



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что ~~мы~~ степени возведения
двойки в abc не менял, т.к. $\frac{9+14+19}{2} = \frac{28+14}{2} =$
 $= 21$, т.к. $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{19} \cdot 2^{14} \cdot 2^{19} = 2^{42} \Rightarrow abc : 2^{21}$.
Для тройки $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 3^{40+13+18} = 3^{41} \Rightarrow abc : 3^{42}$,
т.к. в точный квадрат должна входить четная
степень. $\Rightarrow abc : 3^{21}$. Для пятерки $abc : ac : 5^{30} \Rightarrow$
 $\Rightarrow abc : 5^{30}$ # а

Значит $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

Если $a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}$; $b = 2^2 \cdot 3^3$; $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$, то

$abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$; $ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$; $ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$; $bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$.

Заметим что условие выполняется и
оценка достигнута

ответ: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos(x_1 - \frac{\pi}{2})) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_1) = x_1$$

Заметим, что $|x_1| < \frac{5\pi}{2}$, т.к. $|\arcsin n| < \frac{\pi}{2}$.

Рассмотрим промежутки, на которых
по разному раскрывается $\arcsin(\sin(x_1))$

$$x_1 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]:$$

$$x_1 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]:$$

$$x_1 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]:$$

$$5x_1 = x_1 \\ x_1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$5(\pi - x_1) = x_1 \\ 5\pi = 6x_1 \\ x_1 = \frac{5\pi}{6} \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \\ x = \frac{5}{6}\pi = \frac{5}{3}\pi$$

$$5(x_1 - 2\pi) = x_1 \\ 4x_1 = 10\pi \\ x_1 = \frac{5}{2}\pi \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \\ x = 2\pi$$

Остальные случаи рассматриваются симметрично,
т.к. $\arcsin(\sin x_1) = -\arcsin(\sin|-x_1|)$ и получаем
что если x_1 - корень то $-x_1$ - корень. Получаем

еще 2 корня: $x_1 = -\frac{5\pi}{6}$ и $x_1 = -\frac{5\pi}{2}$
 $x = -\frac{5\pi}{6} = -\frac{5}{3}\pi$ и $x = -3\pi$.

ответ: $x \in \{-3\pi\} \cup \{-\frac{5}{3}\pi\} \cup \{-\frac{\pi}{2}\} \cup \{\frac{5}{3}\pi\} \cup \{2\pi\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

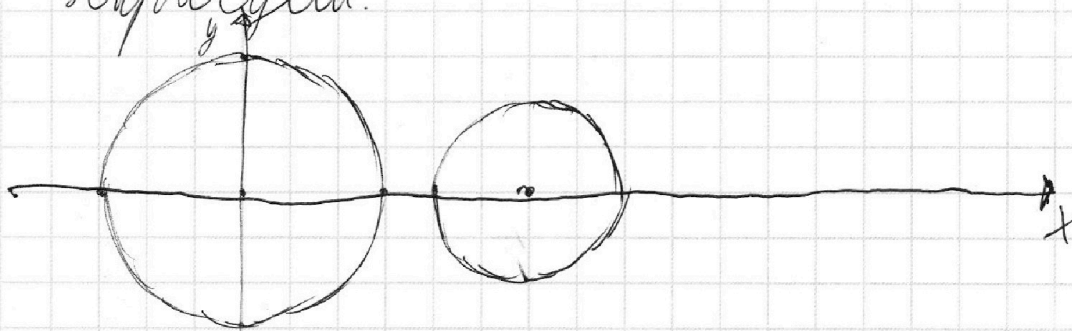


1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: Заметим что второе равенство - две окружности, т.к. $x^2 + y^2 - 9 = 0$ - окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом 3, а $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$ $(x-6)^2 + y^2 - 4 = 0$ - окружность с центром в точке $(6; 0)$ и радиусом 2. Тогда первое равенство - прямая, у которой угол наклона зависит от a , а то на сколько её поднимаем - от b .
Нарисуем.



