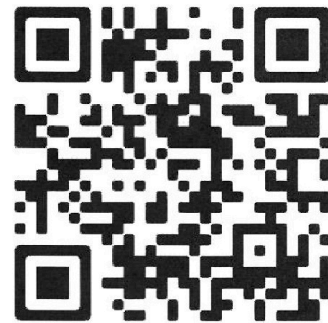




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1)

Пусть $a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$, $b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$, $c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$. Если у чисел a, b и c есть еще какие-то ^{простые} делители, помимо 2, 3 и 5, то они никак не влияют на условие, но при этом увеличивают искомое произведение, поэтому будем считать, что их нет. Тогда по условию верно, что

$$x_1 + y_1 \geq 8; \quad y_1 + z_1 \geq 12; \quad x_1 + z_1 \geq 14.$$

$$x_2 + y_2 \geq 14; \quad y_2 + z_2 \geq 20; \quad x_2 + z_2 \geq 21$$

$$x_3 + y_3 \geq 12; \quad y_3 + z_3 \geq 17; \quad x_3 + z_3 \geq 39$$

Из этих неравенств получаем, что

$$x_1 + y_1 + z_1 \geq \frac{8 + 12 + 14}{2} = 17$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq \frac{14 + 20 + 21}{2} = 27$$

$$x_3 + y_3 + z_3 \geq \frac{12 + 17 + 39}{2} = 34$$

$$\text{Значит, } x_1 + y_1 + z_1 \geq 17,$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq 27, \quad x_3 + y_3 + z_3 \geq 34.$$

$$\text{Но по условию } x_3 + z_3 \geq 39,$$

$$\text{значит, } x_3 + y_3 + z_3 \geq 39.$$

Минимальное произведение abc равно $2^{x_1 + y_1 + z_1} \cdot 3^{x_2 + y_2 + z_2} \cdot 5^{x_3 + y_3 + z_3} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$.

$$\text{Пример: } a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{12}, \quad b = 2^3 \cdot 3^7; \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}.$$

$$\text{Тогда } ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} ; 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27} ; 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} ; 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



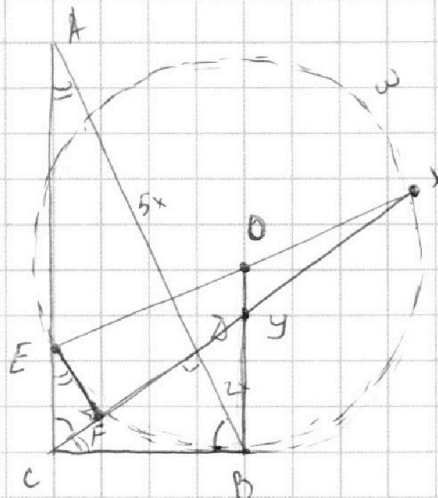
(12)

Дано:

$\triangle ABC$ - прямоугольн., $\angle C = 90^\circ$;
 ω кас. BC в B , CD - вис. $\triangle ABC$
 $\omega \cap AC = E$; $\omega \cap CD = F$;
 $EF \parallel AB$; $AD:AB = 5:2$

$$S_{ABC} : S_{CEF} = ?$$

Решение:



т.к. $EF \parallel AB$, $\angle CAB = \angle CEF$
 и $\angle ADC = \angle EFC = 90^\circ$. Значит,
 $\triangle ABC \sim \triangle ECF$ по 2 углам.

Следовательно, $S_{ABC} : S_{CEF} =$
 $= \frac{AC \cdot BC}{CF \cdot EF} = \left(\frac{BC}{CF}\right)^2$. Т.к. BC - касательная к ω , $BC^2 = CF \cdot CX$, где

X - пересечение CD и ω дальнее точки D . Значит, $\frac{BC^2}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$
 т.е. достаточно найти отношение $\frac{CX}{CF}$.

Т.к. $\angle EFX = 90^\circ$, EX - диаметр ω . Значит, O - середина EX .

Т.к. B - точка касания BC и ω , $OB \perp BC$ и $OB \parallel EC$. Т.к.

