



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



| | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1) Пусть x, y, z — степень факты в разложении числа a ; b, c — простые множители соответственно.

Следует из условия:
$$\begin{cases} x+y \geq 8 \\ y+z \geq 12 \\ x+z \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2x+2y+2z \geq 34, \quad x+y+z \geq 17$$

Значит, степень факты в разложении числа a — не простые множители, хотя бы 17.

2) Аналогично, в числе a — степень факты хотя бы $\frac{14+20+24}{2} = 7+10+12 = 29$, то есть хотя бы 28,
т.е. $\{a, b, c\} \subset \mathbb{N} \Rightarrow (abc) \in \mathbb{N}$

3) Аналогично, степень факты хотя бы $\frac{14+20+24}{2} = 29$, т.е. $abc \geq 5^{29}$.

Значит, $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{29}$.

3) Заметим, что при $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$; $b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$; $c = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^{23}$, все условия выполняются, и при этом $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

Значит, $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ — минимальное значение abc .

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

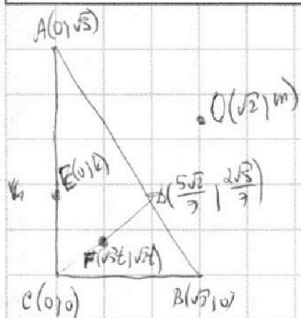
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть O - центр Δ равносторонней. Тогда из условия $OB \perp BC$.

2) Поскольку $\frac{AB}{OB} = \frac{5}{2}$, $\frac{AC}{OB} = \sqrt{3}$ по условию. Обозначим $BC = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{3}$.

3) Введем систему координат так, что $C(0|0)$; $A(0|\sqrt{3})$; $B(\sqrt{3}|0)$; $O(\sqrt{3}/2|m)$; $E(0|k)$.

4) Поскольку $EC \perp AB$, $EA \perp EB = 5/2$: $x(\frac{5}{7} \cdot \sqrt{3} + \frac{2}{7} \cdot 0)$, $y(\frac{5}{7} \cdot 0 + \frac{2}{7} \cdot \sqrt{3})$, т.е. $F(\frac{5\sqrt{3}}{7}, \frac{2\sqrt{3}}{7})$.

Поскольку $EF \parallel AB$: $y = \frac{\sqrt{3}}{2} x$ Пусть $F(\sqrt{3}t; \sqrt{3}t)$.

5) Поскольку $EO^2 = FO^2 = BO^2$ $EF \parallel AB$: $\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}t - m)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k - \sqrt{3}t}{\sqrt{3}t} \end{cases} \begin{cases} 7k^2 - 2\sqrt{3}kt - 2mt + 2 = 0 \\ t = \frac{\sqrt{3}}{7}k \\ m = \frac{1}{k} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} \end{cases}$

$$7 \cdot \frac{2}{49} k^2 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{7} k + 2k - 2 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} = 0$$

$$10 = 4\sqrt{3}k$$

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ т.е. } EC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$6) \Delta CEF \sim \Delta ABC, \text{ значит, } \frac{S_{\Delta CEF}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{EC}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta CEF}} = \frac{4}{1} = 4.$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = \pi - 2x$$

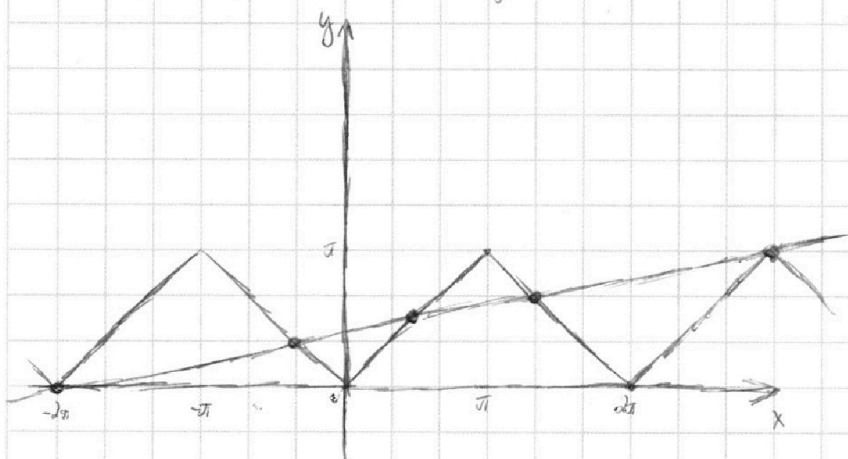
$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi + 2x = 10 \arccos(\cos x)$$

$$5 \arccos(\cos x) = x + 2\pi$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}$$

Построим графики обеих частей уравнения:



Найдем точки пересечения по графику: $x_1 = -2\pi$, $x_2 = -\frac{\pi}{3}$, $x_3 = \frac{\pi}{2}$, $x_4 = \frac{4\pi}{3}$, $x_5 = 3\pi$.

