МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

№ 1

1) Пусть $x; y; z$ — степени двойки в разложении чисел $a; b; c$ на простые множители соответственно.

Тогда из условия: $\begin{cases} x+y \geq 8 \\ y+z \geq 12 \\ x+z \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2x+2y+2z \geq 34;\ x+y+z \geq 17$

Значит, степень двойки в разложении числа abc на простые множители хотя бы 17.

2) Аналогично, в числе abc степень тройки хотя бы $\frac{14+20+21}{2} = 7+10+10{,}5 = 27{,}5$, то есть хотя бы 28, т. к. $\{a; b; c\} \subset \mathbb{N} \Rightarrow (abc) \in \mathbb{N}$

~~Аналогично~~ Степень пятерки хотя бы 39, т. к. $abc \vdots ac \vdots 5^{39}$.

Значит, $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

3) Заметим, что при $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$, $c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}$, все условия выполняются, и при этом $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

Значит, $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ — миним. подходящее значение abc.

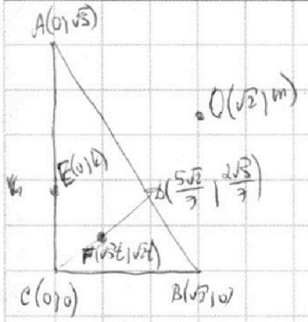
Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

1) Пусть O — центр данной окружности. Тогда из условия $OB \perp BC$.

2) Поскольку $\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$, $\frac{AC}{CB} = \sqrt{\frac{5}{2}}$. Без ограничения общности $BC = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{5}$.

3) Введём систему координат так, что $C(0;0)$; $A(0;\sqrt{5})$; $B(\sqrt{2};0)$; $O(\sqrt{2};m)$; $E(0;k)$.

4) Поскольку $D \in [AB]$, $AD : DB = 5:2$: $D\left(\frac{5}{7}\cdot\sqrt{2} + \frac{2}{7}\cdot 0;\ \frac{5}{7}\cdot 0 + \frac{2}{7}\cdot\sqrt{5}\right)$, т. е. $D\left(\frac{5\sqrt{2}}{7};\ \frac{2\sqrt{5}}{7}\right)$.

Тогда ур-ие прямой CD: $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. Пусть $F(\sqrt{5}t;\sqrt{2}t)$.

5) Поскольку $EO^2 = FO^2 = BO^2$, $EF \parallel AB$:
$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{5}t - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}t - m)^2 \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{k - \sqrt{2}t}{\sqrt{5}t} \end{cases} \quad \begin{cases} 7t^2 - 2\sqrt{10}t - 2mt + 2 = 0 \\ t = \frac{\sqrt{2}}{7}k \\ m = \frac{1}{k}\cdot\frac{k^2+2}{2} \end{cases}$$

$$7\cdot\frac{2}{49}k^2 - 2\sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{2}}{7}k + 2 - 2\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{k^2+2}{2} = 0$$

$10 = 4\sqrt{5}k$

$k = \frac{\sqrt{5}}{2}$, т. е. $EC = \frac{\sqrt{5}}{2}$

6) $\triangle CEF \sim \triangle ABC$, значит, $\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EC}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{4}$; $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{4}{1} = 4$.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$10\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = \pi - 2x$

