МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ \left(x^2 + 14x + y^2 + 45\right)\left(x^2 + y^2 - 9\right) = 0 \end{cases}$$
имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам
$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$
Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Заметим: т.к. $a;b;c \in \mathbb{N}$ и их произ $\vdots$ числам, то

~~может~~ $\cancel{ab = k_1 \cdot 2^{13}}$

$ab = k \cdot 2^{7} \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$bc = p \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$

$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

предположим $a = k_1 \cdot 2^{x} \cdot 3^{y} \cdot 5^{z}$ $\left(x \in [0;7],\ y \in [0;11],\ z \in [0;14],\ k_1 \in \mathbb{N},\ k \vdots k_1,\ k_1 \cdot k_2 = k,\ k_2 \in \mathbb{N} \right)$

тогда $b = k_2 \cdot 2^{7-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$

$c = k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$

$(k_3 \cdot k_2 = p,\ k_3; k_2 \in \mathbb{N})$ так можно сделать всегда и $a;b;c \in \mathbb{N}$

тогда $ac = k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{6+2x} \cdot 3^{4+2y} \cdot 5^{4+2z} = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

№1

Заметим: т.к $a,b,c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \underset{\in \mathbb{N}}{abc}$

т.е. если $ab = k \cdot 2^{7} \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$bc = p \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$ $(k;p;r \in \mathbb{N})$

$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

то их произв =: $abc = \sqrt{kpr \cdot 2^{7+13+14} \cdot 3^{11+15+17} \cdot 5^{14+18+43}} =$

$= \sqrt{kpr \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}} = 2^{17} \cdot \sqrt{kpr \cdot (3^{21})^2 \cdot 3 \cdot (5^{37})^2 \cdot 5} =$

$= 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37} \cdot \sqrt{kpr \cdot 15}$, т.к. $abc \in \mathbb{N}$; $k,p,r \in \mathbb{N}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~то наш нат знач для $\sqrt{kpr \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 15} = 15$~~

~~т.е. $k \cdot p \cdot r = 15$, тогда $abc_{min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$~~

~~пример $k = 1$; $p = 3$; $r = 5$~~

тогда наш нат знач для $\sqrt{kpr \cdot 15}$, при этом

чтобы $abc \geq ac; bc; ab$ должно быть $\sqrt{15 \cdot 15 \cdot 5^{10}} =$

$= 5 \cdot 3 \cdot 5^{5}$, тогда $\min abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

пример: $a = 5^{14} \cdot 3^{5} \cdot 2^{4}$

$b = 5^{0} \cdot 3^{6} \cdot 2^{3}$

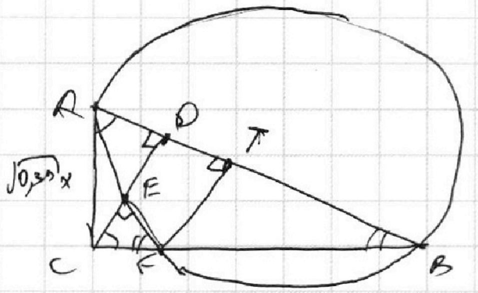
$c = 5^{29} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AD = 0,3x$

$DB = x.$

1) $EF \parallel AB \Rightarrow ABFE$ – трап, при чём р/б, т.к. впис в окр $\Rightarrow$

$\Rightarrow AD = TB = 0,3x$

откуда $DT = EF = 0,4x$

$EF \parallel AB \Rightarrow \triangle CEF$ – прям и $\sim \triangle ABC \sim \triangle ACD \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle ACD$

$AD = 0,3x$

$EF = 0,6x$

$AC = \sqrt{0,39}x$ (из подоб ABC и ACD)