OB проходит через середину EX и $OB \parallel EC$, OB - средняя линия $\triangle ECX$ и OB пересекает CX в середине (пусть точка пересечения - точка Y), BD - высота в прямоугольном треугольнике $\triangle BCY$. $CD \cdot DY = BY^2 = 4x^2$, где $x = \frac{1}{2} AB$. При этом CD - высота в $\triangle ABC$, т.е. $CD^2 = AD \cdot BD = 10x^2$. Значит, $DY =$
 $= \frac{4x^2}{x \sqrt{10}} = \frac{4x}{\sqrt{10}}$. Т.к. $CY = \frac{1}{2} CX$, $CX = 2(CD + DY) = 2\left(x\sqrt{10} + \frac{4x}{\sqrt{10}}\right)$.

$= 2 \cdot \frac{14x\sqrt{10}}{10} = \frac{14\sqrt{10}}{5} x$. Поскольку BC - касательная,
 $BC^2 = CF \cdot CX$, а также BC - катет $\triangle ABC$, т.е. $BC = \sqrt{BD \cdot BA} =$
 $= x\sqrt{4}$. Следовательно, $4x^2 = CF \cdot \frac{14\sqrt{10}}{5} x$

$CF = \frac{5x}{\sqrt{10}}$. Значит,
 $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \left(\frac{x\sqrt{4} \cdot \sqrt{10}}{5x}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{40}}{5}\right)^2 = \frac{140}{25} = 5 + \frac{15}{25}$
 $= 5,6$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = 5,6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N3)

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

Рассмотрим несколько случаев:

1) $x \in [-2\pi; -\pi]$. Тогда

$$\frac{\pi}{2} - x \in [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]. \text{ Значит,}$$

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(-x - \frac{3\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-5x - \frac{15\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-\frac{16\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{4\pi}{2} = -2\pi$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-2\pi)) = \pi + 4\pi$$

$$10 \arcsin(1) = 5\pi$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ - верно}$$

2) $x \in [-\pi; 0]$. Тогда $\frac{\pi}{2} - x \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$, то есть

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x - \pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(-x - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - x$$

$$-\frac{6\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-\frac{3\pi}{4})) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{4})) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2} \text{ - верно}$$

3) $x \in [0; \pi]$. Тогда $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, то есть

$$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} = x \text{ - Проверим корень:}$$

$$10 \arcsin(\cos \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$10 \arcsin(0) = 0$$

$$0 = 0 \text{ - верно}$$

4) $x \in [\pi; 2\pi]$. Тогда $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$, то есть

$$5(\frac{\pi}{2} - x + \pi) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{3\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{15\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 4x$$

$$x = \frac{7\pi}{4}$$

Проверим корень:

Т.к. $\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{6\pi}{2} \leq -x \leq \frac{4\pi}{2}$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin \left(\cos \frac{7\pi}{4} \right) = 10\pi - \frac{7\pi}{2}$$

$$10 \arcsin \left(\sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = -\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{10\pi}{4} = -\frac{5\pi}{2} \text{ - верно}$$

5) $x \in [2\pi; 3\pi]$. Тогда $\frac{\pi}{2} - x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2} \right]$, т.е.

$$5 \left(\left(\frac{\pi}{2} - x \right) + 2\pi \right) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$4 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = -10\pi$$

$$12\pi = 4x$$

$x = 3\pi$. - Проверим корни;

$$10 \arcsin \left(\cos 3\pi \right) = \pi - 6\pi$$

$$10 \arcsin (-1) = -5\pi$$

$$-5\pi = -5\pi \text{ - верно.}$$

Найдем все корни, т.е. рассмотрим все случаи по ОДЗ.

