МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 25\right)\left(x^2 + y^2 + 18y + 77\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
x						

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 1.

Будем пользоваться тем, что если $a_1 \vdots b_1$, а $a_2 \vdots b_2$, то $a_1a_2 \vdots b_1b_2$

Тогда $acb^2 \vdots 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24}$ $(ac \cdot bc)$

Но $acb^2 \vdots ac \vdots 5^{28} \Rightarrow acb^2 \vdots 5^{28}$

Значит $acb^2 \vdots 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{28}$

$a^2b^2c^2 = acb^2 \cdot ac \vdots 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{56}$

Т.к. $a^2b^2c^2$ – квадрат натурального, то ~~[illegible]~~ степень вхождения любого простого в него – чётна. Тогда т.к. тройка простая, то она тоже входит в чётной, а т.ч. $a^2b^2c^2 \vdots 3^{59}$, то $a^2b^2c^2 \vdots 3^{60}$

Итого:

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \Rightarrow a^2b^2c^2 \geq 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Такой переход возможен, т.к. все нат.

(используем, что если $e \vdots f$, то $e \geq f$ при e и $f \in \mathbb{N}$)

пример:

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$b = 2^2 \cdot 3^5$

$c = 2^{12} 3^{16} \cdot 5^{14}$

Тогда $abc = 2^{18} \cdot 2^{30} \cdot 5^{28}$, а $ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \vdots 2^6 3^{13} \cdot 5^{11}$

$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} \vdots 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$, $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \vdots 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

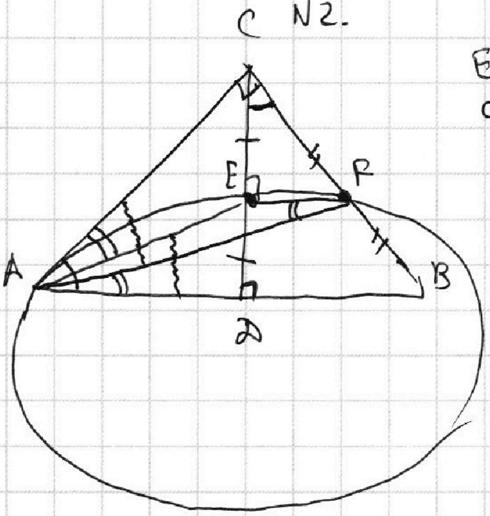
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [ ] 2 [X] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2.



$\left.\begin{matrix} EF \parallel AB \\ CD \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp EF \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ$

$\frac{AB}{BD} = 1{,}4 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0{,}4$

$\angle FCE = \angle BCD = 90^\circ - \angle ACD = \angle CAD$

$\triangle CEF \sim \triangle ADC$ (2 угла)

$\frac{CF}{CE} = \frac{AC}{AD}$

Из касания:

$\angle CAF = \angle AFE$. $EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFA = \angle FAB$

Итого:

$\left.\begin{matrix} \angle CAF = \angle FAB \Rightarrow \angle CAF = \angle EAB = \angle EAD \\ \angle ADE = 90^\circ = \angle ACF \end{matrix}\right\} \Rightarrow \triangle CAF \sim \triangle DAE \Rightarrow$ (2 угла)

$\Rightarrow \frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{CF}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{CF}{CE} \Rightarrow CE = DE$

Т.к. $EF \parallel AB$, то $CF = FB$

$S_{CEF} = S_{CDB} \cdot \underset{\underset{\frac{1}{2}}{\shortparallel}}{\frac{CE}{CD}} \cdot \underset{\underset{\frac{1}{2}}{\shortparallel}}{\frac{CF}{CB}} = \frac{1}{4}$

$\frac{S_{CDB}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{AD} = 2{,}5$

$S_{CEF} = \frac{S_{CDB}}{4} = \frac{2{,}5 S_{ACD}}{4} = \frac{5}{8} S_{ACD}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5}$

Ответ: $\frac{8}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3 (стр. 1)

