



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



VI. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

VII. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

VIII. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

IX. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

X. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{15}, \quad bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, \quad ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Рассмотрим } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \Rightarrow$$

$$abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \quad (\text{каждый простой множитель } a, b, c$$

входит в $(abc)^2$ дважды, т.е. четное кол-во раз,

$$\text{поэтому если } ord_2((abc)^2) \geq 36 \Rightarrow ord_2(abc) \geq 18,$$

$$ord_3((abc)^2) \geq 59 \Rightarrow ord_3(abc) \geq 30, \quad \text{и т.д.}$$

$$\text{но поскольку } ac: 5^{28}, \quad abc: 5^{26} \Rightarrow abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

приведем пример

$$\text{Тогда } a, b, c: \begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases} \text{ Тогда } abc =$$

$$= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{и} \quad ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11};$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}; \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\Rightarrow \text{но так как } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \text{ — мин возможное } abc$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.
 $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ ОДЗ:

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi] \Rightarrow$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 4,5\pi\right].$$

Рассмотрим случаи, когда x принадлежит различным интервалам $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, $[\pi; 2\pi]$, $[2\pi; 3\pi]$, $[3\pi; 4\pi]$.

1) $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$

$$\Rightarrow 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

2) $x \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - \frac{\pi}{2}) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 10x - 5\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow x = \frac{14\pi}{12} = \frac{7}{6}\pi$$

3) $x \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(-x + 2,5\pi) = 9\pi - 2x$

$$\Rightarrow -10x + 25\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 16\pi, x = 2\pi$$

4) $x \in [\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - 2,5\pi) = 9\pi - 2x$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 34\pi \Leftrightarrow x = \frac{17}{6}\pi$$

5) $x \in [\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(\frac{9\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$

$$\Rightarrow 45\pi - 10x = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 36\pi \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}\pi$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{9}{2}\pi$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 14y + 77) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

Покажем на графике на плоскости xOy :

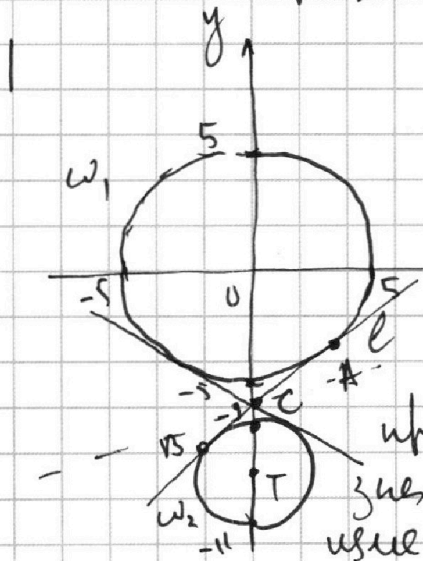
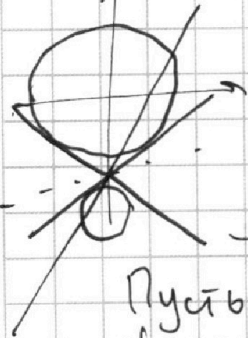


График второго ур-я - это две окр-ти радиусов $r_1 = 5$ и $r_2 = 2$ и центры $O(0;0)$ и $T(0;-9)$,

линия l график первого ур-я - это прямая, в зависимости от значения параметра a , имеет разный наклон, который может быть

любым действительным числом. Если система ур-я имеет 4 решения, это значит, что данная прямая является секущей для двух окр-ей. Из геометрических соображений ясно, что для семейства таких прямых, для которых существует прямая параллельная и являющаяся касательной, является множество прямых, касательных к y у которой наклон меньше больше или равно по модулю, чем у внутренней касательной к двум окр-ям; из рисунка видно, что все такие прямые удовлетворяют этому условию, и ни одна другая не удовлетворяет.



