда } a + b + 5 = 2ab \text{ и } a^2 + b^2 = 7$$

~~$$\text{З.н. } a + b + 12 = (a + b)^2, \quad a + b = n$$~~

~~$$n^2 - n - 12 \geq 0 \quad D = 1 + 12 \cdot 4 = 49.$$~~

~~$$n = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$$~~

~~т.к.  $a \geq 0, b \geq 0$ , то  $n \neq -3$~~ 
~~значит  $n = 4 \Rightarrow a + b = 4$ .~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} = 4$$~~

~~$$x = 6 - 4$$~~

~~$$a + b + 5 = 2ab$$~~

~~$$2b + 5 = 2b(b-4) = 2b^2 - 8b$$~~

~~$$2b^2 - 2b - 5 = 0 \quad (2b^2 - 10b - 5 = 0)$$~~

~~$$a = 4 - b$$~~

~~$$9 = 2b(4-b) = 8b - 2b^2$$~~

~~$$2b^2 - 8b + 9 = 0$$~~

~~$$b - a - 5 = -2ab$$~~

~~$$b - a + 2 = (b - a)^2 \quad b - a = 4$$~~

~~$$n^2 - n - 2 = 0 \quad n = 9$$~~

~~$$n = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$
 *нельзя использовать*~~

~~$$1) \quad b - a = 2 \quad b = 2 + a$$~~

Подставляем в  $a - b + 5 = 2ab$ .

~~$$3 = 2a(a+2) = 2a^2 + 4a$$~~

~~$$2a^2 + 4a - 3 = 0 \quad D = 16 + 6 \cdot 4 = 16 + 24 = 40$$~~

~~$$a = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = -1 \pm \sqrt{5}$$
, т.к.  $a \geq 0$ , то~~

~~$$a = -1 + \sqrt{5} = \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6 - 2\sqrt{5}, \quad x = 5 - 2\sqrt{5}$$~~

~~$$2) \quad b - a = -1 \quad b = a - 1$$~~

~~$$6 = 2a(a-1) = 2a^2 - 2a \quad 2a^2 - 2a - 6 = 0$$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - a - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$a \geq 0, \text{ значит } a = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = \sqrt{x+1}$$

$$x+1 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4}$$

$$, x = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

Ответ:  $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$  и  $x = 5 - 2\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\beta = a - 1$   
 $\beta - a = -1$   
 $a^2 + \beta^2 = 7$   
 $a^2 - a - 3$

$\beta^2 - 4ac = 4 + 8 \cdot 9 = 72 + 4 = 76$

$$x+1 + 6 - y + 25 + 10\sqrt{x+1} - 10\sqrt{6-y} - 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-y} = 4(6+5x-y^2) \quad (x, y > 0)$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x}$$

$u+5=2v$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$a^2 + \beta^2 = 7$

$$a^2 + \beta^2 + 2ab + 10a + 10\beta + 25 = 4a^2\beta^2$$

$$a + b + 5 = 2ab$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$$

$2ab - a = \beta + 5$   
 $a(\beta - 1) = \frac{\beta + 5}{2\beta - 1}$   
 $(a + \beta)^2 = a^2 + \beta^2 + 2ab$

$x+1 = 6-x$   
 $2x = 5$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = -1$$

$$(x^3 + x^2y + y^2x + y^3 + 5x + 5y) / (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = -1$$

1)  $x=y$  обязательно.

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out work~~

$$2\sqrt{(6-x)(x+1)} = 5k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$36 - 16 = 20$   
 $\frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$   
 $a + b + 18 = 24$   
 $a + b = 6$   
 $a^2 + b^2 = 25$   
 $a^2 + (6-a)^2 = 25$   
 $a^2 + 36 - 12a + a^2 = 25$   
 $2a^2 - 12a + 11 = 0$   
 $a = 1, b = 5$

$36 - 16 = 20$   
 $21 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$   
 $21 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$   
 $\sin^2 \beta = \frac{5}{21}$   
 $\sin \beta = \frac{\sqrt{105}}{21}$

$16 \sin^2 \beta - 5 \cos^2 \beta = 0$   
 $16 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$   
 $\sin^2 \beta = \frac{5}{16}$   
 $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{4}$