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$

$10\arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) = 9\pi - 2x$

$0 \le \arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) \le \pi$

$0 \le 9\pi - 2x \le 10\pi$

$-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{9\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} \geqslant -x \geqslant -\frac{9\pi}{2}$

$\pi \geqslant \frac{\pi}{2} - x \geqslant -4\pi$

I случай:

$\frac{\pi}{2} - x \in [0;\pi]$

$10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$

$-8x = 4\pi$

$\boxed{x = -\frac{\pi}{2}}$

$\frac{\pi}{2} - x = \pi \in [0;\pi]$ ✓

II случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi;0]$

$0 \geqslant \frac{\pi}{2} - x \geqslant -\pi \qquad 0 \le x - \frac{\pi}{2} \le \pi$

~~$\pi \geqslant \frac{3\pi}{2} - x \geqslant 0$~~

~~$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = -\cos(\frac{3\pi}{2}-x)$~~

$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$

$10(x - \frac{\pi}{2}) = 9\pi - 2x$

$12x = 14\pi$

$\boxed{x = \frac{7\pi}{6}}$

$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{2\pi}{3} \in [-\pi;0]$ ✓

III случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-2\pi;-\pi]$

$\frac{5\pi}{2} - x \in [0;\pi]$

$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \cos(\frac{5\pi}{2}-x)$

$25\pi - 10x = 9\pi - 2x$

$8x = 16\pi$

$\boxed{x = 2\pi}$

$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{3\pi}{2} \in [-2\pi;\pi]$ ✓

IV случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-3\pi;-2\pi]$

$x - \frac{\pi}{2} \in [2\pi;3\pi]$

$x - \frac{5\pi}{2} \in [0;\pi]$

$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \cos(x-\frac{\pi}{2}) = \cos(x - \frac{5\pi}{2})$

$10x - 25\pi = 9\pi - 2x$

$12x = 34\pi$

$\boxed{x = \frac{17\pi}{6}}$

$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{7\pi}{3} \in [-3\pi;-2\pi]$ ✓

№3 (стр. 2)

V случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-4\pi; -3\pi]$

$\frac{9\pi}{2} - x \in [0; \pi]$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$

$45\pi - 10x = 9\pi - 2x$

$8x = 36\pi$

$\boxed{x = \frac{9\pi}{2}}$

$\frac{\pi}{2} - x = -4\pi \in [-4\pi; 3\pi]$ ✓

Ответ: $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{6}$; 2π; $\frac{17\pi}{6}$; $\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

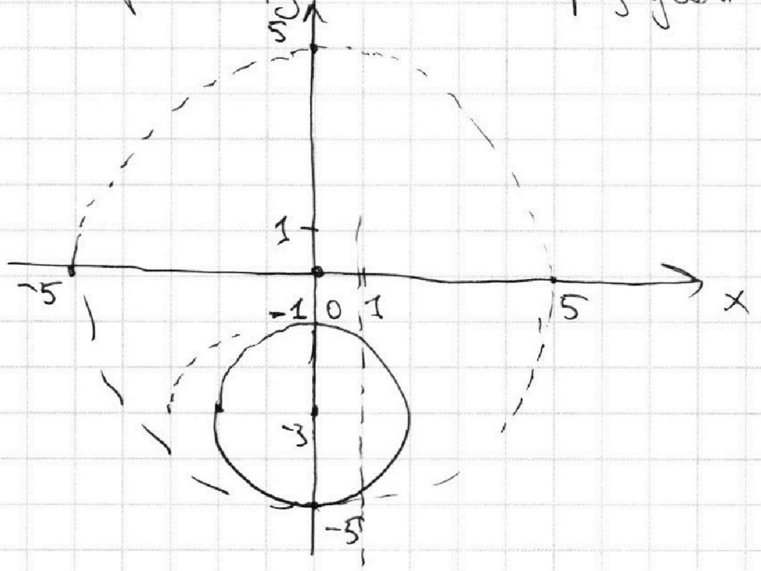
№4 (стр. 1)

$(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+6y+77)=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+(y+3)^2=4 \end{array}\right.$

Посмотрим на это на плоскости Oxy.