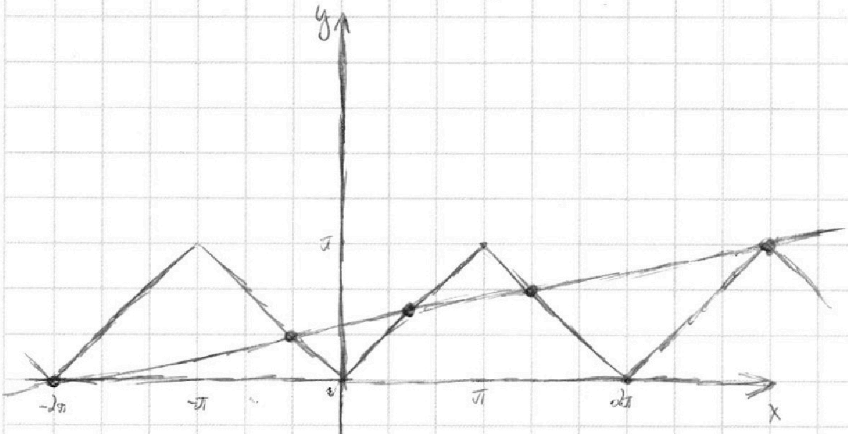
$5\pi - 10\arccos(\cos x) = \pi - 2x$

$4\pi + 2x = 10\arccos(\cos x)$

$5\arccos(\cos x) = x + 2\pi$

$\arccos(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}$

Построим графики обеих частей уравнения:



Найдём точки пересечения по графику: $x_1 = -2\pi$; $x_2 = -\frac{\pi}{3}$; $x_3 = \frac{\pi}{2}$; $x_4 = \frac{4\pi}{3}$; $x_5 = 3\pi$.

Очевидно, что больше точек пересечения нет.

Ответ: -2π; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{4\pi}{3}$; 3π.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

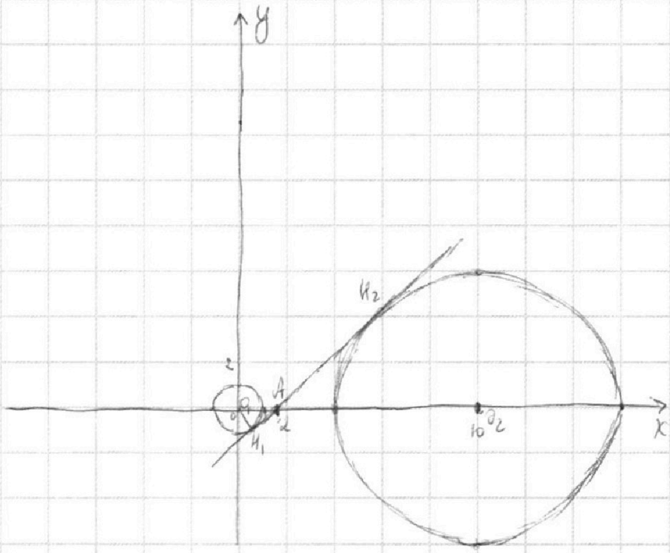
$$\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)((x^2+(y-10)^2-6^2)=0 \end{cases}$$

Решим задачу графически. Второе ур-ие задаёт две окружности: $\omega_1(O_1(0;0);\ r_1=1)$ и $\omega_2(O_2(0;10);\ r_2=6)$.

Первое ур-ие задаёт прямую при конкретных a и b. Очевидно, что ω_1 и ω_2 не пересекаются. Поэтому, чтобы система имела 4 решения, необх. и дост., чтобы эта прямая пересекала каждую из окружностей два раза.

~~Имеем~~ $3y=ax+4b$; $y=\frac{a}{3}x+\frac{4b}{3}$.

При данном a: $y=\frac{a}{3}x+\frac{4b}{3}$ — множество всех прямых, паралл. прямой $y=\frac{a}{3}x$, и она сама.



Заметим, что „крайний случай" будет при ~~таком~~ угле наклона, равном углу наклона их общей ~~касател~~ внутр. касательной.

Сам этот случай, очевидно, не подходит; более „горизонтальные" прямые подходят, а более „вертикальные" — нет.