Очевидно, что больше точек пересечения нет.

Ответ: -2π ; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{4\pi}{3}$; 3π .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



54

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - (4x^2 + (y-10)^2 - 6^2)) = 0 \end{cases}$$

Решим задачу графически. Второе уравнение задает две окружности: $\omega_1(O_1(0,0), r_1=1)$ и $\omega_2(O_2(0,10), r_2=6)$.

Первое уравнение задает прямую при конкретных a и b . Очевидно, что ω_1 и ω_2 не пересекаются. Поэтому,

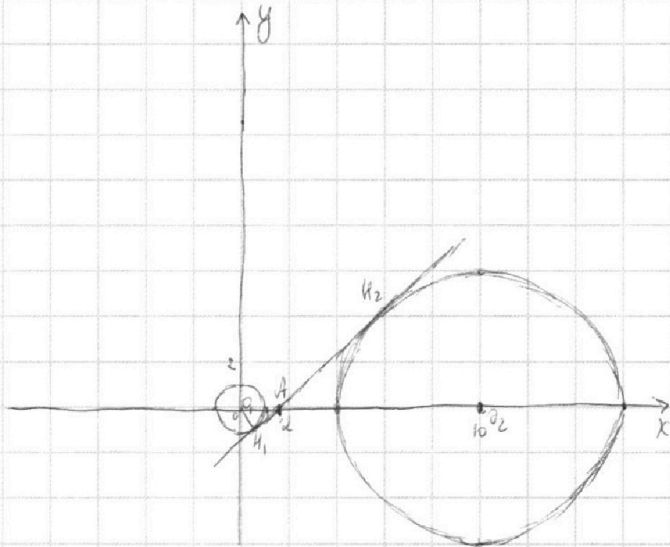
любой системе имеет 4 решения, тогда и тогда, когда эта прямая пересекает каждую из окружностей два раза.

~~Итак, пусть~~ $3y = ax + 4b$, $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$.

При данном a : $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ — множество всех

прямых, параллельных прямой $y = \frac{a}{3}x$, и она сама.

Заметим, что "крайней окружностью" будет при ~~таком~~ угле наклона, равном углу наклона их общей ~~касательной~~ внешней касательной.



Сам этот случай, очевидно, не подходит; более "горизонтальные" прямые подходят, а более "вертикальные" — нет.

Найдем эту прямую. Введем вспомогательные точки, как на рисунке. Из вершины O_1 опустим PH_1 и $O_2H_2 \perp A$. $\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{1}{6}$

т. е. $O_1A = \frac{1}{7} O_2A = \frac{10}{7}$. Тогда $H_1A^2 = O_1A^2 - O_1H_1^2 = \frac{100}{49} - 1 = \frac{51}{49}$; $H_1A = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $\tan \angle O_1AH_1 = \frac{O_1H_1}{H_1A} = \frac{1}{\frac{\sqrt{51}}{7}} = \frac{7}{\sqrt{51}}$.

Получим $\frac{a}{3} = \frac{7}{\sqrt{51}}$. Аналогично, для другой "крайней" прямой $\frac{a}{3} = -\frac{7}{\sqrt{51}}$.