Найдем коэф наклона внутри или снаружи касательной l . ~~Видно, что она проходит через $T(0; -9)$ т.к. центра этой~~

Пусть ω_1 касается l в т. А, а ω_2 в т. В. и пересекает ось симметрии Oy в т. С

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

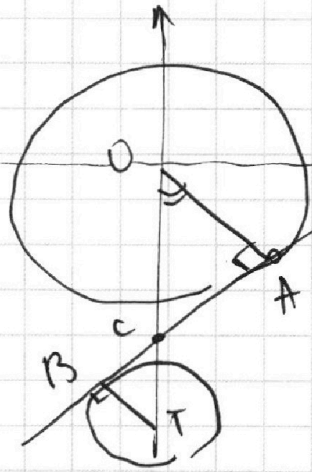
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 - продолжение



Тогда $\triangle AOC \sim \triangle TBC$; $\frac{OA}{TB} = \frac{5}{2}$

$$\begin{cases} OC + CT = 9 \\ \frac{OC}{CT} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow OC = \frac{45}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle OCA = \frac{OA}{OC} \quad AC =$$

$$= \sqrt{OC^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{45}{7}\right)^2 - 25} = \sqrt{\frac{800}{49}} = \frac{10\sqrt{5}}{7}$$

$\Rightarrow \text{tg} \alpha$ - коэф наклона l :

$$\therefore \text{tg} \alpha = \text{tg} \angle OCA = \frac{AC}{OA} = \frac{\frac{10\sqrt{5}}{7}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$$

или симметричный коэф наклона второй прямой $-\frac{10}{7}\sqrt{5}$. Если $\text{tg} \alpha$ и $-\frac{10}{7}\sqrt{5}$ коэф наклона прямой

$$y = -\frac{5}{6a}x + b$$
 если $\left|-\frac{5}{6a}\right| < \frac{10}{7}\sqrt{5}$ нулевой

b не существует, а если $\left|-\frac{5}{6a}\right| > \frac{10}{7}\sqrt{5}$, тогда

всегда найдёт b - абсцисса т.с. Если $a = 0$, $b = 0$, прямая $x = 0$ не подходит. Теперь можно найти, удовлетворяющие нас a :

1) $-\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{5}$ $a < 0$

2) $-\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{5}$ $a > 0$

3) $a = 0$

Ответ: $-\frac{5}{6\sqrt{52}} < a < \frac{5}{6\sqrt{52}}$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{5}, a < 0 \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{5}, a > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$$

Ответ: $-\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} = -\log_{x^3} 121 - 5$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x} + 5 = 0$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x} \cdot \frac{2}{3} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0 \quad (1) \quad x > 0$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = \log_{(0,5y)^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 13 \log_{(0,5y)^3} 11 + 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_{11}^5(0,5y) + 5 \log_{11}(0,5y) + \frac{16}{3} = 0 \quad (2); y > 0$$

Свойства логарифмов:

Рассмотрим $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$. Если $f(x) = a$
то $f\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_{11}^5 x - 5 \log_{11} x = -f(x)$, тогда
если $f(x) = \frac{16}{3}$, $f(0,5y) = -\frac{16}{3} \Rightarrow 0,5y =$
 $= \frac{1}{x}$, тогда $x \cdot y = 2 \quad (x, y \neq 0)$

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

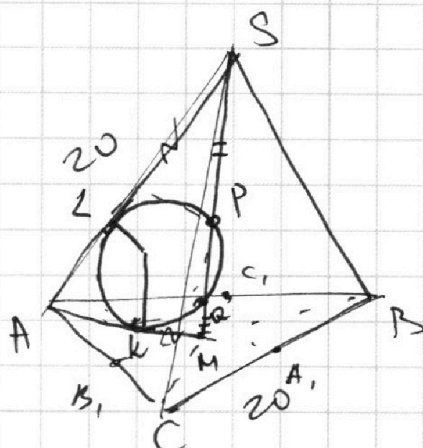
Задача 7.

Решение.