Найдём эту прямую. Введём названия точек, как на рисунке. Из подобия $\triangle O_1AH_1$ и O_2H_2A: $\frac{O_1A}{O_2A}=\frac{1}{6}$, т. е. $O_1A=\frac{1}{7}O_1O_2=\frac{10}{7}$. Тогда $H_1A^2=O_1A^2-O_1H_1^2=\frac{100}{49}-1=\frac{51}{49}$; $H_1A=\frac{\sqrt{51}}{7}$; $\operatorname{tg}\angle O_1AH_1=\frac{O_1H_1}{H_1A}=\frac{1}{\frac{\sqrt{51}}{7}}=\frac{7}{\sqrt{51}}$.

Тогда $\frac{a}{3}=\frac{7}{\sqrt{51}}$. Аналогично, для другой „крайней" прямой $\frac{a}{3}=-\frac{7}{\sqrt{51}}$.

То есть, нам нужно, чтобы $-\frac{7}{\sqrt{51}}<\frac{a}{3}<\frac{7}{\sqrt{51}}$, т. е. $-\frac{21}{\sqrt{51}}<a<\frac{21}{\sqrt{51}}$; $-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}<a<\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$

Ответ: $\left(-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}};\ \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5

1) $\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{(2x)^3}(5^4) - 3$

Пусть $t = \log_5 2x$. Тогда: $t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \mid \cdot 3t$

$3t^5 - 4 + 9t - 9 = 0$; $3t^5 + 9t - 13 = 0$

Пусть $n = \log_5 y$. Тогда:

$n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3n} - 3 \mid \cdot 3n$

$3n^5 + 1 + 9n + 12 = 0$

$3n^5 + 9n + 13 = 0$

2) $f(t) = 3t^5 + 9t - 13$, $D(f) = D(f') = \mathbb{R}$

$f'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow f(t)$ монотонно возрастает на $\mathbb{R} \Rightarrow$ ур-ие $f(t) = 0$ имеет ровно 1 корень

Аналогично, ур-ие $3n^5 + 9n + 13 = 0$ имеет ровно 1 корень.

Тогда очевидно, что существует ровно 1 подходящее значение x и ровно 1 подходящее значение y. (*)

3) Перепишем эти ур-ия так: $\begin{cases} 3n^5 + 9n = -13 \\ 3t^5 + 9t = 13 \end{cases}$

$f(x) = 3x^5 + 9x$ нечётная, поэтому корни этих ур-ий n_0 и t_0 соответственно таковы, что

$n_0 = -t_0 \Leftrightarrow n_0 + t_0 = 0$, т. е. $\log_5 y + \log_5 2x = 0$; $\log_5(2xy) = 0$; $2xy = 1$; $xy = \frac{1}{2}$