Ответ: $x \in \left\{ -2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi \right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

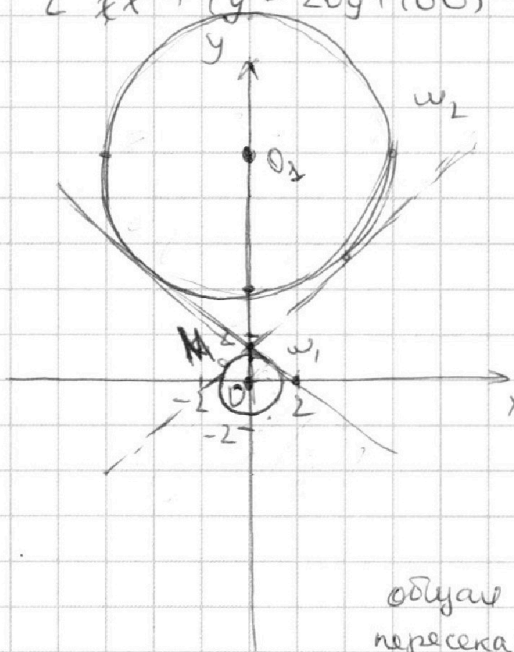


№4

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 4b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 20y + 100) = 36 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 4b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \quad (\omega_1) \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \quad (\omega_2) \end{cases} \end{cases}$$



Так как ~~карат~~ система должна иметь ровно 4 решения, прямая $y = \frac{a}{3}x + 4b$ должна пересекать окружности ω_1 и ω_2 в 2-х точках. Заметим что для $\frac{a}{3} > k$, где k — ^{коэффициент при x} угол наклона ~~общей~~ внутренней касательной, то такой в обязательно найдётся, ведь прямая такая будет ~~дальше~~ ближе к оси Oy , чем ~~общая~~ касательная, следовательно, будет пересекать обе окруж. в 2-х точках.

Т.к. ось Oy — линия центров окружностей, касательные внутренние касательные симметричны относительно Oy , т.е. касательные имеют вид $y = kx + l$ и $y = -kx + l$. Аналогично описанному ранее, если $\frac{a}{3}$ меньше $-k$, то прямая $y = \frac{a}{3}x + 4b$ будет ближе к оси Oy и будет проходить наск.

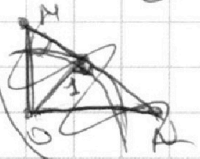
Найдём общие касательные этих 2-х окружностей.

Пусть M — точка пересечения внутренних касательных. Как-симметрично относительно ω_1 и ω_2 с центром M и коэффициентом $\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{10-1}$). Тогда $\frac{OM}{OM} = \frac{1}{6}$ и $OM + OM = 10$. Значит, $OM =$

$$\frac{10}{7} \Rightarrow OM = \frac{50}{7} \Rightarrow 60 - 6OM = OM \Rightarrow OM = \frac{60}{7}$$

Значит $l = \frac{60}{7}$, т.е. $y_{кас1} = kx + \frac{60}{7}$, $y_{кас2} = -kx + \frac{60}{7}$.

Пусть N — пересечение Ox и $y_{кас1}$. Тогда $ON = \frac{60}{7}$. $OM \perp ON \Rightarrow \angle OMN = 90^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

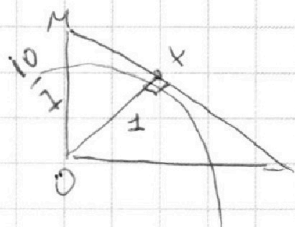
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{OM}{10-OM} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6OM = 10-OM \Rightarrow OM = \frac{10}{7}.$$



Пусть M — точка пересечения Ox и касательной
к ω $y_{кас1} = kx + e$. Из вышеуказанного
 $e = \frac{10}{7}$. Пусть X — точка касания ω
и MN . Тогда $OM = ON$. $OM \cdot \cos \angle OMN =$
 $N = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{100}{49} - \frac{49}{49}}} = \frac{10}{7} \cdot \frac{7}{\sqrt{51}} = \frac{10}{\sqrt{51}}$.

Значит, $0 = k \cdot \frac{10}{\sqrt{51}} + \frac{10}{7}$

$$k = -\frac{10}{7} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = -\frac{\sqrt{51}}{7}.$$

Следовательно, $y_{кас1} = -\frac{\sqrt{51}}{7}x + \frac{10}{7}$, $y_{кас2} = \frac{\sqrt{51}}{7}x + \frac{10}{7}$.