По сути, нам нужно, чтобы $-\frac{7}{\sqrt{51}} < \frac{a}{3} < \frac{7}{\sqrt{51}}$, т. е. $-\frac{21}{\sqrt{51}} < a < \frac{21}{\sqrt{51}}$; $-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}} < a < \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$

Ответ: $\left(-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}, \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

$$1) \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3}(5^9) - 3$$

$$\text{Пусть } n = \log_5 y \text{ тогда}$$

$$\text{Пусть } t = \log_5 2x. \text{ Тогда: } t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \mid \cdot 3t$$

$$n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3n} - 3 \mid \cdot 3n$$

$$3t^5 - 4 + 9t - 9 = 0, \quad 3t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$3n^5 + 1 + 9n + 12 = 0$$

$$3n^5 + 9n + 13 = 0$$

$$\Delta P(t) = 3t^5 + 9t - 13, \quad \Delta(P) = \Delta(P') = \mathbb{R}$$

$P'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow P(t)$ монотонно возрастает на $\mathbb{R} \Rightarrow$ ур-ие $P(t) = 0$ имеет только 1 корень

Аналогично, ур-ие $3n^5 + 9n + 13 = 0$ имеет только 1 корень.

Тогда очевидно, что существует только 1 найденное значение x и только 1 найденное значение y .

$$\left\{ \begin{array}{l} 3t^5 + 9t - 13 \\ 3n^5 + 9n + 13 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3n^5 + 9n = -13 \\ 3t^5 + 9t = 13 \end{array} \right. \quad 3) \text{ Перепишем эти ур-ия так:}$$

$f(x) = 3x^5 + 9x$ нечетная, поэтому, если эти ур-ия $f(n_0)$ и $f(t_0)$ соответственно таковы, то

$$n_0 = -t_0 \Rightarrow n_0 + t_0 = 0, \text{ т.е. } \log_5 y + \log_5 2x = 0, \log_5(2xy) = 0, 2xy = 1, xy = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

* поскольку уравнение $\log_5 ax = b$ имеет только 1 решение при $a > 0$ и любой b .

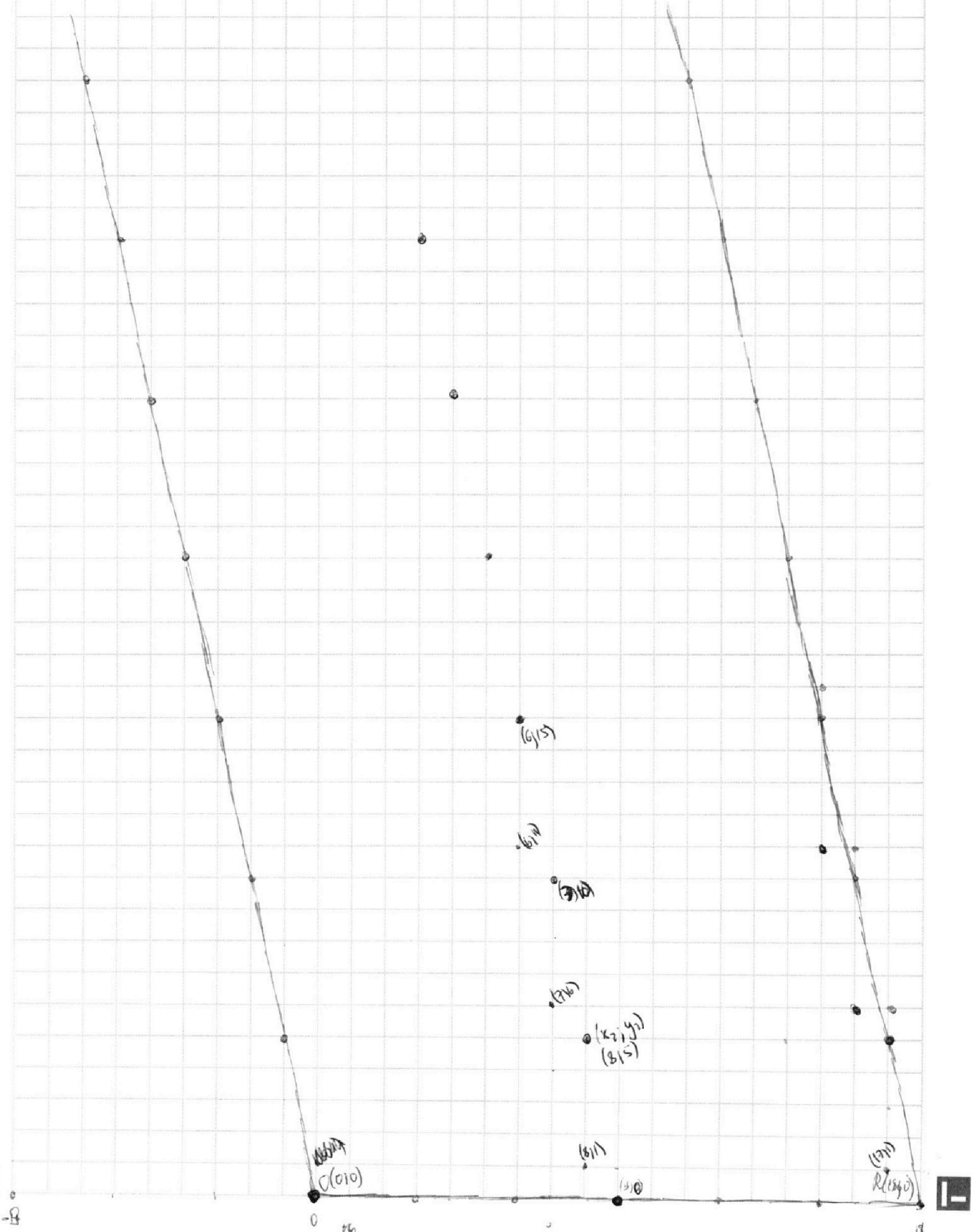
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$1) 5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