Соединяем точки M отн. Ω
набрав $MQ \cdot MP = SP \cdot SQ \Rightarrow$

$\Rightarrow SL = MK$ (отрезки
касательных из τ S и M)

и \perp им $\Rightarrow AL = AK \Rightarrow$



$\Rightarrow AM = 20 \Rightarrow AA_1 = 30$ (медiana), $S_{\triangle ABC} = 180 \Rightarrow$

\Rightarrow высота AK из A на BC : $AK = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{180}{20} = 9$

$= 18$. Рассмотрим $\triangle ABC$:

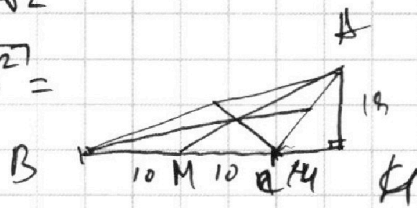
по т. Пифагора $AK = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$

\Rightarrow ~~AK~~ AK (пусть K лежит
на продолжении BC) \Rightarrow

$\Rightarrow AC = \sqrt{18^2 + 14^2} = \sqrt{324 + 196} = \sqrt{520} = 2\sqrt{130}$

~~$AB = 2\sqrt{320} = 2\sqrt{130}$~~ ; $AB = \sqrt{34^2 + 18^2} =$

$= \sqrt{324 + 1156} = \sqrt{1480} = 2\sqrt{370}$.



также $\angle C_1 = 3$ или 3 стороны треугольника
можно найти произведем ее медиан

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot BB_1 \cdot CC_1 \cdot \frac{18}{2\sqrt{130}} \Rightarrow$

$\Rightarrow BB_1 =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

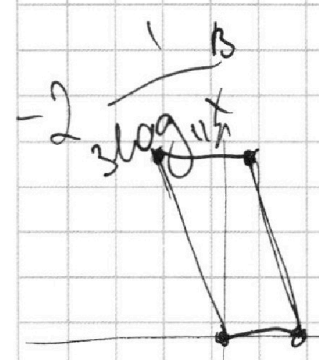
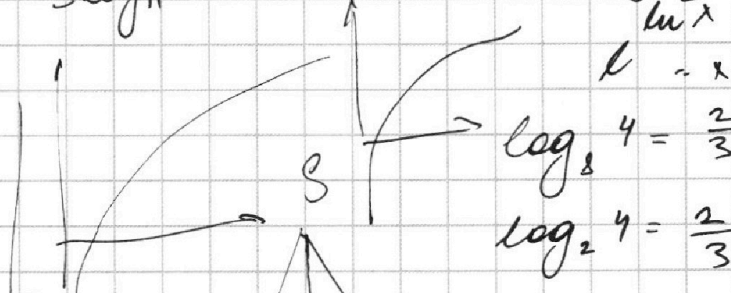
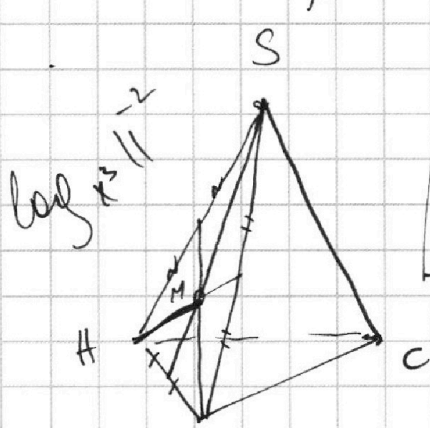
$$\log_{11}^4 x - \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \quad c=1 \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} = \log_{x^3} 1 - \log_{x^3} 121 \quad \log_a b = \log_a c - \log_a d$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{121} x^3} + 5 = 0 \quad \log_{121} 11 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{2}{3 \log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\log_{11} a = \frac{\log_{11} a}{\ln a} \cdot \frac{1}{2}$$



$$-2 \cdot 3 \log_{11} x$$

$$-13 \cdot 3 \log_{11} x$$

$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 =$$

$$t^5 + t - 5 = 0$$

$$t(t^4 + 1) = 5$$

$$\log(\dots)$$

$$\log(\dots)$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}^5 (0.7y) + 5 \log_{11} (0.7y) + \frac{16}{3} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving circles and lines.