$\Rightarrow AC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

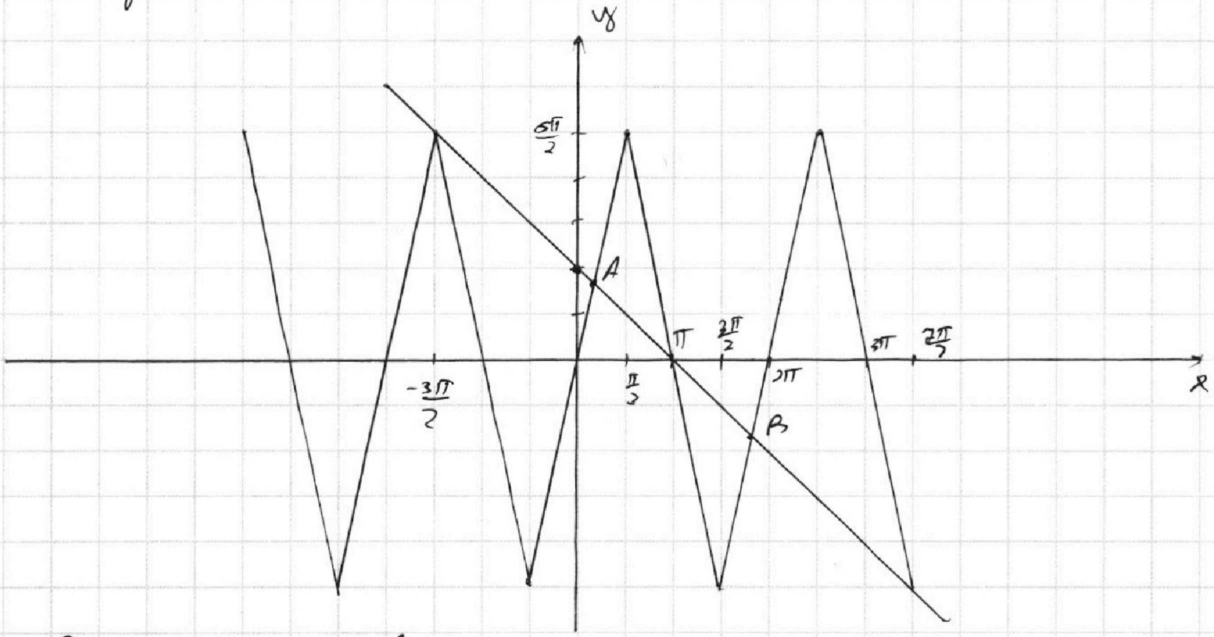
№3

$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$5\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\pi - x = 5\arcsin(\sin x)$

Построим л.ч. и п.ч.



Заметим: очевидны корни: $-\frac{3\pi}{2}$; π; $\frac{7\pi}{2}$

найдем оставшиеся 2 корня:

$x_A \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \arcsin(\sin x_A) = x_A$

тогда $\pi - x_A = 5x_A$

$\underline{x_A = \frac{\pi}{6}}$

$x_B \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi) \Rightarrow \arcsin(\sin x_B) = x_B - 2\pi$

тогда $\pi - x_B = 5x_B - 10\pi$

$6x_B = 11\pi$

$x_B = \frac{11\pi}{6}$

Ответ: $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~т.к.~~ $-4 \geq$ чем т.перес двух внеш кас

Заметим, 1) если т.перес. ~~ф~~ прямой и $Ox \leq -\cancel{4}$, т.е

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a} \\ x \leq -\cancel{4} \end{cases}$$

это достаточно

условия, что коэфф. накл этой прямой будет по модулю < чем $K_{кас}$ при прямой с таким корнем к окр с $R=3$ т.е

$$\begin{cases} x = 7b \\ 7b \leq -\cancel{4} \\ \text{модул} \left|-\frac{1}{3a}\right| \leq \frac{3}{\sqrt{(7b)^2 - 0}} \end{cases}$$

2) если т. перес прямой и $O_x \geq -\cancel{4}$, это.

$0 = $
$x = 7b$
$7b \geq -\cancel{4}$

то будет достаточно условия, что коэфф накл. этой прямой будет по модулю < чем $K_{кас}$ при прям с таким корнем к окр с $R=2$

т.е $x = 7b$
$7b \cancel{\geq} -\cancel{4}$

$$\left|-\frac{1}{3a}\right| < \frac{2}{\sqrt{(7b+7)^2 - 4}}$$

~~если же т. пер прямой и $Ox \in (-3;-5)$, то~~

граничной я взял -4; т.к. это т.перес двух общих внутр кас т.к. если взять 1) правее, то если прям перес в 2-ух т. 2-ую окр, то первую они точно пересечёт и даже дважды пересечёт 2) ан-но

3) т.к. при x стоит коэфф $-\frac{1}{3a}$, то прямых пар. O_x не будет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

4) Найдём т. перес внеш кас. Пусть эти две прямые

кас двух окр в т. A и B и C и D соот

тогда $\triangle XAO_1 \sim \triangle XBO$ ($k = \frac{2}{3}$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} &\frac{|XO_1|}{|XO|} = \frac{2}{3} \\ &|OO_1| = 7 \end{aligned}\right| \Rightarrow XO_1 = 14, \text{ т.е. } X(-21; 0)$$

вспомним то что я говорил пол. „заметка" в 1)

если

это т. перес это -21.

тогда если $x = 7b$ (т. перес с Ox) ≤ -21,

то будет достаточно усл $\left|-\frac{1}{3a}\right| < \frac{2}{\sqrt{(7b+7)^2 - 4}}$, т.к.