По вышеуказанному найдем порядок $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$ \vee
 $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$, т.е. $a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N5)

$$1) \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \cdot 625 - 3$$
$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1/2 \end{array} \right\}$$

$$3\log_5^5(2x) + 9\log_5(2x) + 13 = 0 \quad (1)$$

$$2) \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 3 \cdot 92 - 3$$
$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{-1}{3 \log_5 y} - 3$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad (2)$$

Заметим, что $\log_5(2x) + \log_5(y) = \log_5(2xy)$. Значит, если мы найдем эту сумму, то однозначно найдем xy .

Пусть $t = \log_5 2x$, $z = \log_5 y$. Тогда нам нужно найти $t+z$. Сложим (1) и (2). Получим, что

$$3(t^5 + z^5) + 9(t+z) = 0$$

$$(t+z)(t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3) = 0$$

1) Если $t+z=0$, то $2xy=1$, $xy=1/2$

2) Если $t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3 = 0$, то

$$(t^4 - t^2z^2 + z^4) + (tz(-t^2 + 2tz - z^2)) + 3 = 0$$

$$t^4 - t^2z^2 + z^4 - tz(t-z)^2 + 3 = 0$$

$$(t^2 - z^2)^2 + t^2z^2 - tz(t-z)^2 + 3 = 0$$

$$(t-z)^2((t+z)^2 - tz) + t^2z^2 + 3 = 0$$

$$(t-z)^2(t^2 + tz + z^2) + t^2z^2 + 3 = 0 \quad \rightarrow \text{это равенство}$$

$$\underbrace{\geq 0}_{\substack{\text{м.к. неположит.} \\ \text{квадрат}}} \quad \underbrace{\geq 0}_{\geq 0} \quad \underbrace{\geq 0}_{\geq 0} \quad \underbrace{\geq 0}_{\geq 0} \quad \text{невозможно.}$$

Следовательно, $xy = 1/2$. Проверим; подставив $x = \frac{1}{2y}$ в (1):

$$3\log_5^5(y^{-1}) + 9\log_5(y^{-1}) - 13 = 0$$

$$-3\log_5^5 y - 9\log_5 y - 13 = 0$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad \rightarrow \text{это уравнение (2).}$$

Значит, если корни имеются (а они есть по условию), то $xy = 1/2$.

Ответ: $xy = 1/2$

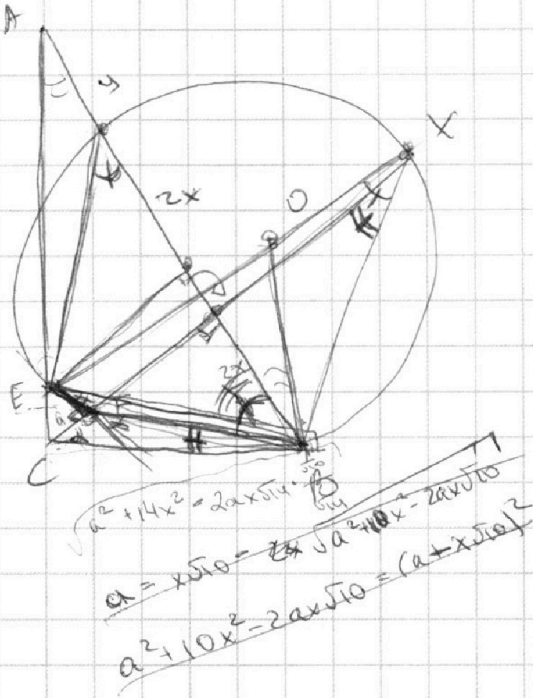
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