Equations:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 11y + 81 = 4 \end{cases}$$

$$x^2 + (y-9)^2 = 2^2 - x + 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$y = \frac{6-5x}{6a} = \frac{6}{6a} - \frac{5}{6a}x = \frac{5}{6} - \frac{5}{6a}x$$

$$5x + 6ay$$

$$y = -\frac{5}{6a}x$$

Algebraic Solution:

$$x(x+4) = (2-x)(2-x)$$

$$x^2 + 4x = 24 - 2x - 2x + x^2$$

$$14x = 24$$

$$x = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}$$

Geometric Diagrams:

- Top left: Two circles of radius 5 centered at (0, 5) and (0, -5) on the y-axis. A line passes through their centers.
- Top middle: A circle with center at the origin and radius 5. A line is tangent to it.
- Top right: A coordinate system showing a circle and a line.
- Middle: A large circle with radius 10 centered at the origin. A line is tangent to it.
- Bottom left: A small circle with radius 4 centered at (2, 0) on the x-axis.
- Bottom middle: A circle with radius 9 centered at (0, -9) on the y-axis.
- Bottom right: A circle with radius 2 centered at (0, 2) on the y-axis.

Other Notes:

- $a=0 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$
- $a \neq 0$
- $\frac{5}{2} = \frac{x}{y}$
- $x+y=9$
- $y = \frac{5}{2}x$
- $x + \frac{5}{2}x = 9$
- $\frac{7}{2}x = 9$
- $x = \frac{18}{7}$
- Arithmetic: $\frac{225}{2025} = \frac{100}{2050} = \frac{20}{205}$
- Arithmetic: $\frac{45}{7} \cdot \frac{18}{7} = \frac{63}{7} = 9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

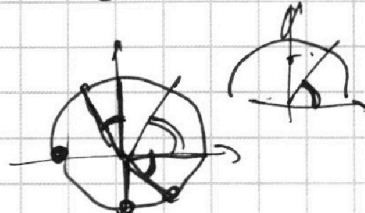
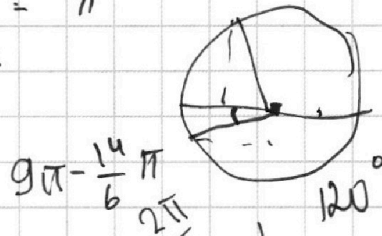


10/12 $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \quad x \in \left[\frac{4,5\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$

11/12 $\arccos(\sin x) = \pi$
 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$

$-\frac{\pi}{2}; 4,5\pi$

13/12

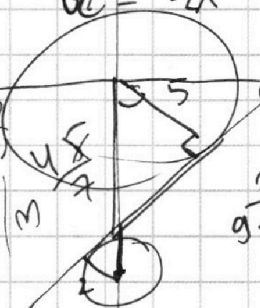


$y = -2 \times 54$
 $0,5y = -x$
 $y = -2x^2$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2}$

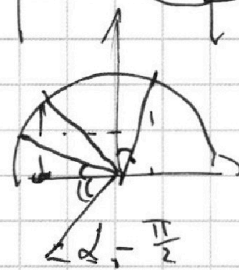
$\arccos(-1) = \pi$

9π - 16π
27π - 16π
11π - 16π

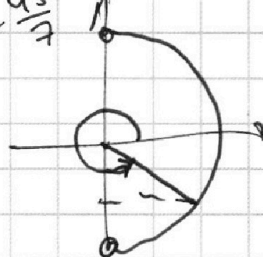
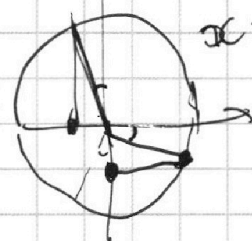


$g - x = \frac{5}{x} \pm 1$
 $2x = 45 - 5x$
 $x = \frac{45}{7}$

$\pi - x$

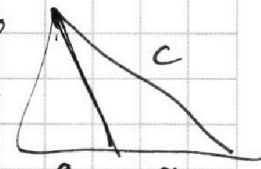
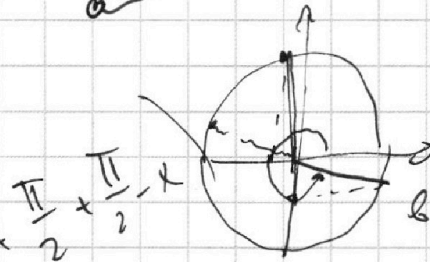


$2\pi - \alpha - \beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$
 $\Delta = \frac{3\pi}{2} - 2\alpha$