$\frac{CX}{\sin \alpha} = \frac{18}{\sin(\alpha + \beta)}$   
 $\frac{BX}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin(\alpha + \beta)}$   
 $2 \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$   
 $2 \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$   
 $\sin \beta = \sin \alpha \cos \beta$   
 $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta$   
 $\sin \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$   
 $\alpha = 21.8^\circ$   
 $\beta = 68.2^\circ$   
 $\alpha + \beta = 90^\circ$   
 $\angle C = 90^\circ$

$64 + 20 = 84$   
 $43 = 11$

$64 \sin^2 \beta = 22(1 - \sin^2 \beta)$   
 $86 \sin^2 \beta = 22$



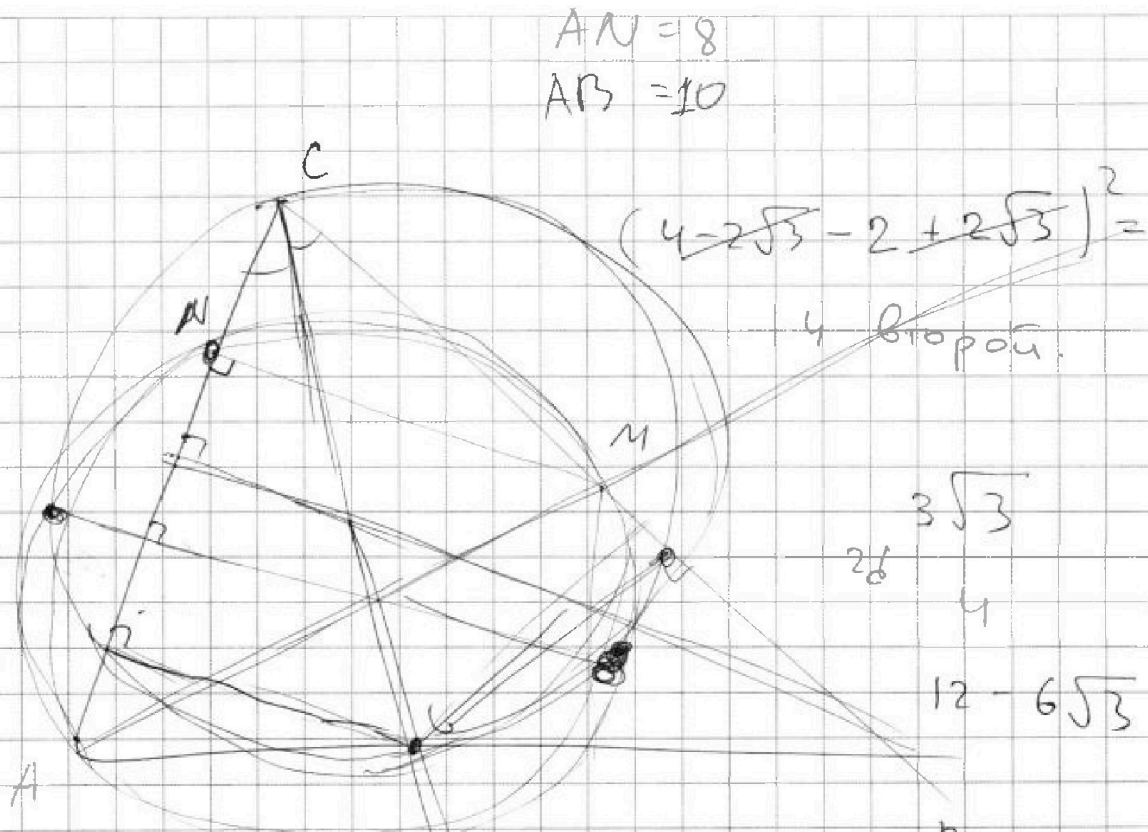


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AN = 8$   
 $AB = 10$

$(4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 =$   
4 второй.