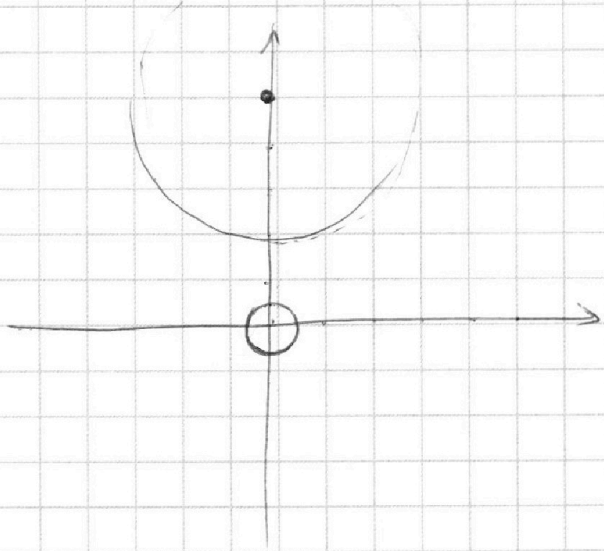


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - 3y + 4\sqrt{6} = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4\sqrt{6} = 0 \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases} \end{cases}$$





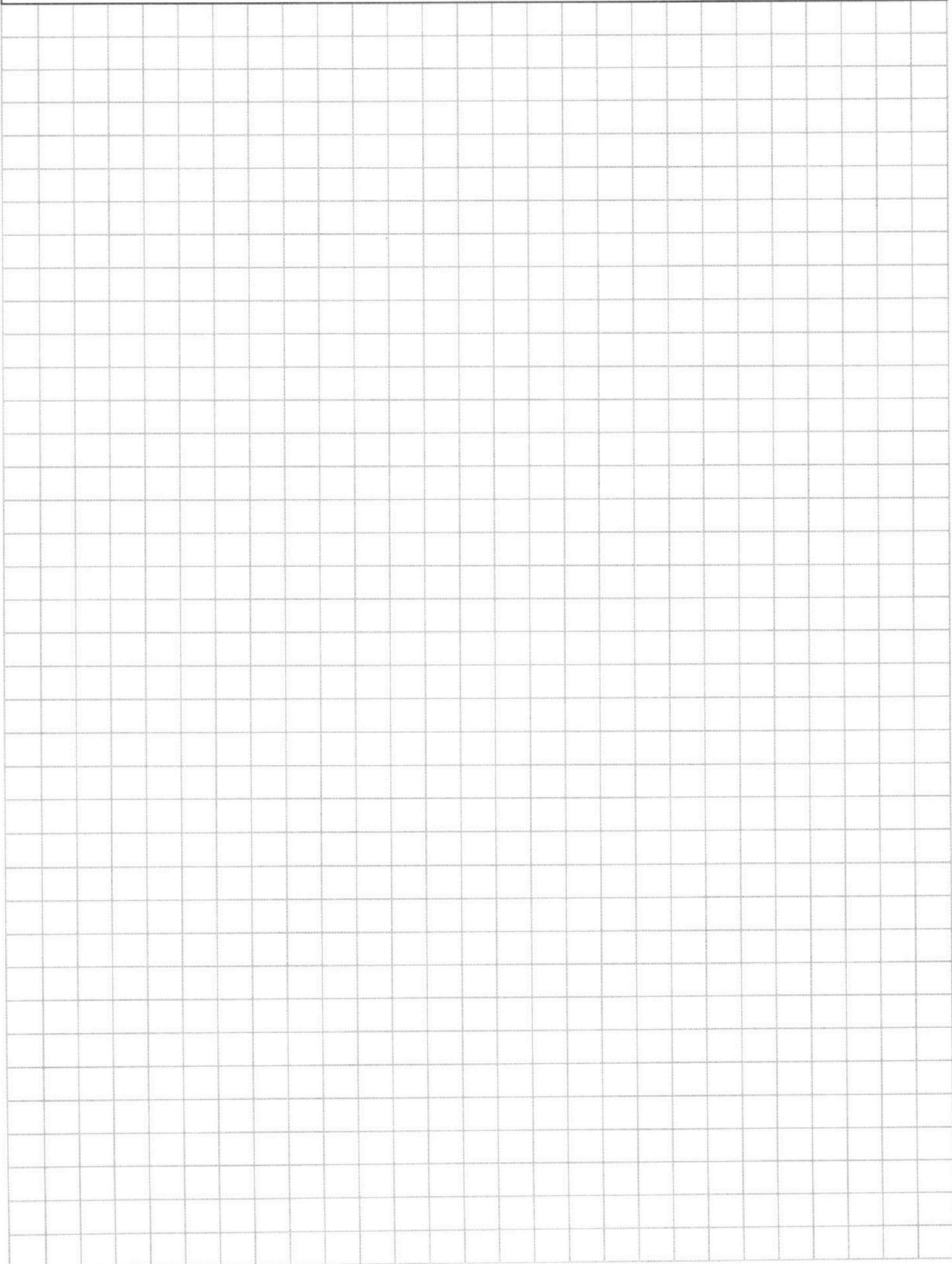
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\left(\frac{1}{\log_{2x} 5}\right)^4 = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$3 \log_{2x}^4 5 - 13 \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$-13t^5 + 9t^4 + 3 = 0$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \log_5 2x - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3 \log_5 2x} + 3 = 0$$