$2 \times 9 = 3 \times 2025 - 1225$
 $10\pi - \frac{17}{16} - \frac{1}{6} - 49$
 $x - \frac{\pi}{2}$

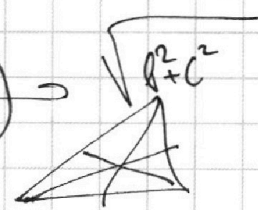
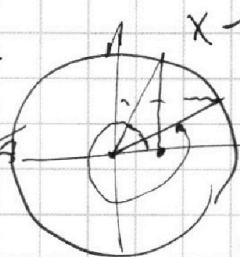
$x - \frac{\pi}{2}$



π/12

$2025 - 25 \times 49 = 3x$
 $\frac{2025 - 1225}{49} = x$
 $\frac{800}{49} = x$

$\frac{225}{49}$
 $\frac{100}{22}$
 $\frac{1}{22}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

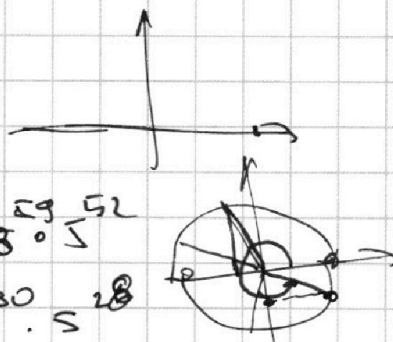
$$10 \left(\arccos \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) \right) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\arccos \in [0; \pi]$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^{29} \cdot 5^{52}$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \sin \beta$$

x c

x

$$x + y + z = 18$$

$$x + y = 6$$

$$y + z = 14$$

$$x + z = 16$$

$$x - y = 2$$

$$x + y = 6$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\log_{10} \frac{1}{10^x} =$$

$$= -\log$$

$$z = 12$$

$$x = 4$$

$$y = 0$$

$$a = 2^7$$

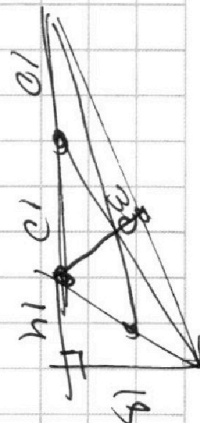
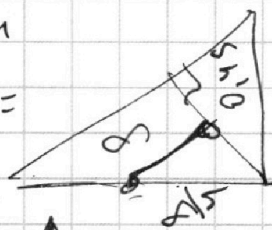
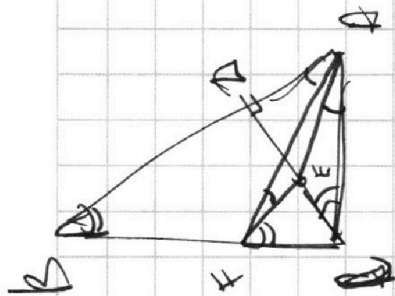
$$b = 2^{14}$$

$$c = 2^{14}$$

$$a = 2^7$$

$$b = 2^{10}$$

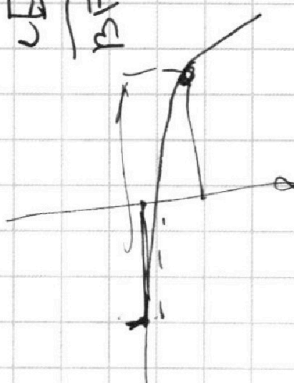
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2x - \frac{\pi}{2}}{\dots}$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{BA}$$

$$CE = BE \cdot \sin \alpha$$

$$CE = CF \cdot \sin \beta$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{22}$$

