



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-14;42)$ ,  $Q(6;42)$  и  $R(20;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что ~~мы~~ степени возведения  
двойки в  $abc$  не менял, т.к.  $\frac{9+14+19}{2} = \frac{28+14}{2} =$   
 $= 21$ , т.к.  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{19} \cdot 2^{14} \cdot 2^{19} = 2^{42} \Rightarrow abc : 2^{21}$ .  
Для тройки  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 3^{40+13+18} = 3^{41} \Rightarrow abc : 3^{42}$ ,  
# т.к. в точный квадрат должна входить четная  
степень.  $\Rightarrow abc : 3^{21}$ . Для пятёрки  $abc : ac : 5^{30} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow abc : 5^{30}$  # а

Значит  $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

Если  $a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}$ ;  $b = 2^2 \cdot 3^3$ ;  $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$ , то

$abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$ ;  $ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$ ;  $ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$ ;  $bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$ .

Заметим что условие выполняется и  
оценка достигнута

ответ:  $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos(x_1 - \frac{\pi}{2})) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_1) = x_1$$

Заметим, что  $|x_1| < \frac{5\pi}{2}$ , т.к.  $|\arcsin n| < \frac{\pi}{2}$ .

Рассмотрим промежутки, на которых  
по разному раскрывается  $\arcsin(\sin(x_1))$

$$x_1 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]:$$

$$x_1 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]:$$

$$x_1 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]:$$

$$5 x_1 = x_1 \\ x_1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$5(\pi - x_1) = x_1 \\ 5\pi = 6x_1 \\ x_1 = \frac{5\pi}{6} \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \\ x = \frac{5}{6}\pi = \frac{5}{3}\pi$$

$$5(x_1 - 2\pi) = x_1 \\ 4x_1 = 10\pi \\ x_1 = \frac{5}{2}\pi \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \\ x = 2\pi$$

Остальные случаи рассматриваются симметрично,  
т.к.  $\arcsin(\sin x_1) = -\arcsin(\sin(-x_1))$  и получаем  
что если  $x_1$  - корень то  $-x_1$  - корень. Получаем

еще 2 корня:  $x_1 = -\frac{5\pi}{6}$  и  $x_1 = -\frac{5\pi}{2}$   
 $x = -\frac{5\pi}{6} = -\frac{5}{3}\pi$   $x = -3\pi$

ответ:  $x \in \{-3\pi\} \cup \{-\frac{5}{3}\pi\} \cup \{-\frac{\pi}{2}\} \cup \{\frac{5}{3}\pi\} \cup \{2\pi\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

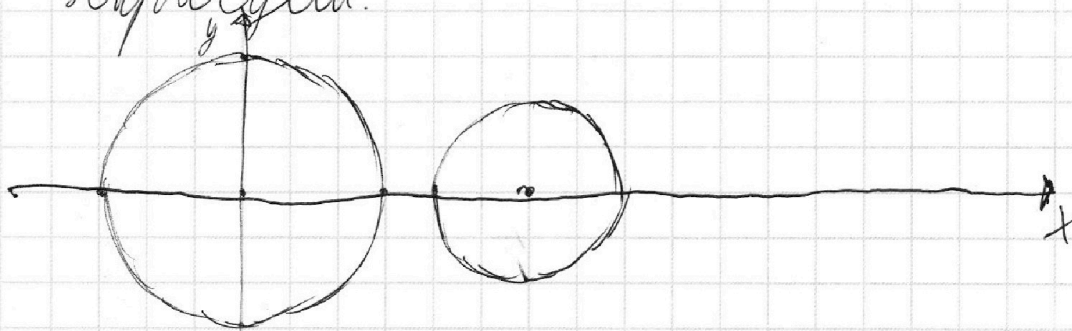


1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ. Заметим что второе равенство - две окружности, т.к.  $x^2 + y^2 - 9 = 0$  - окружность с центром  $(0; 0)$  и радиусом 3, а  $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$   $(x-6)^2 + y^2 - 4 = 0$  - окружность с центром в точке  $(6; 0)$  и радиусом 2. Тогда первое равенство - прямая, у которой угол наклона зависит от  $a$ , а то на сколько её поднимаем - от  $b$ .  
Нарисуем.