Заметим, что для любых точек (x_1, y_1) решением этой ур-ии в целых числах будет

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 9 + t \\ y_2 = y_1 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$$

Заметим, что прямая, на которой будут лежать эти точки, параллельна сторонам параллелограмма.

2) Рассмотрим $y_1 = 0$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ эта прямая будет целиком лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с ~~$y_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$~~ $y_2 \in \{0, 5, 10, 15, \dots, 80\}$, т.е. 17 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{5, 10, 15, \dots, 80\}$ также будет 17-10 точек.

В этом случае получаем ~~$17 \cdot 17 = 289$~~ $17(17-10) = 289 \cdot 10 = 2890$ точек.

3) Рассмотрим $y_1 = 1$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ эта прямая будет частично лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с $y_2 \in \{1, 6, 11, \dots, 76\}$, т.е. 16 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{2, 3, 4, \dots, 6, 7, 8, 9, \dots, 11, 12, 13, 14, \dots, 76, 77, 78, 79\}$ тоже будет 16-9 точек.

В этом случае получаем $(80-10) \cdot (16-9) = 64 \cdot 16 \cdot 9 = 1024 \cdot 9 = 9216$ точек.

4) Таким образом, всего $2890 + 9216 = 12106$ точек.

Ответ: 12106 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O — центр S_1 . Очевидно, что $OB = OМ$. Значит, O лежит в плоскости α , проходящей через K — середину $[BM]$, и перпендикулярной BM .

2) Очевидно, что $OK = OM = r$. ~~Вспомогательная плоскость β проходит через T — середину $[BC]$ и перпендикулярна BC . Значит, O лежит в плоскости β , проходящей через T — середину $[BC]$, и перпендикулярной BC .~~

Значит, O лежит в плоскости β , проходящей через T — середину $[BC]$, и перпендикулярной BC .

Плоскость α лежит на перпендикуляре к (ABC) через K , и в плоскости, перпендикулярной BC и проходящей через T .

3) Пусть m_a, m_b, m_c — длины медиан AA_1, BB_1, CC_1 соответственно. Пусть $AB = c, BC = a, AC = b$.

$$\text{Итого: } m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \quad m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} \quad m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$m_a m_b m_c = \frac{1}{8} \sqrt{-4a^3 - 4b^3 - 4c^3 + 6ab^2 + 6a^2b + 6ac^2 + 6a^2c + 6b^2c + 6bc^2}, \text{ где } a = a^2, b = b^2, c = c^2.$$

$$(m_a m_b m_c)^2 = 3(a^3 + a^2b + a^2c + ab^2 + ab^2 + ab^2 + ac^2 + ac^2 + ac^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3)$$

~~4) Пусть h — высота треугольника ABC . Тогда $h = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 100}{a} = \frac{200}{a}$. Значит, $h = \frac{200}{a}$.~~

$$h = \frac{200}{a} \Rightarrow a = \frac{200}{h}$$

$$\left(\frac{200}{h}\right)^2 = \frac{40000}{h^2}$$

4) Пусть радиус вписанного окружности, то O лежит в плоскости (ASM) на биссектрисе угла ASM , и является серединой SM . Значит, $ASM = 90^\circ \Rightarrow AS = SM$, т. е. $AS = 16$.