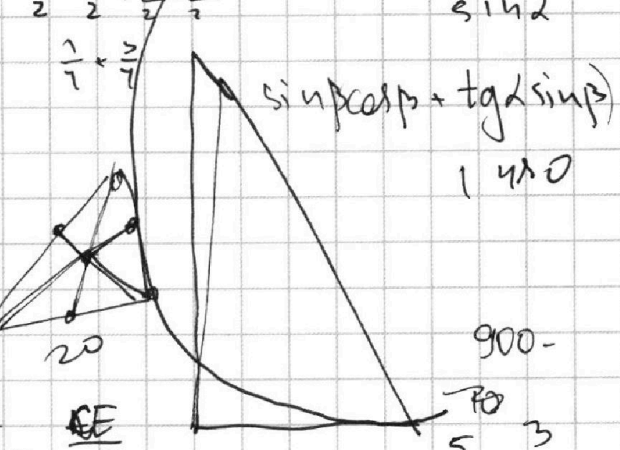
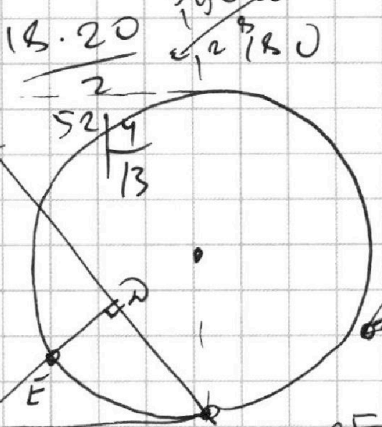
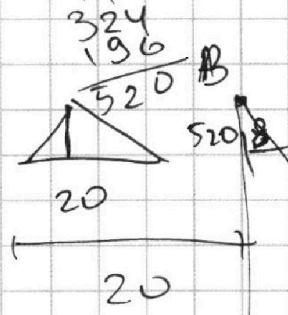
$$\frac{16 \cdot 20}{2} = 160$$

$$\frac{324 \cdot 14}{81} = 56$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2}{1156 - 324}$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha}$$



$$\frac{7}{24\sqrt{2}}$$

$$\frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{AB}{BF} = \frac{BF}{BC}$$

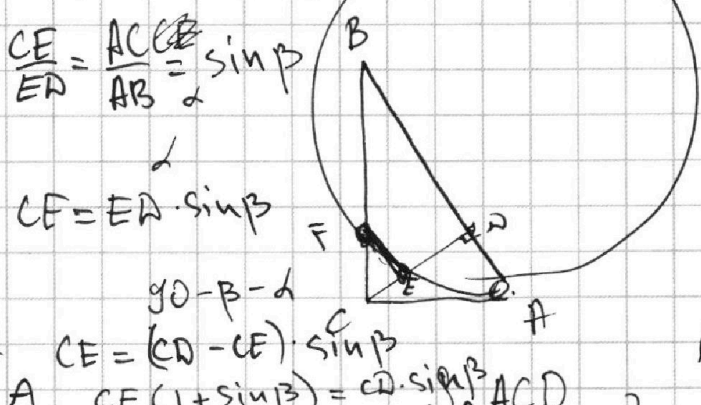
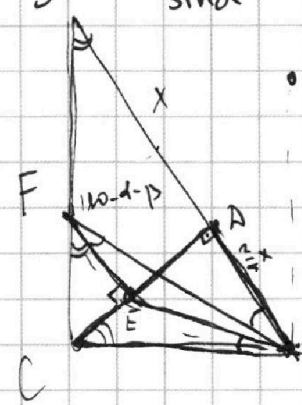
$$\frac{AB}{BF} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{148}{74} = \frac{37.4}{p}$$

$$\frac{CF}{BF} = \frac{CE}{EN}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BF}{AB}$$

$$\frac{CE}{ED} = \frac{AC}{AB}$$



$$\frac{1.4x}{x} = 1.4$$

$$\frac{AB}{BA} = 1.4$$

$$CE^2 = \frac{AC \cdot AB}{BF}$$

$$h = \sqrt{AB \cdot BF}$$

$$\sqrt{x \cdot \frac{2}{5}x} = \frac{\sqrt{2}}{5}x$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB} \Rightarrow CE = \frac{AC \cdot BF}{AB}$$

$$\frac{FE}{AA} = \frac{CE}{AB} = \frac{AC \cdot BF}{AB \cdot AD}$$

$$\frac{2}{5}x \cdot \frac{\sqrt{2}}{5}x \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}x^2}{5\sqrt{5}}$$

$$\frac{AD}{CE} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot BF} = \frac{\sin \beta \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} = \frac{AC}{AF} \cdot \frac{AF}{BF} = \frac{AC}{BF}$$

$$S_{\Delta CDA} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot \sin \beta$$