теперь заметим, что если наклон будет по ~~стор~~  $-\frac{a}{2}$  по модулю будет больше чем коэффициент у касательной, то прямая при наклоне в будет пересекать только 1 окружность  $\Rightarrow$  модуль  $-\frac{a}{2} <$  модуль  $u$  ~~и~~ внутр. касательной (в случае равенства при ~~стор~~  $b$  она касается двух окр., а при других ~~стор~~  $b$  ~~стор~~  $b$  не пересекать одну ~~стор~~  $b$  окружностей). При модуле  $-\frac{a}{2} <$  модуль коэфф.  $u$  внутр. касательной. Если провести другой лист.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

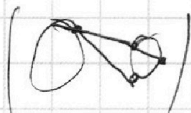
1  2  3  4  5  6  7

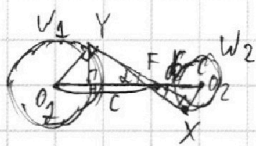
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если провести через точку касательной соотв. знака, то прямая пересечет в 4 точки.

() Тогда нужно вычислить коэффициент наклона касательной.



Пусть  $O_1$  и  $O_2$  — центры  $W_1$  и  $W_2$ ,  $X$  и  $Y$  — точки касания,  $F$  — пересечение касательной и  $O_1O_2$ .  $H \in O_1O_2$ :  $YH \perp O_1O_2$ .

$$O_1O_2 = 6 \quad (x_1 = 0, y_1 = 0; x_2 = 6, y_2 = 0) \quad O_1 Y = R_1 = 3 \quad O_2 X = R_2 = 2$$

пусть  $O_1 F = c$ , тогда  $\frac{c}{3} = \frac{6-c}{2}$  (из подобия)

$$3c = 18 - 3c \quad 5c = 18 \quad c = \frac{18}{5}$$

$$YF = \sqrt{O_1F^2 - O_1Y^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 3^2} = 3 \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 - 1} = \frac{3}{5} \sqrt{36 - 25} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{O_1Y}{YF} = \frac{3 \cdot 5}{3\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{11}} \leq \frac{a}{2} \leq \frac{5}{\sqrt{11}} \quad -\frac{10}{\sqrt{11}} \leq a \leq \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ:  $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$OДЗ: x \neq 1, x > 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\log_3 5}{2} \log_x 3 - 8$$

$$\log_3^5 x + 6 = \frac{5}{2} - 8 \log_3 x$$

$$\text{Замена: } t = \log_3 x$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$

Заметим что функция ~~максимум~~ возрастает (т.к. все слагаемые нечетные), поэтому

есть только 1 решение. Заметим что корни

левого ~~уравнения~~ пусть  $t_1$  корень левого.

тогда ~~уравнения~~ пусть  $t_1$  корень левого.

$$\text{тогда } (t_1)^5 + 8(t_1) = -\frac{7}{2} \Rightarrow -t_1 - \text{корень правого.}$$

$$\text{тогда } \log_3 x + t_1 = -s_1, \text{ где } s_1 - \text{корень правого} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x = -\log_3 5y \quad \log_3 x + \log_3 5y = \log_3 5xy = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ: } xy \in \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8$$

$$y \neq \frac{1}{5}, y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \frac{\log_3 3}{\log_3 5y} = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$\log_3^5(5y) + 2 = \frac{11}{2} - 8 \log_3(5y)$$

$$s = \log_3 5y$$

$$s^5 + 8s + 2 - \frac{11}{2} = 0$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем уравнение прямой содержащей  
сторону параллелограмма.

$$PO: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = -14a + b \\ 0 = 0 + b \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{42}{14} = -3 \Rightarrow PO: y = 3x \\ y + 3x = 0,$$

т.к. точки  $A$  и  $B \in PO \cap Q$ , то  $y_1 + 3x_1 \geq 0$   
 $y_2 + 3x_2 \geq 0$ , т.к.