теперь заметим, что если наклон будет по ~~стор~~ $-\frac{a}{2}$ по модулю будет больше чем коэффициент у касательной, то прямая при наклоне вбудет пересекать только 1 окружность \Rightarrow модуль $-\frac{a}{2} <$ модуль u ~~и~~ внутр. касательной (в случае равенства при ~~стор~~ b она касается двух окр., а при других ~~стор~~ b она не пересекать одну ^{из} окружностей). При модуле $-\frac{a}{2} <$ модуль коэфф. u внутр. касательной. Если провести другой лист.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

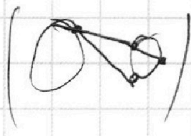
1 2 3 4 5 6 7

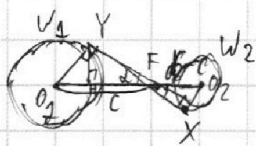
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если провести через точку касательной соотв. знака, то прямая пересечет в 4 точки.

() Тогда нужно вычислить коэффициент наклона касательной.



Пусть O_1 и O_2 — центры ω_1 и ω_2 , X и Y — точки касания, F — пересечение касательной и O_1O_2 . $H \in O_1O_2$: $YH \perp O_1O_2$.

$$O_1O_2 = 6 \quad (x_1 = 0, y_1 = 0; x_2 = 6, y_2 = 0) \quad O_1 Y = R_1 = 3 \quad O_2 X = R_2 = 2$$

пусть $O_1 F = c$, тогда $\frac{c}{3} = \frac{6-c}{2}$ (из подобия)

$$3c = 18 - 3c \quad 5c = 18 \quad c = \frac{18}{5}$$

$$YF = \sqrt{O_1F^2 - O_1Y^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 3^2} = 3 \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 - 1} = \frac{3}{5} \sqrt{36 - 25} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{O_1Y}{YF} = \frac{3 \cdot 5}{3\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{11}} \leq \frac{a}{2} \leq \frac{5}{\sqrt{11}} \quad -\frac{10}{\sqrt{11}} \leq a \leq \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$OДЗ: x \neq 1, x > 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\log_3 5}{2} \log_x 3 - 8$$

$$\log_3^5 x + 6 = \frac{5}{2} - 8 \log_3 x$$

$$\text{Замена: } t = \log_3 x$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$

Заметим что функция ~~максимум~~ возрастает (т.к. все слагаемые нечетные), поэтому

есть только 1 решение. Заметим что корни

левого ~~уравнения~~ пусть t_1 корень левого.

тогда ~~уравнения~~ пусть t_1 корень левого.

$$\text{тогда } (t_1)^5 + 8(t_1) = -\frac{7}{2} \Rightarrow -t_1 - \text{корень правого.}$$

$$\text{тогда } \log_3 x + t_1 = -s_1, \text{ где } s_1 - \text{корень правого} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x = -\log_3 5y \quad \log_3 x + \log_3 5y = \log_3 5xy = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ: } xy \in \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8$$

$$y \neq \frac{1}{5}, y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \frac{2}{\log_3 5y} = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$\log_3^5(5y) + 2 = \frac{11}{2} - 8 \log_3(5y)$$

$$s = \log_3 5y$$

$$s^5 + 8s + 2 - \frac{11}{2} = 0$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем уравнение прямой содержащей
сторону параллелограмма.

$$PO: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = -14a + b \\ 0 = 0 + b \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{42}{14} = -3 \Rightarrow PO: y = 3x \\ y + 3x = 0,$$

т.к. точки A и $B \in PO$, то $y_1 + 3x_1 \geq 0$
 $y_2 + 3x_2 \geq 0$, т.к.