Воспользуемся методом координат. Пусть $C(0|0), B(0|16), A_1(0|8)$. Поскольку $S_{ABC} = 100 = \frac{1}{2} h \cdot 16 \Rightarrow$

$$h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5. \text{ То есть } A(12,5|0). \text{ При этом } \frac{2}{3} AA_1 = 16, \text{ т. е. } \frac{2}{3} \sqrt{12,5^2 + 8^2} = 16 \Rightarrow 12,5^2 + 8^2 = 24^2$$

$$a^2 = 28,5^2 + 8^2 = 307,25 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \sqrt{614,5} \approx 12,35. \text{ Тогда } B_1(6,25 | \frac{1}{2} \sqrt{57,39} + 8), C_1(6,25 | \frac{1}{2} \sqrt{57,39})$$

$$\text{Тогда } BB_1^2 = 6,25^2 + (\frac{1}{2} \sqrt{57,39} - 8)^2, CC_1^2 = 6,25^2 + (\frac{1}{2} \sqrt{57,39})^2 \Rightarrow BB_1^2 + CC_1^2 = 4096.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$c = 2, a = 2$$

$$\begin{cases} a+b \geq 8 \\ b+c \geq 12 \\ a+c \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2(a+b+c) \geq 2(4+6+7)$$

$$a+b+c \geq 17$$

$$\frac{14}{8} = \frac{22}{7}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6}$$

2

$$\begin{cases} a+b \geq 14 \\ b+c \geq 20 \\ a+c \geq 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c \leq 14 \\ a \leq 8 \\ b \leq 7 \end{cases}$$

$$a+b+c = 28$$

$$\begin{cases} c = 14,5 \\ a = 8,5 \\ b = 7,5 \end{cases}$$

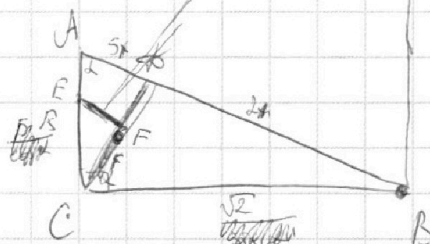
$$a = 8$$

$$\begin{cases} a+b = 14 \\ b+c = 20 \\ a+c = 22 \end{cases}$$

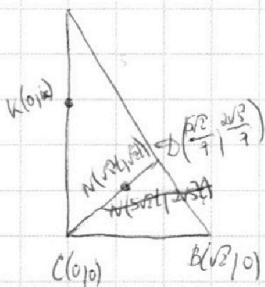
$$a+b+c = 28$$

$$c = 14$$

$$a =$$



$$A(0, \sqrt{3}) \quad O(\sqrt{2}, 1)$$



$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}t - m)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{k - \sqrt{2}t}{\sqrt{3}t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 2 - 2mk + k^2 \\ 0 = 5t^2 - 2\sqrt{3}t + 2 + 2t^2 - 2\sqrt{2}mt \\ 5t = \sqrt{2}k - 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = 12 \\ b+c = 17 \\ a+c = 39 \end{cases}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{3 \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha \cdot 5}$$

$$\begin{cases} 7t = \sqrt{2}k \\ t = \frac{\sqrt{2}}{7}k \\ k = \frac{7t}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} + \frac{1}{k} \end{cases}$$

$$7 \cdot \frac{2}{49} k^2 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{7} k + 2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{7} \frac{k^2 + 2}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\frac{2}{7} k^2 - \frac{4}{7} \sqrt{3} k + 2 - \frac{\sqrt{2}}{7} (k^2 + 2) = 0$$

$$\begin{aligned} 2k^2 - 4\sqrt{3}k + 14 - \sqrt{2}k^2 - 4\sqrt{2} &= 0 \\ (2-\sqrt{2})k^2 - 4\sqrt{3}k + (14-2\sqrt{2}) &= 0 \\ (\sqrt{2}-1)k^2 - 2\sqrt{3}k + (2\sqrt{2}-2) &= 0 \end{aligned}$$

$$10 = 4\sqrt{3}k$$

$$2\sqrt{3}k = 10 \Rightarrow \frac{k}{4} = 10 - (\sqrt{2}-1)(7\sqrt{2}-2) = 10 - (14 - 9\sqrt{2} + 2) = 5\sqrt{2} - 6 = 3(3\sqrt{2}-2)$$