$x^2+y^2=25$ – окр. ω_1 с центром в $(0;0)$ и радиусом 5



$x^2+(y+3)^2=4$ – окр. ω_2 с центром в $(0;-3)$ и радиусом 2.

ω_1 и ω_2 касаются в точке $(0;-5)$, т.к. она лежит на прямой $x=0$, соединяющей их центры

~~Тогда $5x+6ay-b$ должно пересекать суммарно ω_1 и ω_2 по 4.~~

Тогда заметим, что нам достаточно, чтобы прямая $\ell: 5x+6ay-b=0$ проходила через точку внутри ω_2, т.е. пересекала её по 2 точкам, т.к. ω_2 лежит внутри ω_1, а значит ℓ пересечёт и её по 2-ум точкам.

1) $a=0$

$5x-b=0$

выберем $b=5$.

$x=1$. А эта прямая очевидно пересекает ω_2 в 2-ух точках

2) $y=\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$

№4 (стр-2)

Т.к. прямая l проходит внутри ω_2, то OY она пересекает в точке $(0; y_1)$, где $-5<y_1<-1$

Значит $-5 < \dfrac{b}{6a} < -1$

Если $a<0$, то выберем $-6a < b < -30a$ т.к. $a<0$ ~~a≠0, то −6a~~,
то $-6a < -30a$, т.е. такое b существует

Если $a>0$ выберем $-30a < b < -6a$, т.к. $a>0$, то $-30a < -6a$, т.е. такое b существует.

Значит b существует для любого a.

$a \in (-\infty; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$

$\log_{x^3}\frac{1}{121} = -2\log_{x^3} 11 = -2\frac{\log_x 11}{\log_x x^3} = -\frac{2}{3}\log_x 11$

$\log_{11}^4 x = \frac{1}{\log_x^4 11}$

$\frac{1}{\log_x^4 11} = \frac{16}{3}\log_x 11 - 5$

$1 = \frac{16}{3}\log_x^5 11 - 5\log_x^4 11$

$\log_x 11 = t$

$16t^5 - 15t^4 = 3$

$k = \frac{1}{t} = \log_{11} x$

$\frac{16}{k^5} - \frac{15}{k^4} = 3$

$3k^5 + 15k - 16 = 0$ $(*)$

$\log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$

$0{,}5y = z$

$\log_{11}^4 z + \log_z 11 = -\frac{13}{3}\log_z 11 - 5$

$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3}\log_z 11 + 5 = 0$

$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3}\frac{1}{\log_{11} z} + 5 = 0$

$\log_{11}^5 z + 5\log_{11} z + \frac{16}{3} = 0$

$\log_{11} z = l$

$3l^5 + 15l + 16 = 0$ $(**)$

$(*) + (**)$: $3(k^5 + l^5) + 15(k + l) = 0$ (1)

Посмотрим $k + l = 0$, т.е. $-k = l$

$3(k^5 + (-k)^5) + 15(k + (-k)) = 3k^5 - 3k^5 + 15k - 15k = 0$

Посмотрим на $(*)$.

$f(k) = 3k^5 + 15k - 16$

$f'(k) = 15k^4 + 15 > 0$

Значит у $f(k)$ один корень (он есть, т.к. степень нечет.)

Аналогично для $(**)$. Т.е. у нас одно значение k и l. т.е. нет.

Т.е. одно значение $k + l$. Заметим, что т.к. $k^5 + l^5 = (k+l)(k^4 - k^3 l + k^2 l^2 - k l^3 + l^4)$ то при $k + l = 0$ наше выражение 1 зануляется.