лежат поверху от прямой.

$$QR: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = 6a + b \\ Q = 20a + b \end{cases} \Rightarrow 14a = -42 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 60 \Rightarrow QR: y = -3x + 60 \\ y + 3x = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 + 3x_1 \leq 60 \\ y_2 + 3x_2 \leq 60$$

PA и OR дают ограничения $0 \leq y_1 \leq 42$. Рассмотрим
семейство $y_1 + 3x_1 = c$. Заметим, что оно покрывает
все целые точки по одному разу. Если
перерформулировать факт, то надо доказать, то

$$\text{получим: } \begin{cases} y_1 + 3x_1 = c_1 \\ y_2 + 3x_2 = c_2 \end{cases} \quad c_2 - c_1 = 33. \text{ Посчитаем кол-во}$$

точек в каждом семействе \in пар-линей. Если $c < 0$; 0 ;
если $c > 60$ 0 ; если $0 \leq c \leq 60$, то их 8 . Тогда ответ -

$8^2 \cdot x$, где x - кол-во способов выбрать (c_2, c_1) в рамках заданных
целых
интервалов 7 . Если $c_2 = 3$, то $c_1 = 3$. 8 пар таких пар в промежутке $[-10, 60]$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда для таких с пар $A \cup B = 8^2 \cdot 10$. А для
оставшихся кол-во пар элементов $= 28 - 10 = 18$ и
для тех с $\% 3$ пар $A \cup B = 7^2 \cdot 18$. Тогда всего
пар $= 8^2 \cdot 10 + 7^2 \cdot 18 = 640 + 49 \cdot 18 = 640 + 882 = 1522$.
Ответ: 1522.

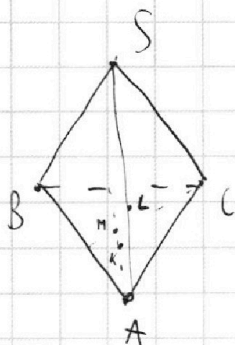
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

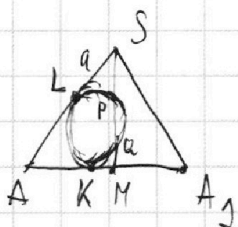
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Посмотрим на плоскость (MK~~S~~):



Заметим что ω (окружность полученная сечением плоскостью Ω) касается AS и AA₁ в точках L и K соответственно.

Пусть $SL = a$, тогда $AL = 12 - a$

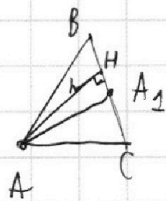
$AK = AL$, т.к. = $12 - a$, т.к. они обе касательные! \Rightarrow

$$MK^2 = MP \cdot MQ = SQ \cdot SP = SL^2 \Rightarrow MK = SL = a.$$

(степеней точки)

$$\Rightarrow AM = 12 - a + a = 12. \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 18.$$

Посмотрим на плоскость ABC:



Д/т: $AH \perp BC$.

$$AH = \frac{2S}{BC} = \frac{180}{12} = 15$$

$$AA_1 = 18 \Rightarrow A_1H = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} =$$

$$= \sqrt{18^2 - 15^2} = 3\sqrt{6^2 - 5^2} = 3\sqrt{11} \quad BH = BA_1 - A_1H = \frac{1}{2}BC - A_1H = 6 - 3\sqrt{11} \Rightarrow$$

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} \Rightarrow \triangle ABC \text{ тупоуг.}$$

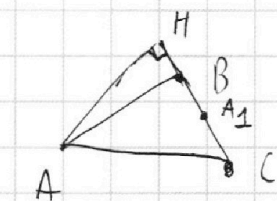
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BH = 3\sqrt{11} - 6$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB = 3\sqrt{11+4-4\sqrt{11}+25} = 3\sqrt{40-4\sqrt{11}} = 6\sqrt{10-\sqrt{11}}$$

$$AC = \sqrt{(3\sqrt{11}+12)^2 + 15^2} = 3\sqrt{11+16+8\sqrt{11}+25} =$$

$$3\sqrt{48+8\sqrt{11}} = 6\sqrt{12+2\sqrt{11}}$$

Из ~~этих~~ ^{сторон} можно выразить медианы,
а после найти произведение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper. The solution involves several geometric diagrams and algebraic calculations.