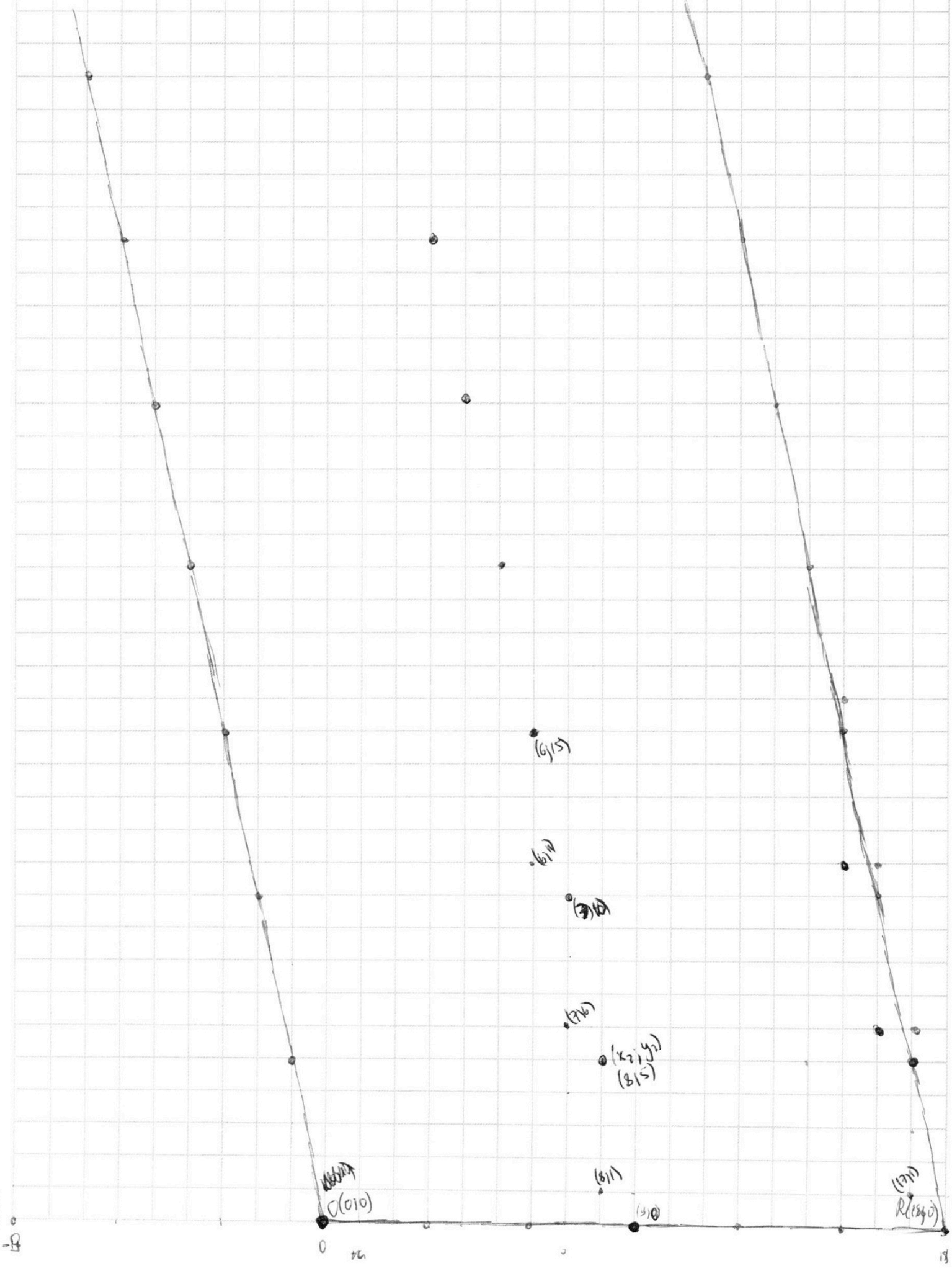
Ответ: $\frac{1}{2}$.

(*) поскольку уравнение $\log_5 ax = b$ имеет ровно 1 решение при $a > 0$ любом b.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6

1) $5(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=45$

Заметим, что для данной точки $(x_1;y_1)$ решением этого ур-ия в целых числах будет
$\begin{cases} x_2 = x_1+9+t \\ y_2 = y_1 -5t \end{cases}; t\in\mathbb{Z}$.

Заметим, что прямая, на которой будут лежать эти точки $(x_2;y_2)$, параллельна "боковым" сторонам параллелограмма.

2) Рассмотрим $y_1=0$. Тогда при $x_1\in\{0;1;2;...;9\}$ (при 10 таких x_1) эта прямая будет частично лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с ~~...~~ $y_2\in\{0;5;10;15;...;80\}$, т.е. 17 точек.

Аналогично при $y_1\in\{5;10;15;...;80\}$ тоже будет $17\cdot 10$ точек.

В этом случае получаем ~~...~~ $17(17\cdot 10)=289\cdot 10=2890$ точек.

3) Рассмотрим $y_1=1$. Тогда при $x_1\in\{0;1;2;...;8\}$ (при 9 таких x_1) эта прямая будет частично лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с $y_2\in\{1;6;11;...;76\}$, т.е. 16 точек.