$3\sqrt{3}$   
26  
4  
 $12 - 6\sqrt{3}$

$2(4 - 3\sqrt{3}) + 4 = 12 - 6\sqrt{3}$   
 $-1 + \sqrt{3}$

$(1 + \sqrt{3})$   
 $4 + 2\sqrt{3}$   
 $4 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3}$   
2

~~16 см:  $3\sqrt{3}$~~

$3 \times 3$   
 $3(4 - 2\sqrt{3}) = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$

~~$3\sqrt{3}$~~   $\leftarrow$  1 см.

$\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$   $\leftarrow$  3 см.  ~~$4\sqrt{3}$~~   
 $8 + 6\sqrt{3} + 4$

$4 \leftarrow$  5 см





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(1 + \sqrt{3})^2 + 2 + 2\sqrt{3} - 3x^2$   
 $x^4 + 4x^3$

$(1 + \sqrt{3})^2 + 2 + 2\sqrt{3}$   
 $4y + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$(4 + 3\sqrt{3})$   
 $x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x^2 + 2x + 2 = 0$   
 $(x^4 + 4x^3 - 1x^2 + 2x + 2 = 0)$

$16 - 32 - 4$

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$\frac{MB}{\sin \alpha} =$

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$   
 $x^4 + 2x^3 + x^2$   
 $\frac{-2x^2 - 2x - 2}{x^2 + 2x + 1}$   
 $\frac{-2x^2 + 2x^2 - 2x - 2}{x^2 + 2x + 1}$   
 $\frac{-2x - 2}{x^2 + 2x + 1}$   
 $\frac{-2(x+1)}{(x+1)^2}$   
 $\frac{-2}{x+1}$

$|x - 3y| \leq 3$

$|3x - y| \leq 1$

$4y + 8x$

$x - 3y \leq 3$

$3x - y \leq 1$

$x \leq 3 + 3y$

$x \leq \frac{1+y}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Top Diagram (Triangle ABC):**

$3(x^2 + 2x - 2)$   
 $D = 4 + 8 = 12$   
 $x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12}}{2} = -6 \pm \sqrt{3}$   
 $AN = 8$   
 $AB = 10$   
 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$   
 $x = -1$

**Left Algebraic Work:**

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 3x^2 - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 3x^2 - 1 \end{array}$$

**Bottom Diagram (Circle with Triangle ABC):**

$m^2 = 2AC^2 + 2AB^2 - \frac{1}{2}BC^2$   
 $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$   
 $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1$   
 $-x^4 + x^3$   
 $\hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2$   
 $-3x^3 + 3x^2$   
 $\hline -2x - 2$   
 $2d = x^2 - x - 1$   
 $3x + 3$   
 $6d = 3x^2 - 3x - 3$   
 $9_0 + 3d = 3x + 3$   
 $9_0 + 6d = 3(x^2 + 2x)$   
 $9_0 + 9d = 3x^2$

**Bottom Left Algebraic Work:**

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75p^2$$

$$mn(m+n-3) = 75p^2$$

$$(m+n-9)(m+n) = \boxed{13} \cancel{4}$$

$$mn(m+n-3) = 75 \cancel{4}$$

10.

Если  $p \neq 3$ .

$$p \text{ или } 9 = 2.$$

$$(m+n-9)(m+n) = 75 \cancel{4}$$

$$m+n = 13.$$

$$mn = 30$$

$$mn = 30$$

$$\cancel{10} \\ (m, n) = (10, 3).$$

$$-a + b \neq 5 = -2ab$$

$$b - a - 5 = -2ab$$

$$a^2 + b^2 = 7$$

$$2 \cancel{5} + (b-a) = \cancel{2} b(b-a)^2$$

$$n^2 - n \neq 2 = 0.$$

тут есть  
решение  
скажем





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{4} - 3y > -3$$

$$y + 2x$$

$$3y \leq 3 + \frac{3}{4}$$

$$y \leq 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$y$$
 по логике:

$$x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$x > 3$$

$$5 + 6 = 11$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-3 \leq 9x - 3y \leq 3$$

$$-8x \leq 0$$

$$8x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$3 \geq 3y - 9x \geq -3$$

$$-8x \geq -6$$

$$-8x \leq 6$$

$$8x \leq -6$$

$$x \leq -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$|x| \leq \frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4}$$