лежат поверху от прямой.

$$QR: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = 6a + b \\ Q = 20a + b \end{cases} \Rightarrow 14a = -42 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 60 \Rightarrow QR: y = -3x + 60 \\ y + 3x = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 + 3x_1 \leq 60 \\ y_2 + 3x_2 \leq 60$$

$PA$  и  $OR$  дают ограничения  $0 \leq y_1 \leq 42$ . Рассмотрим  
семейство  $y_1 + 3x_1 = c$ . Заметим, что оно покрывает  
все целые точки по одному разу. Если  
перерформулировать факт, то надо доказать, то

$$\text{получим: } \begin{cases} y_1 + 3x_1 = c_1 \\ y_2 + 3x_2 = c_2 \end{cases} \quad c_2 - c_1 = 33. \text{ Посчитаем кол-во}$$

точек в каждом семействе  $\in$  пар-линей. Если  $c < 0$ ;  $0$ ;  
если  $c > 60$   $0$ ; если  $0 \leq c \leq 60$ , то их  $8$ . Тогда ответ -

$8^2 \cdot x$ , где  $x$  - кол-во способов выбрать  $(c_2, c_1)$  в рамках заданных  
целых  
интервалов  $7$ . Если  $c_2: 3$ , то  $c_1: 3$ .  $\text{пар таких пар в промежутке } -10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда для таких с пар  $A \cup B = 8^2 \cdot 10$ . А для  
оставшихся кол-во пар элементов  $= 28 - 10 = 18$  и  
для тех с  $\% 3$  пар  $A \cup B = 7^2 \cdot 18$ . Тогда всего  
пар  $= 8^2 \cdot 10 + 7^2 \cdot 18 = 640 + 49 \cdot 18 = 640 + 882 = 1522$ .

Ответ: 1522.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

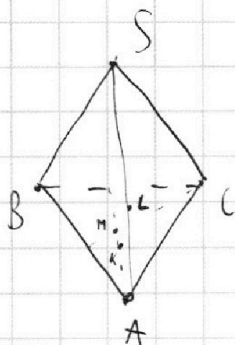
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

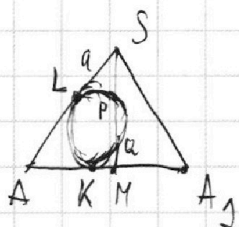
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Посмотрим на плоскость (MKS):



Заметим что  $\omega$  (окружность полученная сечением плоскостью  $\Omega$ ) касается AS и AA<sub>1</sub> в точках L и K соответственно.

Пусть  $SL = a$ , тогда  $AL = 12 - a$

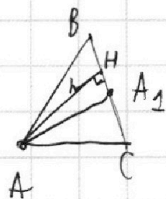
$AK = AL$ , т.к. =  $12 - a$ , т.к. они обе касательные!  $\Rightarrow$

$$MK^2 = MP \cdot MQ = SQ \cdot SP = SL^2 \Rightarrow MK = SL = a.$$

(степеней точки)

$$\Rightarrow AM = 12 - a + a = 12. \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 18.$$

Посмотрим на плоскость ABC:



Д/т:  $AH \perp BC$ .

$$AH = \frac{2S}{BC} = \frac{180}{12} = 15 \quad AA_1 = 18 \Rightarrow A_1H = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} =$$

$$= \sqrt{18^2 - 15^2} = 3\sqrt{6^2 - 5^2} = 3\sqrt{11} \quad BH = BA_1 - A_1H = \frac{1}{2}BC - A_1H = 6 - 3\sqrt{11} \Rightarrow$$

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} \Rightarrow \triangle ABC \text{ тупоуг.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

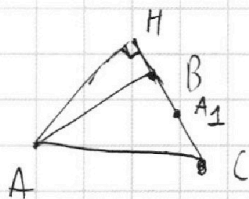
5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BH = 3\sqrt{11} - 6$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB = 3\sqrt{11+4-4\sqrt{11}+25} = 3\sqrt{40-4\sqrt{11}} = 6\sqrt{10-\sqrt{11}}$$

$$AC = \sqrt{(3\sqrt{11}+12)^2 + 15^2} = 3\sqrt{11+16+8\sqrt{11}+25} =$$

$$3\sqrt{48+8\sqrt{11}} = 6\sqrt{12+2\sqrt{11}}$$

Из ~~этих~~ <sup>сторон</sup> можно выразить медианы,  
а после найти произведение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a tetrahedron.