Аналогично при $y_1\in\{2;3;4;6;7;8;9;11;12;13;14;...;76;77;78;79\}$ тоже будет $16\cdot 9$ точек.

В этом случае получаем $(80-16)\cdot(16\cdot 9)=64\cdot 16\cdot 9=1024\cdot 9=9216$ точек.

4) Таким образом, всего $2890+9216=12106$ точек.

Ответ: 12106 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№7

1) Пусть O – центр Sф, r – ее радиус. Очевидно, что OS = OM. Значит, O лежит в плоскости α, проходящей через K – середину [SM], и перпендикулярной SM.

2) Очевидно, что OL = OK = r. Значит, O лежит в плоскости β, проходящей через T – середину [LK], и перпендикулярной LK.

Также, O лежит на перпендикуляре к (ABC) через K, и в плоскости, перпенди. (AS) и проведённой через L.

3) Пусть m_a, m_b, m_c – длины медиан AA_1, BB_1, CC_1 соотв. Пусть $AB = c$, $BC = a$, $b = AC$.

Тогда: $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$; $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$; $m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$

$m_a m_b m_c = \frac{1}{8}\sqrt{-4a_1^3-4b_1^3-4c_1^3+6a_1b_1^2+6a_1^2b_1+6a_1c_1^2+6c_1^2c_1+6b_1^2c_1+6b_1c_1^2}$, где $a_1 = a^2$, $b_1 = b^2$, $c_1 = c^2$.

$(4\sqrt{2}\, m_a m_b m_c)^2 = 3(a_1b_1^2 + a_1^2b_1 + a_1^2c_1 + a_1c_1^2 + b_1^2c_1 + b_1c_1^2) - 2(a_1^3 + b_1^3 + c_1^3)$

~~4) Обозначим ... По т. Пифагора: ... $b_1 + c_1 = a_1 = 16$~~

~~... $S_{ABC} = 200$ ... $b_1c_1 = 200^2$ ... $b^2 + c^2 = 2 \cdot 200^2$~~

~~$(4\sqrt{2}\, m_a m_b m_c)^2 = 3($~~

4) Из ранее написанного очевидно, что O лежит в плоскости (ASM) на биссектрисе угла SAM, и является серединой SM. Значит, $\triangle ASM$ – р/б $\Rightarrow AS = AM$, т. е. $AM = 16$.

Воспользуемся методом координат. Пусть $C(0;0)$, $B(0;16)$, $A_1(0;8)$. Поскольку $S_{ABC} = 100 = \frac{1}{2}h \cdot 16 \Rightarrow$

$h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12{,}5$. То есть $A(12{,}5; a)$. При этом $\frac{2}{3}AA_1 = 16$, т. е. $a^2 + 4{,}5^2 = 24^2$

$a^2 = 28{,}5 \cdot 19{,}5$; $a = \frac{1}{2}\sqrt{57 \cdot 39}$. Тогда, $B_1\left(6{,}25; \frac{1}{4}\sqrt{57\cdot 39}+8\right)$; $C_1\left(6{,}25; \frac{1}{4}\sqrt{57\cdot 39}\right)$

Тогда $BB_1^2 = 6{,}25^2 + \left(\frac{1}{4}\sqrt{57\cdot 39}-8\right)^2$; $CC_1^2 = 6{,}25^2 + \left(\frac{1}{4}\sqrt{57\cdot 39}\right)^2$ Откуда $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 4096$

Ответ: 4096.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2

~~$c = 2^{12}$, $a = 2^{8}$~~

$$\begin{array}{r} 14 \\ 8 \\ \hline 22 \\ 7 \\ \hline 29 \end{array}$$

$\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6}$

$$\begin{cases} a+b \geq 8 \\ b+c \geq 12 \\ a+c \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2(a+b+c) \geq 2(4+6+7)$$