$$3 \log_5^5(2x) - 13 + 9 \log_5 2x = 0$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$t^5 + 3t + \frac{13}{3} = 0$$

$$(t+z)(t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3) = 0$$

$$\uparrow = 0$$

$$(t^2 + z^2)tz = t^3z + tz^3$$

$$-2t^2z^2 = (t^2 + z^2)(t^2 + z^2) = t^2 + z^2$$

$$(t^2 + z^2)(t^2 - tz + z^2) = 2t^2z^2$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{-1}{3 \log_5 y} - 3$$

$$1 \log_5^4 y + \frac{13}{3 \log_5 y} + 3 = 0$$

$$3 \log_5^5 y + 13 + 9 \log_5 y = 0$$

$$\begin{cases} x > 0 & x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 & y \neq 1 \end{cases}$$

$$t+z=?$$

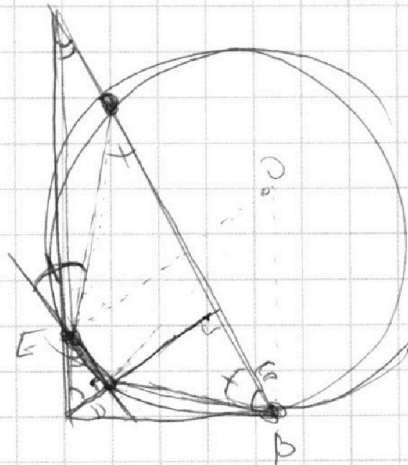
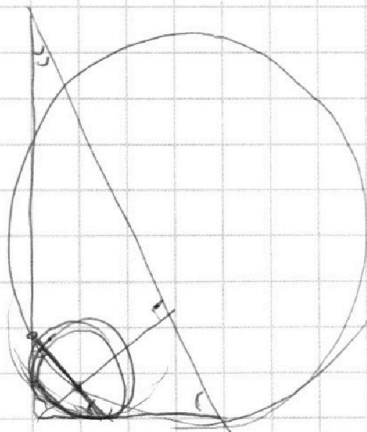
$$3z^5 + 9z + 13 = 0$$

$$t+z=0$$

$$\log_5(2xy) = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$



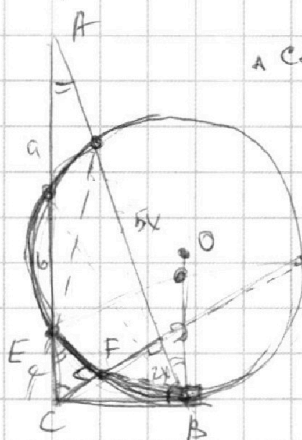
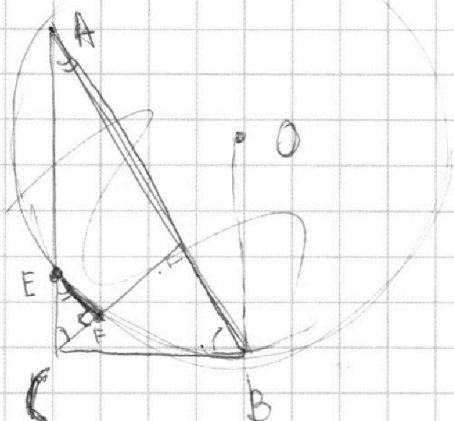
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ΔCEF - равнобедр.