$$2k = \sqrt{3}$$

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

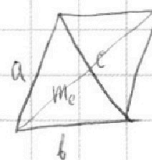
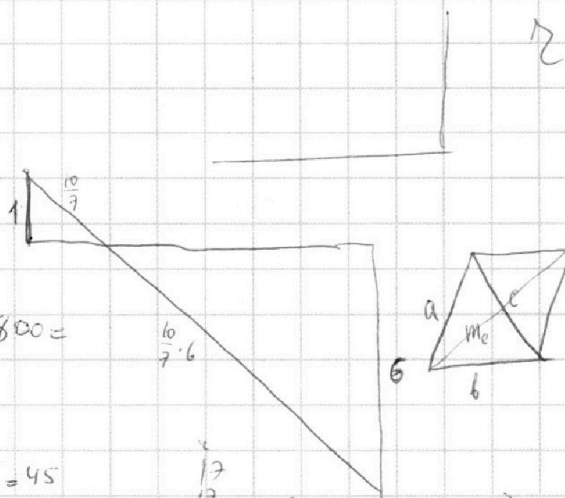
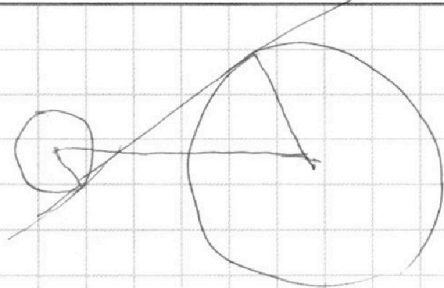
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3 5^{-1}$$

$$3n^5 + n^2 + 9n + 12 = 0$$

$$n = -\frac{1}{3}i - \frac{1}{81}$$

$$3(n^5 + t^5) + 9(n+t) + n^2 - 4t^2 + 3 = 0$$

$$(100-4)^2 = 10004 - 800 = 9204$$

$$\frac{32}{3}$$

$$\begin{aligned} 5x + y &= 45 \\ x &= 9 + t \\ y &= 0 - 5t \end{aligned}$$

$$\frac{17}{17} = \frac{17}{17}$$

$$c^2 + 4m_c^2 = 2a^2 + 2b^2$$

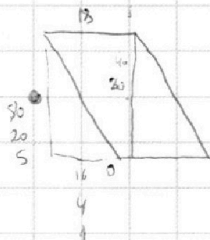
$$2m_c = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

28910

$$\frac{2890}{289} = 10$$

$$2601$$



$$f(t) = 3t^5 + 9t - 13$$

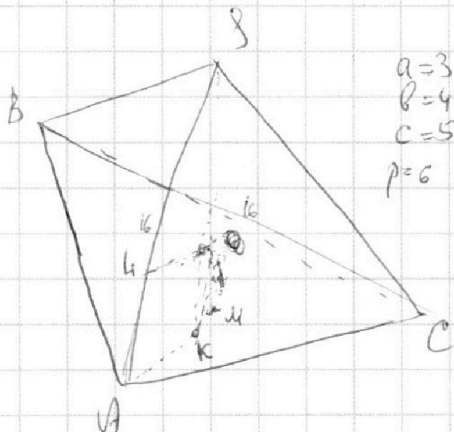
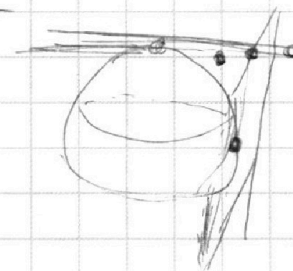
$$f'(t) = 15t^4 + 9$$

$$\frac{2890}{9216} = 0.3136$$

$$12106$$

$$6 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 9 + 17 \cdot 17 \cdot 10 = 2890 + 9216 = 12106$$

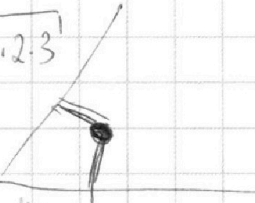
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 2^2 \\ 2ab &= 400 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 4 \\ c &= 5 \\ p &= 6 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