17

$a+b+c \geq 17$

$$\begin{cases} a+b \geq 14 \\ b+c \geq 20 \\ a+c \geq 22 \end{cases}$$

$a+b+c = 28$

$$\begin{cases} c = 14,5 \\ a = 8,5 \\ b = 7,5 \end{cases}$$

$a = 8$

$$\begin{cases} a+b = 14 \\ b+c = 20 \\ a+c = 22 \end{cases}$$

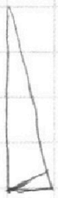
$a+b+c = 28$

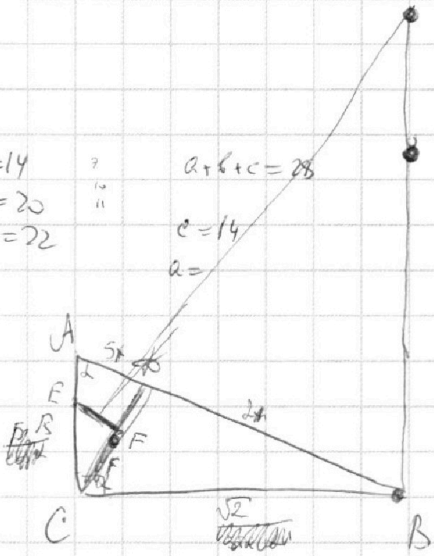
$c = 14$

$a =$

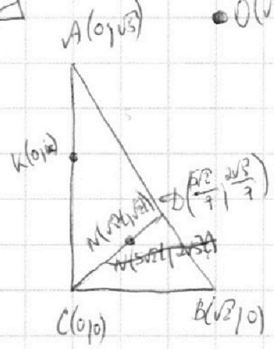
$$\begin{cases} c \leq 14 \\ a \leq 8 \\ b \leq 7 \end{cases}$$

$a =$ $\quad a = 8$
$b = 8$ $\quad b = 6$
$c = 6$ $\quad c = 14$





$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2}{3\sin\alpha} \cdot \frac{5\cos\alpha}{5}$



$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}t - m)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{k - \sqrt{2}t}{\sqrt{3}t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 2 - 2mk + k^2 \\ 0 = 5t^2 - 2\sqrt{6}t + 2 + 2t^2 - 2\sqrt{2}mt \\ 5t = \sqrt{2}k - 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = 12 \\ b+c = 17 \\ a+c = 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7t = \sqrt{2}k, \; t = \frac{\sqrt{2}}{7}k \\ m = \frac{k^2+2}{2k} = \frac{k}{2} + \frac{1}{k} \end{cases}$$

$7 \cdot \frac{2}{49}k^2 - 2\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{7}k + 2 - 2\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{k^2+2}{2} = 0$

$\frac{2}{7}k^2 - \frac{4}{7}\sqrt{3}k + 2 - \frac{2}{7}(k^2+2) = 0$

$2k^2 - 4\sqrt{3}k + 14 - 2k^2 - 4 = 0$

~~$(2-\sqrt{2})k^2 - 4\sqrt{3}k + (14 - 2\sqrt{2}) = 0$~~

~~$(\sqrt{2}-1)k^2 - 2\sqrt{6}k + (7\sqrt{2} - 2) = 0$~~

$10 = 4\sqrt{3}k$

$2\sqrt{3}k = 5$

$2k = \sqrt{3}$

$k = \frac{\sqrt{3}}{2}$

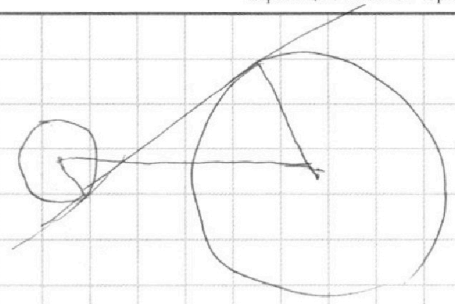
~~$\frac{D}{4} = 10 - (\sqrt{2}-1)(7\sqrt{2}-2) = 10 - (14 - 9\sqrt{2} + 2) = 9\sqrt{2} - 6 = 3(3\sqrt{2}-2)$~~