$$\frac{CF}{CB} = \frac{EC}{AE}$$

$$a + b + c = x\sqrt{35}$$

$$CB = 4x^2$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$[-5\pi, 5\pi]$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

$$x \in [-2\pi, 3\pi]$$

Пусть, если

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x$$

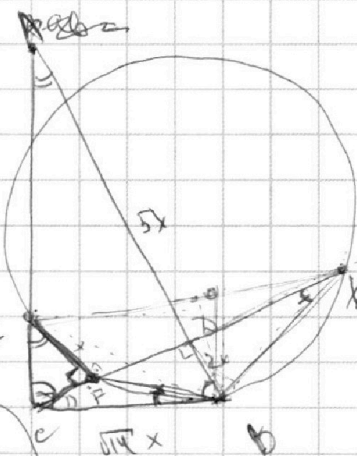
т.е. если $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$5(\pi - 2x) = \pi - 2x$$

$$\pi = 2x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$



$$x > 0$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$y > 0$$

$$y \neq 1$$

$$BC^2 = EC \cdot CX$$

$$\left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \frac{CX}{CF}$$

$$\frac{CF \cdot CX}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$$

$$4 \log_5(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log(2x)^3 (5)^4 - 3$$

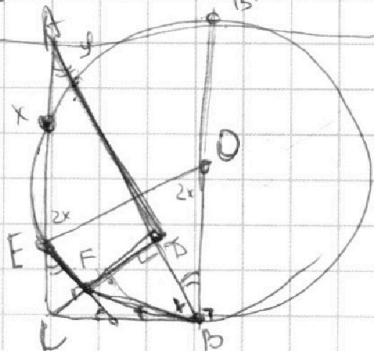
$$4 \log_5 y + 4 \log y 5 = \log y^3 (5)^4 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$3 \log_5^5(2x) + 9 \log_5(2x) - 13 = 0$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$



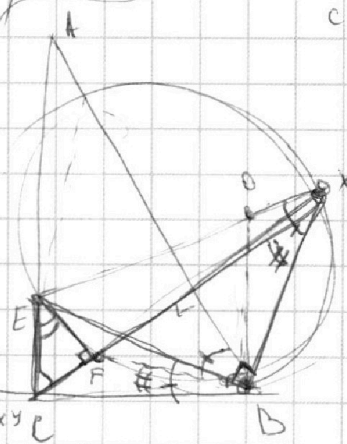
$$v = \frac{EB - XY}{2}$$

$$f = \frac{-FB}{2}$$

$$v + f = \frac{FB + EB - XY}{2}$$

$$\frac{EB - XY + EB}{2} = \frac{EX + EB}{2} = \frac{XB}{2}$$

$$\angle X + \angle Y = 180^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ - \angle X}{2} = \frac{\angle Y}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$$