Заметим, что если $k + l = a$, то $\log_{11} x + \log_{11} z = a$

$\log_{11} xz = a$

$xz = 11^a$

$z = \frac{1}{2}y \Rightarrow xy = 2\cdot 11^a$, но $k + l = 0$ подходит, а из доказанного оно единственно, т.е. $a = 0$. Значит $xy = 2$

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

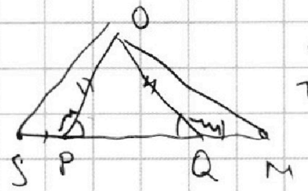
№7 (стр. 1)

а)

Пусть O — центр сферы.

Тогда

Т.к. $OP=OQ \Rightarrow \angle OPQ=\angle OQP \Rightarrow \angle OPS=\angle OQM$



$\triangle OPS=\triangle OQM$ (по 2 сторонам и углу)

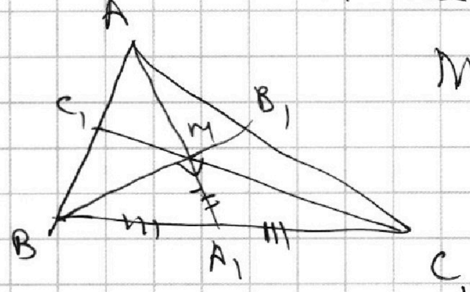
$\Downarrow$

$OS=OM$

Значит касательные из S и M равны.

Т.е. $SL=MK$, а $AL=AK$, т.к. AL и AK касательные к одной сфере.

Значит $AM=AK+KM=AL+LS=AS=20$



$MA_1=\frac{1}{2}AM=10$

$BA_1=A_1C=10=MA_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BMC=90^\circ$

Заметим, что $S_{BMC}=\frac{1}{3}S_{ABC}=60$

$BM\cdot MC=2S_{BMC}=120$

($\triangle BMC$ - прямоугольный)

$BB_1\cdot CC_1=\frac{3}{2}BM\cdot\frac{3}{2}CM=\frac{9}{4}\cdot 120=270$

$AA_1=\frac{3}{2}\cdot AM=30$

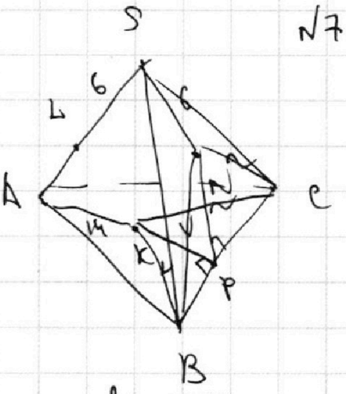
$AA_1\cdot BB_1\cdot CC_1=30\cdot 270=8100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	X

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

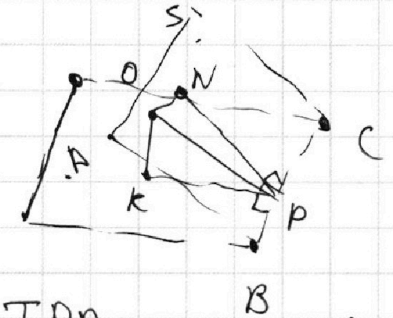


№7 (стр. 2)

$LS = SN = 6$ (т.к. отрезки касательных)
$AL = AS - LS = 14$
$AK = AL = 14$ (отрезки касательных)

$BK = BN$ (кас.)
$CK = CN$ (кас.)
BC – общая
$\Rightarrow \Delta BKC = \Delta BNC$

Значит высоты из K и N на BC попадают в одну точку P. И $NP = KP$.



Т.к. $ON = OK = 8$ (радиусы и N и K точки касания сферы) то O лежит в биссекторной плоскости плоскостей (BSC) и (BAC)

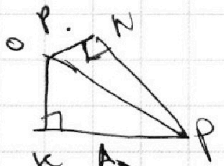
По ТПП: т.к. ON – перпендикуляр к (BSC) а NP – перпендикуляр к BC, то OP перпендикуляр к BC

Пусть двугранный угол при ребре BC – 2α.