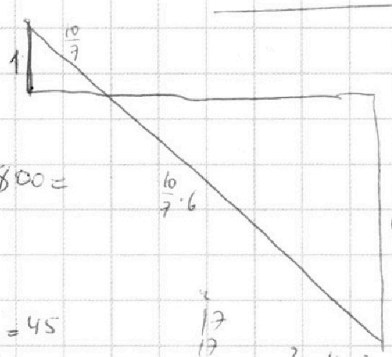
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

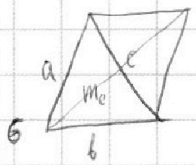
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ







$\log_{y^3} 5^{-1}$

$(100-4)^2 = 10004 - 800 =$

$= 9216$

$3n^5 + n^2 + 9n + 12 = 0$

$n = -\frac{1}{3} \quad -\frac{1}{81}$

$32 \cdot 3 = 96$

$5x + y = 45$

$\begin{cases} x = 9 + t \\ y = 0 - 5t \end{cases}$

$17 \cdot 17 = 119$ ... 289

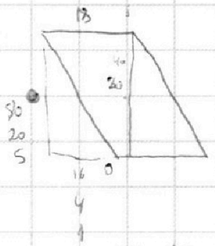
$c^2 + 4m_c^2 = 2a^2 + 2b^2$

$2m_c = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

$3(n^5 + t^5) + 9(n+t) + n^2 - 4t^2 + 3 = 0$

28910

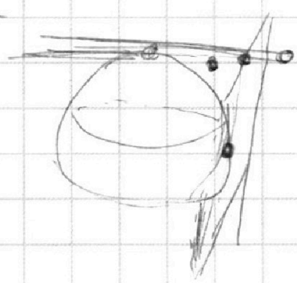


$f(t) = 3t^5 + 9t - 13$

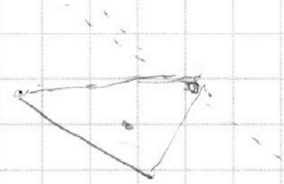
$f'(t) = 15t^4 + 9$

$2890 + 9216 = 12106$

$2890 - 289 = 2601$

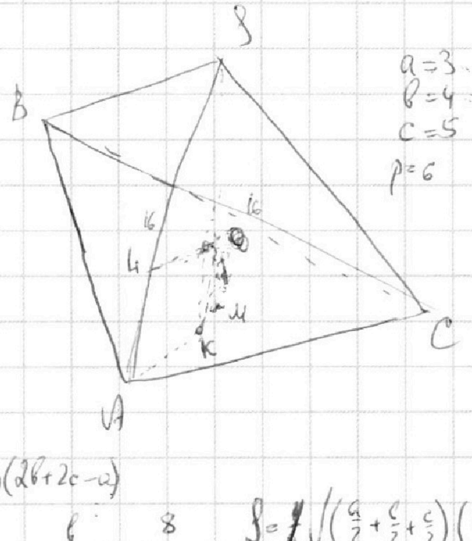


$64 \cdot 16 \cdot 9 + 17 \cdot 17 \cdot 10 = 2890 + 9216 =$



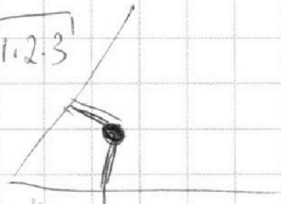
$a^2 + b^2 = 2^{16}$

$2ab = 400$



$a = 3$
$b = 4$
$c = 5$
$p = 6$

$S = \sqrt{6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$



$10 \arcsin(1) = \pi + 4\pi$

$10 \cdot \frac{\pi}{6} = \pi + \frac{2\pi}{3}$

$10 \cdot \frac{\pi}{2} = 0$

$10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \pi - \frac{8\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{3}$