Diagrams:

- A sphere with a triangle ABC inscribed on its surface. Points E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z are marked on the sphere and its projections.
- A right-angled triangle ABC with altitude AH. Points K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z are marked on the triangle and its projections.
- A circle inscribed in a triangle ABC. Points K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z are marked on the circle and the triangle.
- A sphere with a triangle ABC inscribed on its surface. Points E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z are marked on the sphere and its projections.

Equations and Calculations:

- $3 \cdot 6 \cdot 15^2$
- $18^2 - 15^2 = 3 \cdot 33$
- $A = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $CF \cdot CG = CB^2$
- $6^2 - (\frac{5}{2})^2 = \frac{144 - 25}{4} = \frac{119}{4}$
- $12 \cdot \frac{3}{2} = 18$
- $\frac{15}{5}, \frac{36}{12}$
- $k = \frac{90}{42} = \frac{15}{7}$
- $k = \frac{15}{2}$
- $x = \sqrt{24^2 - (\frac{15}{2})^2} = 5a = 12$
- $= 3\sqrt{64 - \frac{25}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{221}$
- $\alpha = \frac{12}{15}, \beta = \frac{12}{5} \cdot 4$
- $AA_1 = b + \beta - 2a = \frac{6 \cdot 12}{5} = \frac{72}{5}$
- $(\frac{15}{2})^2 + x^2 = (\frac{72}{5})^2$
- $x = \sqrt{(\frac{72}{5})^2 - (\frac{15}{2})^2} = 3\sqrt{(\frac{24}{5})^2 + (\frac{5}{2})^2} = 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

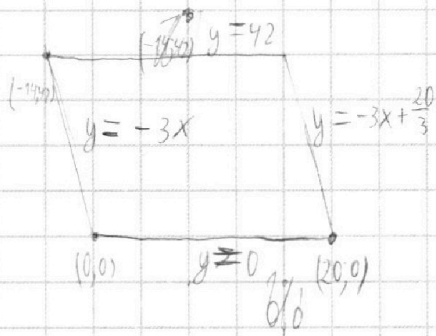
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

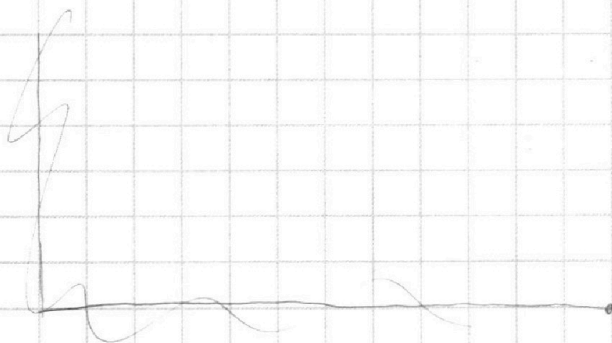
$$\begin{aligned} x_1 &> -14 & 42 &\geq y_1 \geq 0 \\ y_2 &> 0 & \frac{20}{3} &\geq y_2 + 3x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq y_2 + 3x_2 \leq \frac{20}{3}$$

$$\frac{20}{3} \leq 3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33 \text{ - проверка. } \Rightarrow$$

\Rightarrow не существует таких пар.

№7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

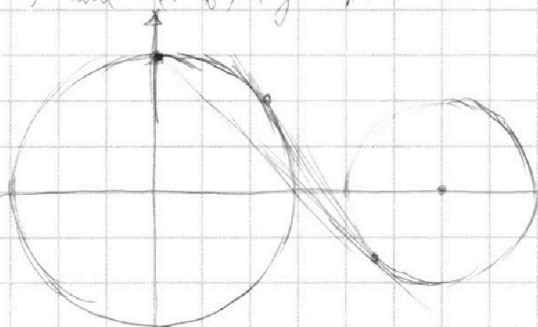


№4

$$ax + 2y - 3b = 0 \quad y = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2}x$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 9 \text{ или } (x-6)^2 + y^2 = 4$$



$$y = (x - \frac{18}{5}) \cdot \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{36-11}{10} = \frac{25}{102}$$