**Diagrams:**

- A sphere with a tetrahedron inscribed inside it. Points A, B, C, D are marked on the sphere's surface.
- A tetrahedron with vertices A, B, C, S. A point H is marked on the edge AS.
- A tetrahedron with vertices A, B, C, S. A point K is marked on the edge AB, and a point M is marked on the edge AS.
- A tetrahedron with vertices A, B, C, S. A point L is marked on the edge BS, and a point P is marked on the edge AS.
- A tetrahedron with vertices A, B, C, S. A point H is marked on the edge AS, and a point A1 is marked on the edge BC.
- A tetrahedron with vertices A, B, C, S. A point H is marked on the edge AS, and a point A1 is marked on the edge BC.

**Equations and Calculations:**

- $3 \cdot 6 \cdot 15^2$
- $18^2 - 15^2 = 3 \cdot 33$
- $A = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $CF \cdot CG = CB^2$
- $6^2 - (\frac{5}{2})^2 = \frac{144 - 25}{4} = \frac{119}{4}$
- $12 \cdot \frac{3}{2} = 18$
- $\frac{15}{5}, \frac{36}{12}$
- $k = \frac{90}{42} = \frac{15}{7}$
- $k = \frac{15}{2}$
- $x = \sqrt{24^2 - (\frac{15}{2})^2} = 3\sqrt{64 - \frac{25}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{221}$
- $AA_1 = b + b - 2a = \frac{6 \cdot 12}{5} = \frac{72}{5}$
- $(\frac{15}{2})^2 + x^2 = (\frac{72}{5})^2$
- $x = \sqrt{(\frac{72}{5})^2 - (\frac{15}{2})^2} = 3\sqrt{(\frac{24}{5})^2 + (\frac{5}{2})^2} = 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

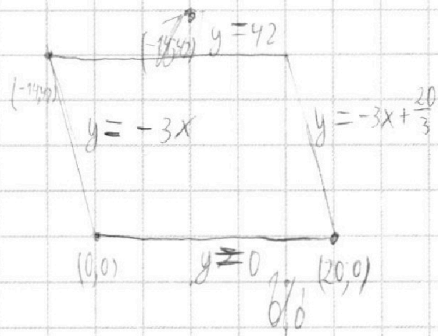
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

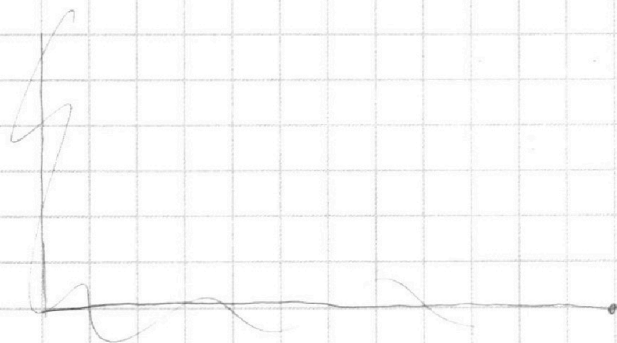
$$\begin{aligned} x_1 &> -14 & 42 &\geq y_1 \geq 0 \\ y_2 &> 0 & \frac{20}{3} &\geq y_2 + 3x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq y_2 + 3x_2 \leq \frac{20}{3}$$

$$\frac{20}{3} \leq 3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33 \text{ - проверка. } \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  не существует таких пар.