$-10 \cdot \frac{\pi}{2}$

$A(12,5)$

$(2a + 2b - c)(2a + 2c - b)(2b + 2c - a)$

a	a	b	8
a	b	a	2
b	a	a	-4
			6

$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2}\right)\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2}\right)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$3y=ax+4b$

$y=\frac{a}{3}x+\frac{4b}{3}$ $\quad n=\frac{a}{3},\ m=\frac{4b}{3}.\quad y=nx+m$

$((n^2+1)x^2+2nmx+(m^2-1))\cdot(x^2+(nx+(m-10))^2-36)=0$

$y=\frac{a}{4x+b}$

$n^2m^2-(n^2+1)(m^2-1)>0$

$-m^2+n^2+1>0$

$n^2-m^2+1>0$

$(n^2+1)x^2+2n(m-10)x+(m^2-20m+64)=0$

$n^2(m-10)^2-(n^2+1)((m-10)^2-36)>0$

$n^2=n_1,\ (m-10)^2=m_1$

$n_1m_1-(n_1+1)(m_1-36)>0$

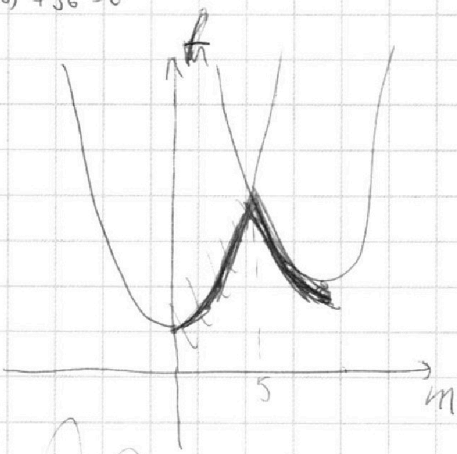
$-m_1+36n_1+36>0$

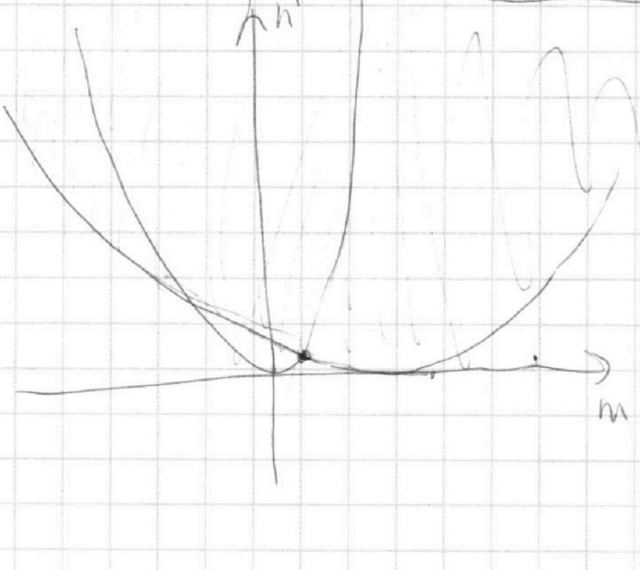
$36n^2-(m-10)^2+36>0$

$?n:\exists m:\ \begin{cases}m^2<n^2+1\\(m-10)^2<36(n^2+1)\end{cases}$

$y^2=x^2+1$

$?n':\exists m:\ \begin{cases}m^2<n'\\(m-10)^2<36n'\end{cases}$





$36m^2=(m-10)^2,\quad 35m^2+20m-100=0$

$7m^2+4m-20=0$

$\frac{D}{4}=4+140=144=12^2$

$m=\frac{-2-12}{7}=-2$

$m=\frac{-2+12}{7}=\frac{10}{7}$

$n'=\frac{100}{49}$

$n^2+1>\frac{100}{49},\ n^2>\frac{51}{49}$

$n>\frac{\sqrt{51}}{7}$