~~$\sqrt{11} = \sqrt{4 - \frac{18^2}{25}}$~~

y

$$\frac{11}{10} - \frac{18}{5} - \frac{22-18}{10} = 0 = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{18}{5}$$

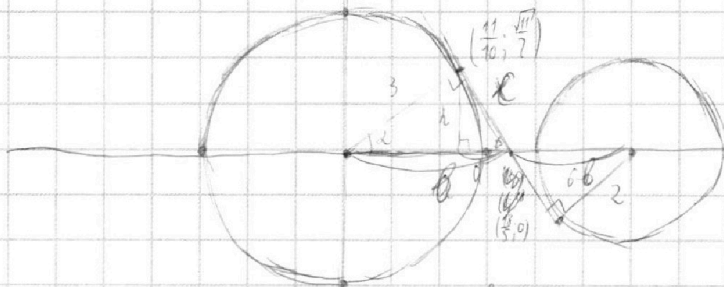
$$= \frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{11}{5}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{11}{5}$$

$$\frac{a}{2} \cdot (\frac{18}{5} - \frac{11}{10}) = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{25}{10} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$x \quad a = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$



$$\frac{a}{c-b} = \frac{3}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{6}{5} - 1^2} \cdot 3 =$$

$$= \sqrt{\frac{36}{25} - \frac{25}{25}} \cdot 3 = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot 3$$

3/2

$$h = \frac{3h}{b} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{2}{3}b = 6 - b$$

$$\frac{5}{3}b = 6 \quad b = \frac{18}{5}$$

$$d = \sqrt{11} \cdot \sqrt{(\frac{3}{5})^2 - (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{9}{25} - \frac{1}{4}} =$$

$$= \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{36-25}{100}} = \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{b} \quad d = \frac{c^2}{b} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 5}{25 \cdot 18} = \frac{11}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \times \frac{2}{2} \quad \frac{9}{3}$$

$$\log_3^4 x + 6 \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \quad \frac{2}{2} \quad \frac{9}{3}$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8 \quad \text{O.D. } x \neq 1 \quad x > 0$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot 2t$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$

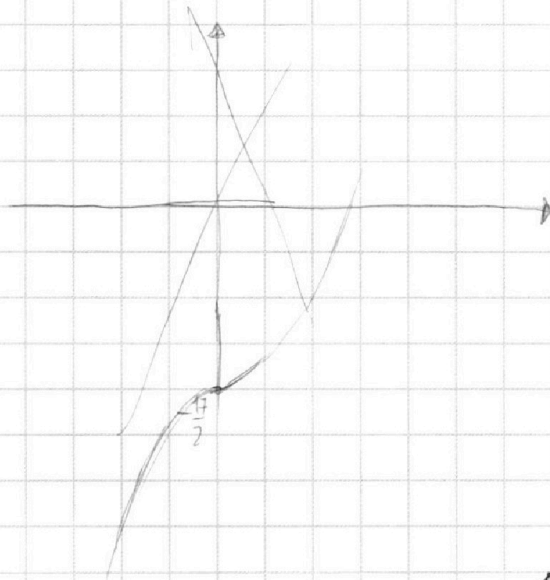
$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$\text{O.D. } 5y \neq 1, \quad y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{\log 11}{2 \cdot \log_3(5y)} - 8$$

$$s^5 + 2 = \frac{11}{2} - 8s$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$