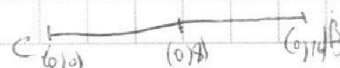
$$\begin{aligned} 10 \arcsin(1) &= \pi + 4i \\ 10 \cdot \frac{\pi}{6} &= 3 + \frac{2\pi}{3} \\ 10 \cdot \frac{\pi}{2} &= 20 \\ 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) &= -\frac{5\pi}{3} \\ -10 \cdot \frac{\pi}{2} &= -5\pi \end{aligned}$$



$$(2a+2b-c)(2a+2c-b)(2b+2c-a)$$

| | | | |
|---|---|---|----|
| a | a | b | 8 |
| a | b | a | 2 |
| b | a | a | -4 |
| | | | 6 |

$$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{c}{2} + \frac{c}{2}\right) \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2}\right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = ax + 4b$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$h = \frac{a}{3}, m = \frac{4b}{3}; y = nx + m$$

$$(n^2+1)x^2 + 2nm x + (m^2-1) = (x^2 + (nx + (m-10))^2 - 36) = 0$$

$$y = \frac{a}{3x+b}$$

$$n^2 m^2 - (n^2+1)(m^2-1) > 0$$

$$-m^2 + n^2 + 1 > 0$$

$$n^2 - m^2 + 1 > 0$$

$$(n^2+1)x^2 + 2n(m-10)x + (m^2-20m+64) < 0$$

$$n^2(m-10)^2 - (n^2+1)(m-10)^2 - 36 > 0$$

$$n, m, -(n+1)(m-36) > 0$$

$$-m_1 + 36n_1 + 36 > 0$$

$$36n^2 - (m-10)^2 + 36 > 0$$

$$n^2 = n_1, (m-10)^2 = m_1$$

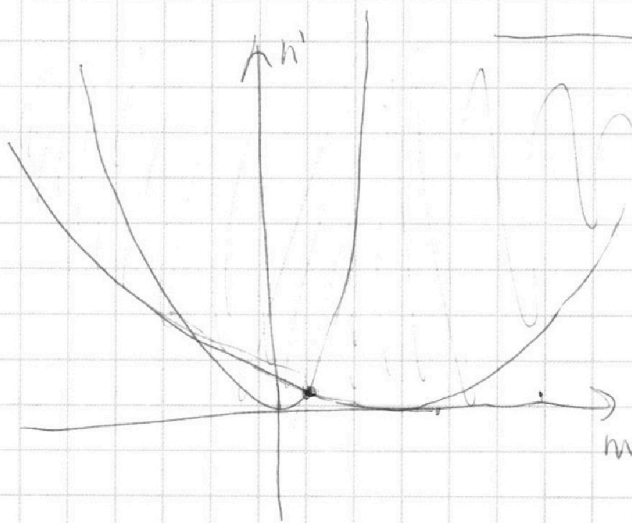
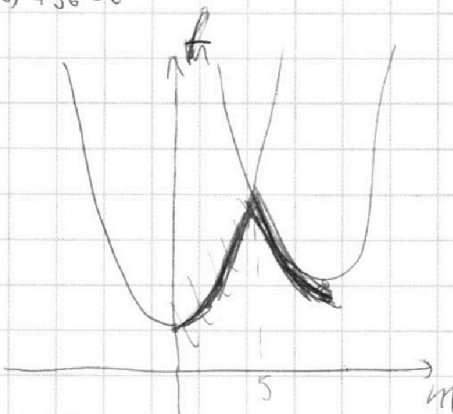
$$?n: \exists m:$$

$$\begin{cases} m^2 \leq n^2 + 1 \\ (m-10)^2 \leq 36n^2 + 36 \end{cases}$$

$$y^2 = x^2 + 1$$

$$?n': \exists m:$$

$$\begin{cases} m^2 \leq n' \\ (m-10)^2 \leq 36n' \end{cases}$$



$$36m^2 = (m-10)^2; 35m^2 + 20m - 100 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m - 20 = 0$$

$$D = 4 + 140 = 144 = 12^2$$

$$m = \frac{-2-12}{7} = -2$$

$$m = \frac{-2+12}{7} = \frac{10}{7}$$

$$n' = \frac{100}{49}$$

$$n^2 + 1 \Rightarrow \frac{100}{49} \mid n^2 = \frac{51}{49}$$

$$n \Rightarrow \frac{\sqrt{51}}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

