



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть заданной чисел геометрической прогрессии
равен a , тогда девятый равен $a q^8$, а пятнад-
цатый равен $a q^{14}$, тогда

$$\begin{cases} \sqrt{25x-9}(x-6) = a & ① \\ x+3 = a q^2 & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = a q^8 & ③ \end{cases}$$

$$① : ③$$

$$\frac{1}{q^8} = \sqrt{(x-6)^4}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$$

$$q q^2 = \sqrt{25x-9} = x+3 \quad \text{при } x \neq 6$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \quad \begin{cases} x = 1 - \text{не подходит} \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\text{при } x = 6$$

$$-25x + 9 = (x+3)^2 \quad \begin{cases} x = 0 - \text{не подходит} \\ x = -31 - \text{не подходит} \end{cases}$$

Ответ: 1, 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z} \end{cases}$$

$$(y+4) + 4(y-5) \leq 9$$

или $y < -4$

$$-y-4 + (-4y+20) \leq 9$$

$$-5y \leq -7$$

$$y \geq \frac{-7}{-5} \quad \emptyset$$

или $y \leq 5$

$$y+4 - 4y+20 \leq 9$$

$$-3y \leq -15$$

$$y \geq 5$$

$$y = 5$$

или $y \geq 5$

$$5y - 16 \leq 9$$

$$y \leq 5$$

$$y = 5, \text{ тогда}$$

$$9 = \sqrt{81-2z}$$

$$z = 0, \text{ тогда}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2-4x+5}$$

Пусть $2\sqrt{-x^2-4x+5} = k$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = k - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x} + 1-x = (k-4)^2$$

$$6-k = (k-4)^2$$

$$k^2 - 8k + 16 = 6 - k$$

$$k^2 - 7k + 10 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 49 - 40 = 9 \quad k_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5; 2$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 2 \\ 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x^2 - 4x + 5 = 1 \\ -x^2 - 4x + 5 = 2.5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 4 = 0 & D = (4\sqrt{2})^2 \\ x^2 + 4x + 7.25 = 0 & D = 16 - 5 = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2} = -2 - 2\sqrt{2} \text{ - не подходит} \\ x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{2} = -2 + 2\sqrt{2} \text{ - не подходит} \\ x_3 = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \\ x_4 = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2}$ или $x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad \sin 2x = 2\sin x \cos x \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$p(2\cos^3 x - \cos x) - p(\sin 2x + \sin x) + 3p\cos x + 12\cos x = \\ = 12\cos^2 x - 6 \neq 0$$

$$2p\cos^3 x - p\cos x + 2p\cos^3 x - 2p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = \\ = 12\cos^2 x + 4$$

Пусть $\cos x = t \Rightarrow$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad /:4$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t-1)^3 = (1-t)^3$$

$$\sqrt[3]{p-1} t = 1 - t$$

$$t(\sqrt[3]{p-1} + 1) = 1 \quad \text{при } p \neq 0$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

при $p=0$ $-t = 1 - t$ $0 = 1 \neq$

Ответ: $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi n$; $p \neq 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Количество раскрасок симметричной вертикальной линией равно C_{20000}^4 т.е. выбираем 4 точки на одной из сторон попарно и ставим их зеркально.

Количество раскрасок симметричной горизонтальной линией равно C_{10000}^4 по тем же условиям, тогда если какая-то раскраска удовлетворяет двум условиям, то можно заметить, что она удовлетворяет и третьей, тогда

количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям равно C_{10000}^2 т.е. выбираем 2 точки на четвертике и отзеркаливаем их попарно в т.к. количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям мы считаем 3 раза, тогда:

$$\text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решить $(a-c)(b-c) = p^2$, тогда

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \text{ тк } a < b \text{ или } \begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases} \text{ тк } a < b, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} b=p^2+c \\ a=1+c, \text{ тогда} \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1 \neq 3$$

$$(p-1)(p+1) \neq 3, \text{ тк}$$

$(p-1)(p+1) \neq 3$ тк. следовательно число $\neq 3$, тогда

тк $p \neq 3 \Rightarrow$ тк p - шестое $p=3$, тогда

$$\begin{cases} b=9+c \\ a=1+c \end{cases}$$

$$(1+c)^2 + 9 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 53^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25; -28, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} c=25 \\ a=26 \\ b=34 \end{cases} \quad \begin{cases} c=-28 \\ a=-27 \\ b=-79 \end{cases}$$

Ответ: $(26; 34; 25)$ или $(-27; -79; -28)$. $(a; b; c)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y > 5$ $k=2$ $y_0 = \frac{-D}{4a} = \frac{-36}{-4} = 9$ $x < 1$ $x > 5$
 $5y - 16 \leq 9$ $24 \frac{1}{4} = 24,25$ $\leq x$
 $5y \leq 25$ $6-k=$ $x-1 \leq 0$ $x \leq 1$
 $y \leq 5$ $x+5 \geq 0$ $x \geq -5$
 $y=5$ $y \geq 0$ $-5 \leq x \leq 1$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2-4x+5}$
 $D = 16 + 20 = 36$ $x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{-2} = -5; 1$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x}$
 $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} + 6 - 6$