$$b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$$

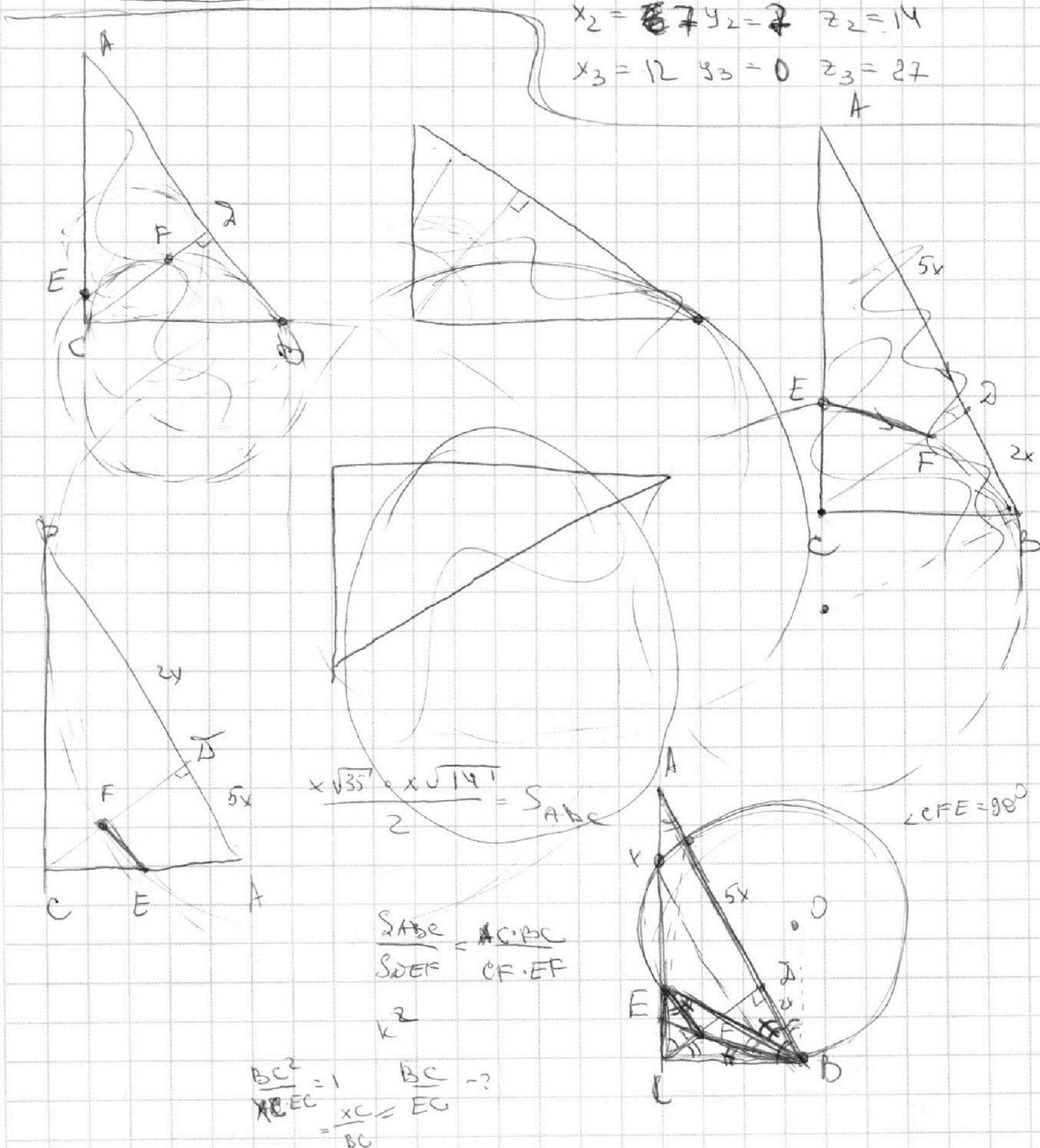
$$c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$$

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 &\geq 8 & y_1 + z_1 &\geq 12 & x_1 + z_1 &\geq 14 \\ x_2 + y_2 &\geq 14 & y_2 + z_2 &\geq 20 & x_2 + z_2 &\geq 21 \\ x_3 + y_3 &\geq 12 & y_3 + z_3 &\geq 17 & x_3 + z_3 &\geq 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 + z_1 &\geq \frac{34}{2} = 17 \\ x_2 + y_2 + z_2 &\geq \frac{55}{2} > 27 \\ x_3 + y_3 + z_3 &\geq \frac{68}{2} = 34 \end{aligned}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39} ?$$

$$\begin{aligned} x_1 = 5 & \quad y_1 = 3 & \quad z_1 = 9 \\ x_2 = 7 & \quad y_2 = 7 & \quad z_2 = 14 \\ x_3 = 12 & \quad y_3 = 0 & \quad z_3 = 27 \end{aligned}$$



$$\frac{x\sqrt{35} \cdot x\sqrt{14}}{2} = S_{ABE}$$

$$\frac{S_{ABE}}{S_{DEF}} = \frac{AC \cdot BC}{CF \cdot EF}$$

$$\frac{BC^2}{AC \cdot EC} = 1 \quad \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{BC} = ?$$

$\angle CFE = 90^\circ$