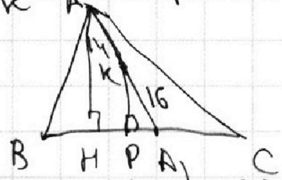
Тогда $\angle NPK = 2\alpha$ ($NP \perp BC$, $PK \perp BC$ по определению)

$\Delta ONP = \Delta OKP$ ($ON = OK$, $NP = KP$, $\angle ONP = \angle OKP = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle NPO = \angle KPO$.

Но O, N, K лежат в плоскости перпендикулярно BC, проходящей чрз P



$\angle NPK = 2\angle NPO = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{ON}{NP}\right) = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{OK}{KP}\right)$



$\frac{AH \cdot BC}{2} = 180 \Rightarrow AH = 18$

$AA_1 = 30$, $AK = 14 \Rightarrow KA_1 = 16$

$KP = AH \cdot \frac{KA_1}{AA_1} = 18 \cdot \frac{16}{30} = \frac{48}{5}$

$2\alpha = \angle NPK = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{OK}{KP}\right) = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{8}{\frac{48}{5}}\right) = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{5}{6}\right)$

Ответ: а) 8100; б) $2\operatorname{arctg}\left(\frac{5}{6}\right)$

№1.

Пусть α_p - степень вхождения p в a, β_p - степень вхождения p в b, а γ_p - степень вхождения p в c.

~~Тогда $ab \vdots 2^5$, ba~~ Как известно если $a_1 \vdots b_1$, а $a_2 \vdots b_2$, то $a_1a_2 \vdots b_1b_2$. Тогда перемножим наши 3 условия и получим.

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{36} 3^{59} 5^{52}$

Т.к. $a^2b^2c^2$ - квадрат натурального числа, то все простые множители входят в него в степени чётной. Значит тройка тоже входит в чётной, т.е. если $a^2b^2c^2 \vdots 3^{59}$, то $a^2b^2c^2 \vdots 3^{60}$

Итого:

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow a^2b^2c^2 \geqslant 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow abc \geqslant 2^{18} 3^{30} 5^{26}$

Пример:

$a = 2^4 3^9 5$

$b = 2^{12} 3^5 5$

$c = 2^2 3^{16} 5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$

$\log_{11} x \cdot \log_x 11 = 1$

$7p^4 - p^3 + p^2 - p + 1$

$-\frac{1}{3}\log_{x^3} 11$

$\frac{35}{6}t^5 - 5t^4 = 1$

$\frac{\log_x 11}{\log_x x^3}$

$7t^5 - 6t^4 = 1$

$7t^5 - 6t^4 - 1 \mid t-1$

$7t^5 - 7t^4 \quad 7t^4 + t^3 + t^2 + t + 1$

$t^4 - 1$

$-6\log_x 11 = -\frac{1}{6}\log_x 11 - 5$

$\log_{11}^4 x = \frac{35}{6}\log_x 11 - 5$

$t^3(t+1)$

$\frac{35}{6}$

$\frac{1}{\log_x^4 11} = \log_x\left(\frac{11^{\frac{35}{6}}}{x^5}\right)$

$1 = \frac{35}{6}\log_x 11^5 - 5\log_x 11^4$

$f(\alpha - k) = \alpha - f(k)$

$f(11-k) = 36 - f(k)$

$f(\alpha-k) = 36\alpha - f(k)$

$6k^5 + 30k = k$

$\boxed{f(\alpha) = 1}$

$f(0) = 0$

$\boxed{(k+e)^4 = -1}$

$6x_0^5 + 30x_0 = 0$

$f(\alpha) = 36\alpha$

$6\alpha^5 + 30\alpha$

$1 = \log_{11}^4 x^4$

α_0 - корень

$30(k+e)^4 + 30 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab : 2^6 3^{13} 5^{11}$