№7



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

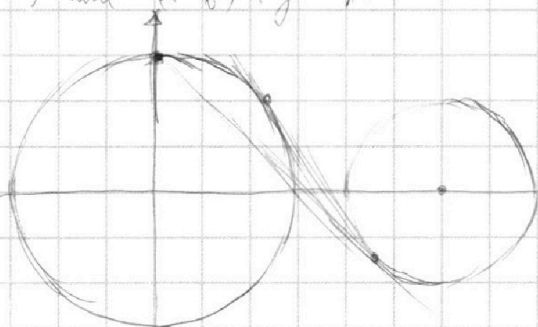


№4

$$ax + 2y - 3b = 0 \quad y = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2}x$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 9 \text{ или } (x-6)^2 + y^2 = 4$$



$$y = (x - \frac{18}{5}) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$\frac{36-11}{10} = \frac{25}{102}$$

~~$\sqrt{11} = \sqrt{4 + \frac{11}{5}}$~~

y

$$\frac{11}{10} - \frac{18}{5} - \frac{22-18}{10} = 0 = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{18}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{11}{5}$$

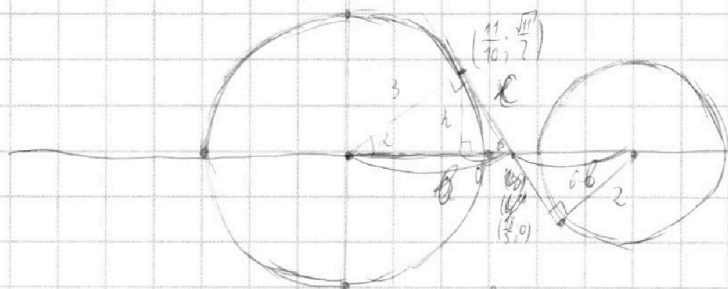
$$0 = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{18}{5}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{11}{5}$$

$$\frac{a}{2} \cdot (\frac{18}{5} - \frac{11}{10}) = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{25}{10} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$x \quad a = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$



$$\frac{d}{c-b} = \frac{3}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{6}{5} - 1^2} \cdot 3 =$$

$$= \sqrt{\frac{36}{25} - \frac{25}{25}} \cdot 3 = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot 3$$

3/5

$$h = \frac{3r}{b} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{2}{3}b = 6 - b$$

$$\frac{5}{3}b = 6 \quad b = \frac{18}{5}$$

$$d = \sqrt{11} \cdot \sqrt{(\frac{3}{5})^2 - (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{9}{25} - \frac{1}{4}} =$$

$$= \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{36-25}{100}} = \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{b} \quad d = \frac{c^2}{b} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 5}{25 \cdot 18} = \frac{11}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \times \frac{2}{2} \quad \frac{9}{3}$$

$$\log_3^4 x + 6 \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \quad \frac{2}{2} \quad \frac{9}{3}$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8 \quad \text{O.D. 3: } x \neq 1 \quad x > 0$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot 2t$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$

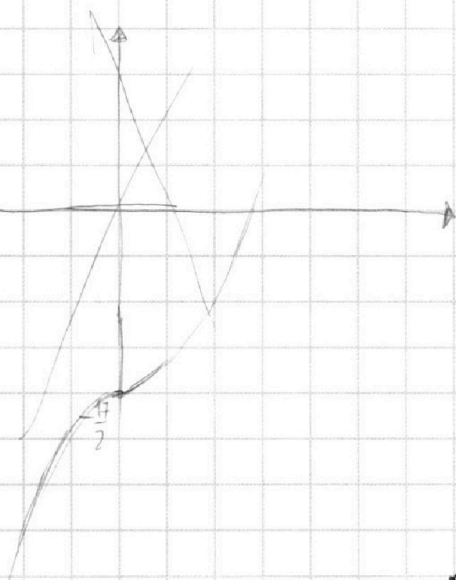
$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$\text{O.D. 3: } 5y \neq 1, \quad y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{\log 11}{2 \cdot \log_3(5y)} - 8$$

$$s^5 + 2 = \frac{11}{2} - 8s$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$