$x = 2 - \sqrt{2} + 4 =$ $x+5$ $x+5$ $1-x$
 $\sqrt{-k+6} = k-4$ $a = x+2$ $D =$

$\sqrt{a+3} - \sqrt{3a+1} + 4 = 2\sqrt{9-a^2}$ $x = 0; -2$

$x+5 - 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x} + 1-x + 7 = 6 = (k-4)^2 k$ $D = 16 + 96 = 112$
 $x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{2}$

$-\frac{1}{2}k + 6 = (k-4)^2$ $= (2k+4)^2$
 $-k+6 = (k-4)^2$ $k > 0$

$k^2 - 8k + 26 = -k + 6$ $D = 49 - 40 = 9$
 $k^2 - 7k + 20 = 0$ $x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 2; 5$

$\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} = 0 - 4$ $x^2 - 4x + 15 = 96$ $x^2 + 4x + 11 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}} - \sqrt{\pm 2\sqrt{2} + 3} = 4 = 2\sqrt{1} = 2$$

$$\sqrt{-k+6} = k-4$$

$$\sqrt{6-k} = k-4$$

$$k = 2\sqrt{x+5} - \sqrt{x+1}$$

$$k = 2\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 2$$

36 25

$$k = \sqrt{1 - \sqrt{11}} - \sqrt{\quad}$$

$$k = 2\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}}$$

$$k = 2\sqrt{9 - \frac{11}{4}} = 2\sqrt{\frac{25}{4}} = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 1 + c$$

$$b = 1 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$b = c^2 + c - (c + 9) = -3$$

$$(1 + c)^2 + c^2 + c = 710$$

54

$$c^2 + 2c + 1 + c^2 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 2809 = 53^2$$

53

53

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25, -28$$

53

53

759

75

25

$$\begin{cases} c = 25 \\ a = 26 \\ b = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -28 \\ a = -27 \\ b = -19 \end{cases}$$

$$-x^2 - 4x + 5 \leq 5 \quad x=0 \quad x=-4$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 2 \quad D = 16 + 20 = 28$$

$$x_{1,2} = -x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28 = 7 \cdot 4$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{-2} = -2 \pm \sqrt{7} = \text{корни}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = a - c \quad q = b - c \quad a = p + c \quad b = q + c$$

$$p = q + 1 \quad / 3 \quad p - q = 1$$

$$p = a - c = b - c$$

$$p < q$$

$$a = p + c$$

$$p - q = 1$$

$$b = p + c$$

$$(p + c)^2 + q + c = 710$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = q^2$$

$$b = q^2 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$19^2$$

$$\begin{cases} q^2 = 1 \quad / 3 \\ (1+c)^2 + q^2 + c = 710 \\ (q^2+c)^2 + 1+c = 710 \end{cases} \quad q:3 \Rightarrow q=3$$

$$q^4 + 2q^2c + c^2 + c + 1 = 710 \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times 79 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 3 \end{array}$$

$$(q + c^2)^2 + 1 + c = 710 \quad \begin{array}{r} 29 \\ 79 \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ \times 1 \\ \hline 628 \end{array}$$

$$31 + 18c + c^2 + 1 + c = 710 \quad \begin{array}{r} 710 \\ 82 \\ \hline 367 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ - 57 \\ \hline 58 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ 33 \\ \hline 2512 \end{array}$$

$$c^2 + 19c - 628 = 0$$

$$D = \emptyset \text{ или } \text{на } \text{пу} \Rightarrow$$

361

5



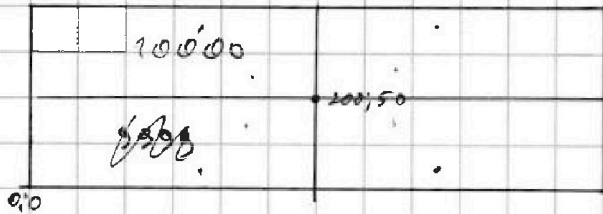
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

400
100
 $x = -2 \pm \sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}}$



~~C_n^k~~ ~~C_n^k~~ ~~C_n^k~~
 $C_n^k + C_n^k + C_n^k$

$3C^4_{10000} + C^4_{10000}$
 $3C^4_{20000} - C^2_{10000}$

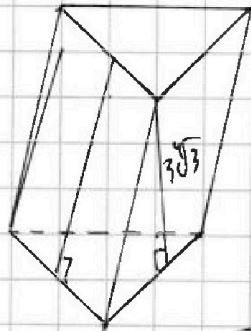
$g = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$

$a = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$S = \frac{1}{2} a h = 3$

$h = 2 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$h = \frac{4}{a} = 2\sqrt{3}$