$bc : 2^{14} 3^{21} 5^{13}$

$ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

$\alpha_2+\beta_2 \geq 6$

$\beta_2+\gamma_2 \geq 14$

$\alpha_2+\gamma_2 \geq 16$

$\alpha_2+\beta_2+\gamma_2 \geq 18$

$x = \frac{19\pi}{6} = 3\pi + \frac{\pi}{6}$

$x - \frac{\pi}{2} = 9\pi - 2x$

$3x = \frac{19\pi}{2}$

$CA^2 = AD \cdot AB$

$CE \cdot \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} \geq -x \geq -\frac{9\pi}{2}$

$\pi \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi$

$CE \cdot (CE + 2R) = CO^2 - R^2$

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$ $10\arccos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\frac{\pi}{2} - x \in [-2\pi; 0]$ $10\arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x$

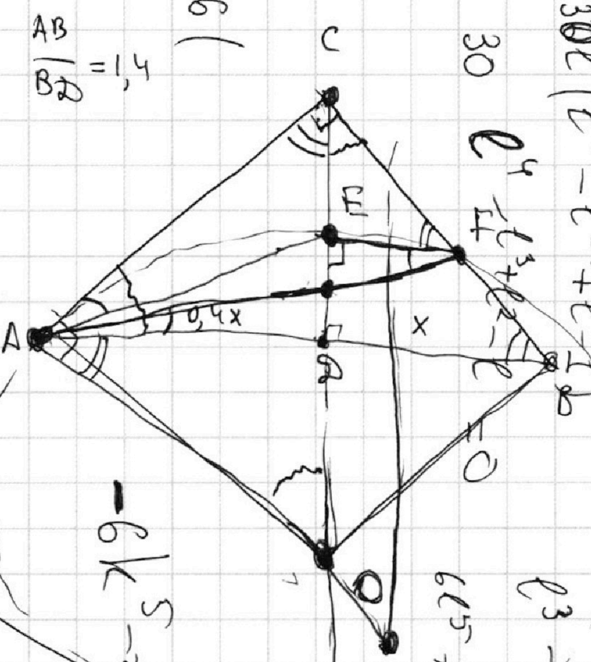
$\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0]$ $0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$

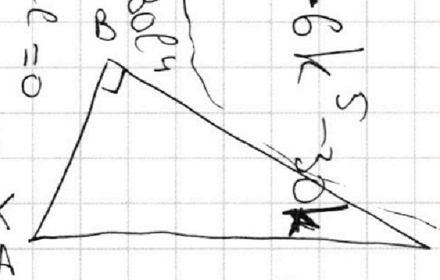
$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$