$$x^5 + 8x = \frac{12}{2}$$

$$y^5 + 8y = \frac{9}{2}$$

$$(xy)^5 + 8xy$$

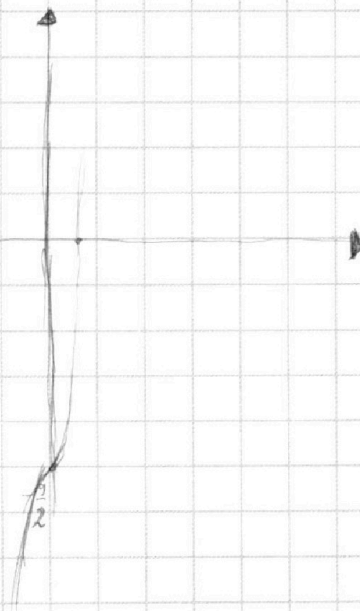
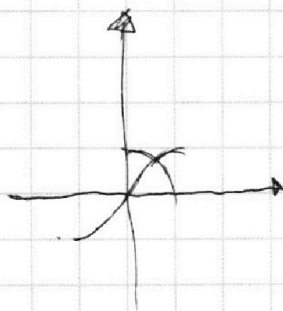
$$t = -s$$

$$\log_3 x = -\log_3 y$$

$$\log_3 x + \log_3 y = 0$$

$$\log_3 xy = 0$$

$$xy = 1 \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos x_1 - \frac{\pi}{2}) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_2) = x_2$$

$$x_2 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$x_2 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$$

$$5x_1 = x_2$$

$$x_2 = 0 \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$5(\pi - x_1) = x_2$$

$$5\pi = 6x_1 \quad x_1 = \frac{5\pi}{6} \quad x = \frac{2}{6}\pi$$

$$x_2 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$$

$$x_2 \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$$

$$5(x_1 - 2\pi) = x_2$$

$$5(-x_1 - \pi) = x_2$$

$$4x_1 = 10\pi$$

$$x_1 = \frac{5}{2}\pi \quad x = 2\pi$$

$$6x_1 = -5\pi$$

$$x_1 = -\frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 \in [-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$$

$$5(x_1 + 2\pi) = x_2$$

$$4x_1 = -10\pi$$

$$x_1 = -\frac{5\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ab

bc

ac

√1

ab

bc

ac

~~ab~~

2<sup>9</sup>

2<sup>14</sup>

2<sup>19</sup>

3<sup>10</sup>

3<sup>13</sup>

3<sup>18</sup>

~~ab=10~~  
2a=15

$\frac{a}{2^7} \frac{b}{2^2} \frac{c}{2^{12}}$

$\frac{a}{3^7} \frac{b}{3^3} \frac{c}{3^{14}}$

ab  
5<sup>10</sup>

bc  
5<sup>13</sup>

ac  
5<sup>20</sup>

$$a^2 - b^2 = 50 - 13 =$$

c 5<sup>20</sup>

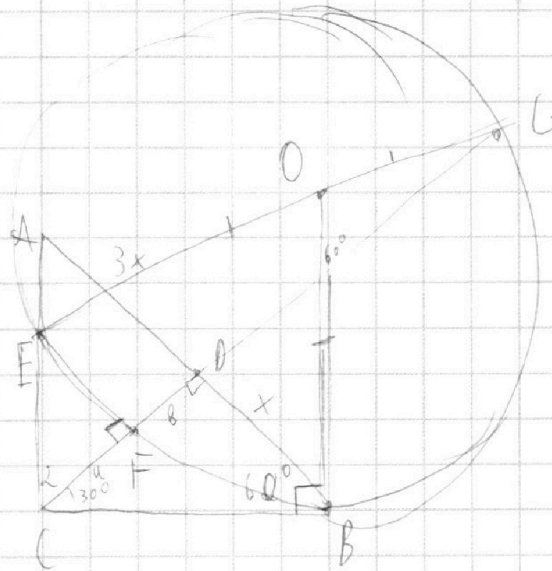
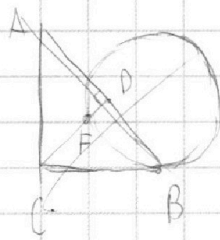
ab

5<sup>10</sup>

abc

5<sup>30</sup>

$$\begin{array}{r}
 = \\
 49 \\
 \times 18 \\
 \hline
 392 \\
 49 \\
 \hline
 882
 \end{array}$$



$$\frac{EF}{CD} = \frac{CF}{CB}$$

$$\sqrt{3} \times \frac{CD}{DB} = \frac{AD}{CD}$$

$$CD = \sqrt{AB \cdot DB} = \sqrt{3}x$$

$$BC = 2x$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