$$x^5 + 8x = \frac{12}{2}$$

$$y^5 + 8y = \frac{9}{2}$$

$$(xy)^5 + 8xy$$

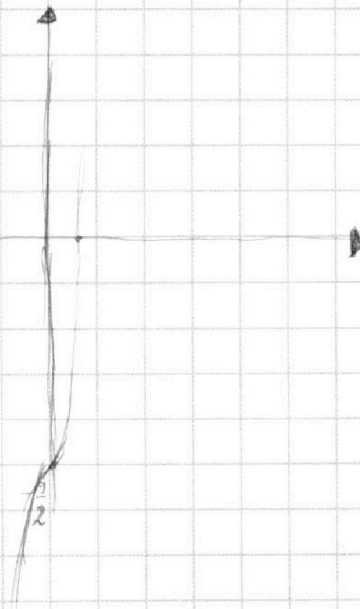
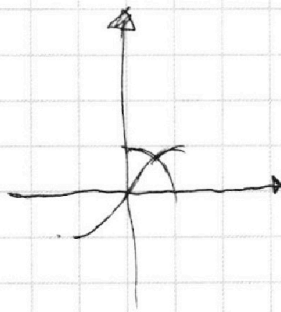
$$t = -s$$

$$\log_3 x = -\log_3 y$$

$$\log_3 x + \log_3 y = 0$$

$$\log_3 xy = 0$$

$$xy = 1 \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos x_1 - \frac{\pi}{2}) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_2) = x_2$$

$$x_2 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$x_2 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$$

$$5x_2 = x_2$$

$$x_2 = 0 \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$5(\pi - x_2) = x_2$$

$$5\pi = 6x_2 \quad x_2 = \frac{5\pi}{6} \quad x = \frac{2}{6}\pi$$

$$x_2 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$$

$$x_2 \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$$

$$5(x_2 - 2\pi) = x_2$$

$$5(-x_2 - \pi) = x_2$$

$$4x_2 = 10\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{2} \quad x = 2\pi$$

$$6x_2 = -5\pi$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 \in [-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$$

$$5(x_2 + 2\pi) = x_2$$

$$4x_2 = -10\pi$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ab

bc

ac

√1

ab

bc

ac

~~ab~~

2⁹

2¹⁴

2¹⁹

3¹⁰

3¹³

3¹⁸

~~ab=10~~
2a=15

$\frac{a}{2^7} \frac{b}{2^2} \frac{c}{2^{12}}$

$\frac{a}{3^7} \frac{b}{3^3} \frac{c}{3^{14}}$

ab
5¹⁰

bc
5¹³

ac
5²⁰

$$a^2 - b^2 = 50 - 13 =$$

c 5²⁰

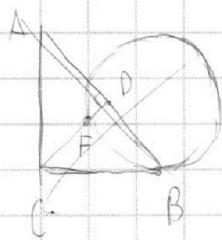
ab

5¹⁰

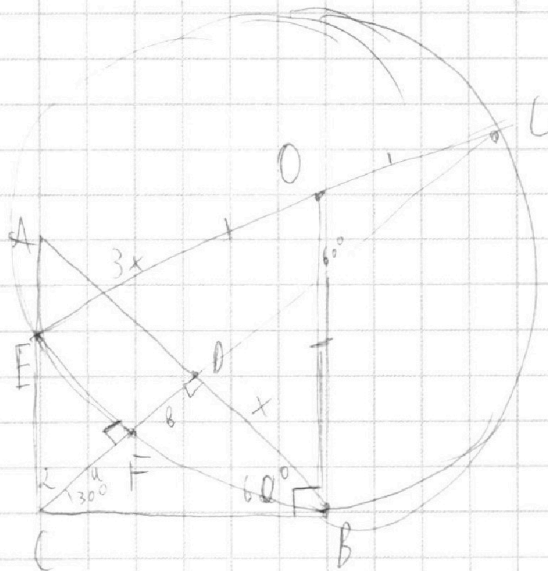
abc

5³⁰

$$\begin{array}{r}
 = \\
 49 \\
 \times 18 \\
 \hline
 392 \\
 49 \\
 \hline
 882
 \end{array}$$



√2



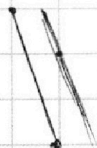
$$\frac{EF}{CD} = \frac{CF}{CB}$$

$$\sqrt{3} \times \frac{CD}{DB} = \frac{AD}{CD}$$

$$CD = \sqrt{AB \cdot DB} = \sqrt{3}x$$

$$BC = 2x$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