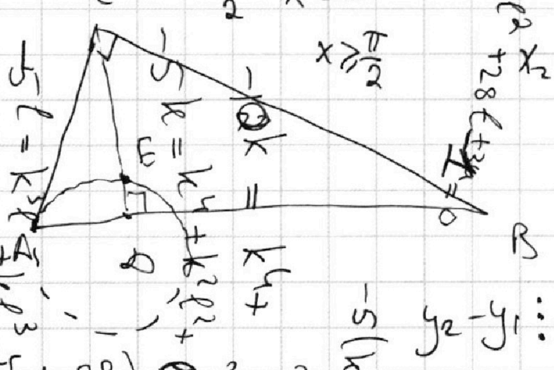
$8x = -4\pi$

$\boxed{x = -\frac{\pi}{2}}$

$\frac{AB}{BD} = 1{,}4$







$\frac{\pi}{2} - x \leq 0$

$x \geq \frac{\pi}{2}$

$y_2 - y_1 \vdots 6$

$y_2 - y_1 = 6t$

$x_2 - x_1 + t = 29 + 6 = 35$

$30l(l^3 - l^2 + l - 1)$

$6(1 - 5l + 10l^2 - 10l^3 + 5l^4 - l^5) + 30 - 30l - 35 = 0$

$6l^5 + 30l^4 - 60l^2 + 30l - 30 = 0$

$-30l + 60l^2 - 60l^3 + 30l^4 - 6l^5$

$l^4 - 2l^3 + 2l^2 - l = 0$

$l^3 - 2l^2 + 2l - 1 = 0$

$k - l = k^4 - l^4$

$6(k^5 - l^5)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

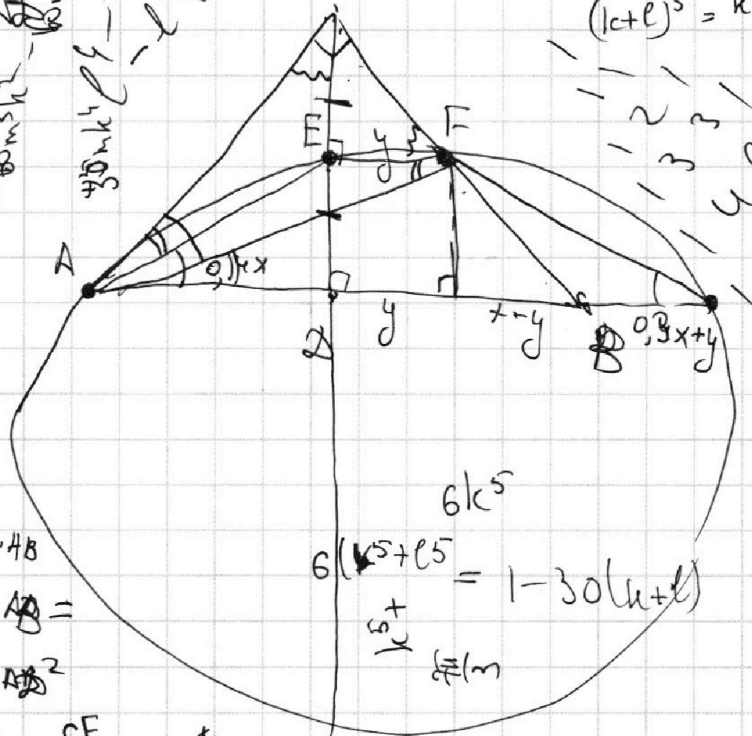
$5kl(k^3+l^3)$

$k^5+l^5=(k+l)$

$(k+l)^5=k^5+5k^4l$

$AB=\frac{7}{2}AD$

$AB=1{,}4a$



$\frac{0{,}4}{1{,}4}\cdot AB$

$AC^2=AD\cdot AB=$

$=\frac{7}{2}AD^2$

$6(k^5+l^5=1-30(k+l)$

$k=\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{AC}{AD}=\frac{CF}{DE}$

$5x+6ay-b=0$

$(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+8y)$

$\frac{CF}{FE}$

$5x+6ay-b=0$

$x^2+y^2=25$

$k+l=\frac{1}{3}$

$\frac{CF}{CE}=\frac{AC}{AD}\cdot\frac{CF}{DE}$

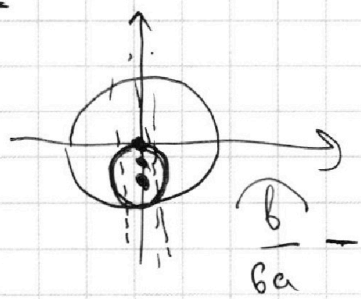
$x^2+(y+8)^2=4$

$CE=ED$

$k^5+l^5=-1{,}5$

$5x=b$

$\frac{6a}{b}$



$\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