$y < 6 \Rightarrow -4 - y - 4y + 20 \leq 9$

$-5y \leq 7$
 $y \geq -\frac{7}{5}$

$-5y \leq 7$
 $y \geq -\frac{7}{5}$

$y = 5$

$9 - 16$

$9 - 295$
 -18

$-4 \leq y \leq 5$

$y + 4 - 4y + 20 \leq 9 \Rightarrow -3y \leq -15$
 $y \geq 5$

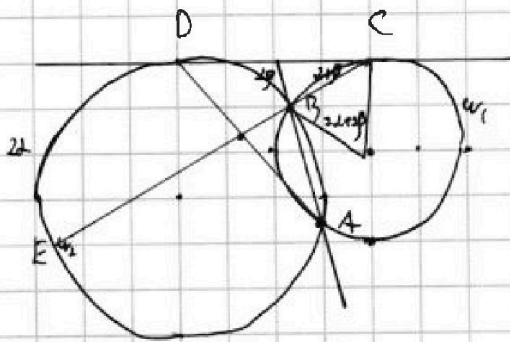
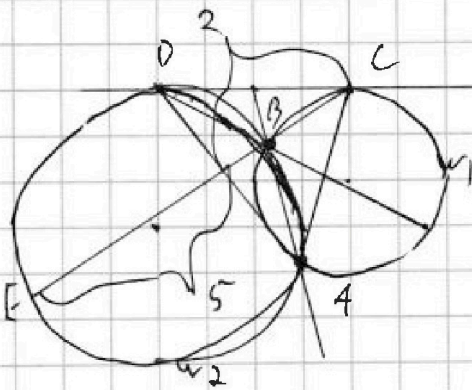
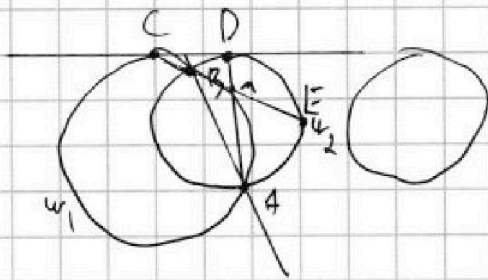


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|z+5| = a^2$$

$$|z| = a^2 - 5$$

~~$$81z^2 = b^2 \quad |z| = 81 - b^2$$~~

$$a = \sqrt{1 - a^2 + 5 + 4z}$$

$$|z| = 5$$

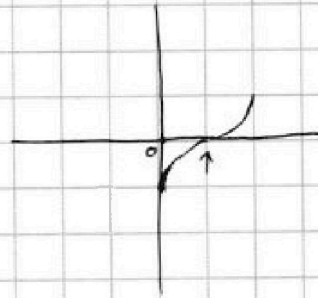
$$z \in [-9; 9]$$

$$(y+x)^2 + 8|y+x||y-5| +$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$(p-1)t^3 = (t-1)^3$$



~~$$\sqrt[3]{p-1-1} = k$$~~

$$|k+1|t = t-1$$

$$k t = -1$$

$$p \neq 2$$



$$\cos \alpha = \frac{-1}{k} = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1-1}}$$

$$\alpha = \arccos \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1-1}} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{25x-9}(x-6) = a$$

$$x+3 = aq^2 \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} = aq^2$$

$$(x-6)^2 = \frac{1}{q^8}$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x - 9$$

$$x+3 = \frac{a}{\sqrt{x-6}}$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$a^2 = (x^2 + 6x + 9)(x-6)$$

$$a = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$$

$$aq^2 - x - 3 = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \quad (2)$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ x = 1 \end{cases} \text{ - корни из (2) } x-6 \neq 0$$

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 72 \cos x = 6 \cos 2x + 70$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(2 \cos^2 x - \cos x) - p(\sin 2x - \sin x) + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x - 6 + 70$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x - 2p(1 - \cos^2 x) \cos x + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x + 4$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x + 2p \cos^3 x - 2p \cos x + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x + 4 \quad D = 9 - 12 < 0$$

$$4pt^3 - 72t^2 + 72t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 18t^2 + 18t - 1 = 0$$

$$pt^3 - 9t^2 + 9t - 1 = 0 \quad /:t^2$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$pt^3 - 3 + 3\frac{1}{t} + \frac{1}{t^3} = 0$$

$$(3pt - 1) \left(\frac{1}{3p} t^2 - \frac{1}{3p} t + 1 \right)$$

$$f'(t) = 3pt^2 - 6t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$pt^2 - t + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4p$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4p}}{2p}$$



$$\begin{array}{r} x^3 - y^3 \quad | \quad x - y \\ \underline{3x^2y} \quad | \quad x^2 - xy + y^2 \\ \quad \quad \quad \quad | \quad -x^2y + y^3 \end{array}$$

$$(t-1)t^3 = -(t-1)^3$$

$$t^3 = (t-1)^3$$