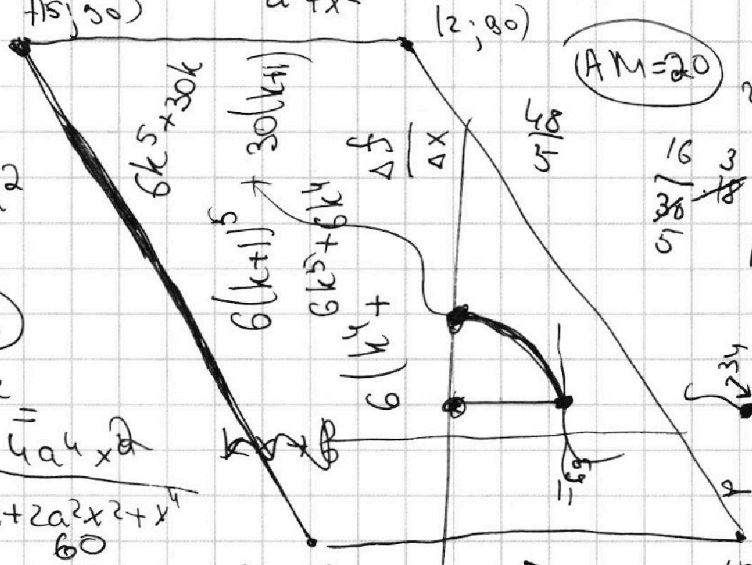
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

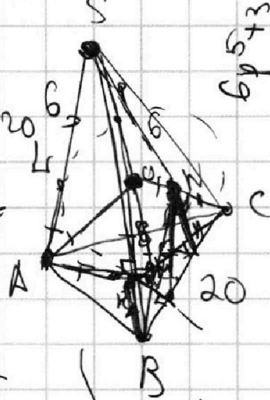
$\frac{a(a^2-x)}{a^2+x^2}$ $\frac{a(a^2-x^2)}{a^2+x^2}$

$S_{ABC}=180$

$(AM=20)$

$6p^5+30p-34$





$6l^5+30$

a^3-ax^2

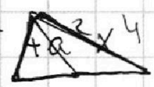
-6

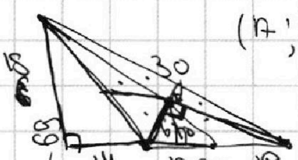
$a^2-h^2=$

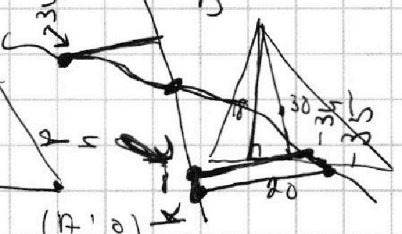
$=a^2-\frac{4a^4x^2}{a^4+2a^2x^2+x^4}$

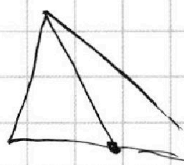
60

$a^6-2a^4x^2+a^2x^4$









$(a^2-x^2)^2$

120

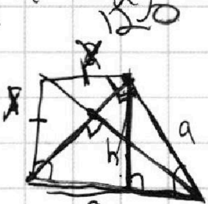
x_3-y

$120=\frac{a}{g}x_3-x_1$

$270-30$

$=48$

$(1;-6)$



$\frac{2ax}{\sqrt{x^2+a^2}}$

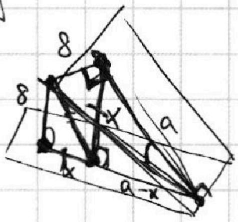
$6k^5+30k-35$

$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y-y_2}{x-x_2}$

$\Delta f=1$

$xy-x_2y-xy_1+x_2y_1=$

$=xy-xy_2-x_1y+x_1y_2$



$\frac{4a^2x^2}{x^2+a^2}-$

tg

$a^2=\sqrt{a}$

$y(x_1-x_2)+x(y_2-y_1)+x_2y_1-x_1y_2=0$

$\frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}\cdot\frac{2ax\,x^2+a^2-2ax+x^2}{\sqrt{a^2+x^2}}=a\cdot h$

-6

$2x^2=2ax$

$x_2y_1-x_1y_2$

$6k^5+30k$

$6(k+1)^5+30(k+1)$

$l^5+l^4\cdot30k+$

$\boxed{\frac{2a^2x}{a^2+x^2}=h}$ $\boxed{x=a}$