при этом усл. прямая точно пересечёт окр с $R=3$

Итого:

если $\begin{cases} 7b \leq -21 \\ -\frac{1}{3a} < \frac{2}{\sqrt{(7b+7)^2 - 4}} \end{cases}$

если $\begin{cases} 7b \in [-21; -4] \\ \left|-\frac{1}{3a}\right| < \frac{3}{\sqrt{(7b)^2 - 9}} \end{cases}$

если $7b \geq -4$

$\left|-\frac{1}{3a}\right| < \frac{2}{\sqrt{(7b+7)^2 - 4}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \quad (1) \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $x^2+14x+y^2+45=0$ или $x^2+y^2=9$

окр с ц. $(0,0)$ и $R=3$

$x^2+14x+49+y^2=4$

$(x+7)^2+y^2=2^2$

окр с ц. $(-7,0)$ и $R=2$

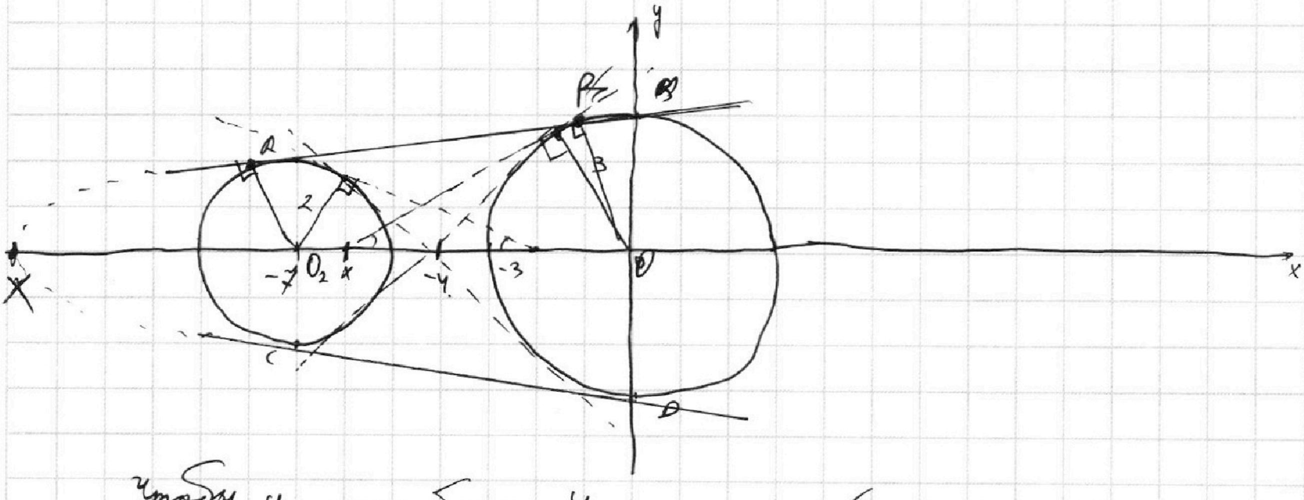
(1) $3ay=-x+7b$

1) если $a=0$

то $x=7b$ - прямая парал Oy. она не сможет никогда перес окружности две раза из (2) $\Rightarrow a=0$ не подх

2) если $a\neq 0$

$y=-\frac{1}{3a}x+\frac{7b}{3a}$



чтобы у сист было 4 реш, должно быть 4 т. перес прямой из (1) и двух окр из (2) т.е. каждую окр прямая перес в двух т.

1) найдём ур-я ~~общих~~ кас. ~~прямых~~ двух этих окр

это две ~~внешние~~: для AB и CD. AB: $\begin{cases} 2=-7k+b \\ 3=b \end{cases}$

$y=\frac{1}{7}x+3$

и (CD): $y=-\frac{1}{7}x-3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$2(t_1+t_2)\underbrace{\left(\underbrace{\ldots\ \ldots}_{>0}+4\right)}_{>0}=0$$

$$t_1+t_2=0$$

$$t_1=-t_2$$

$$\log_7 y+\log_7 6x=0$$

$$\begin{cases}\log_7 6xy=0\\ x>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}6xy=7^0\\ x>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}xy=\frac{1}{6}\\ x>0\end{cases}$$

Заметим, что т.к. (1) и (2) – монотонны возраст ф-и то у них не более одного корня, но т.к. у каждой есть значения и <0 и >0, то у (1) и (2) ровно один корень

а значит ровно одна пара $\begin{cases}\log_7 6x=t_1\\ \log_7 y=t_2\end{cases}$ отсюда ~~ров~~ ~~не более одной~~ ровно одна пара $(x;y)\Rightarrow$ $\Rightarrow$ ровно одно произв $x\cdot y$

И оно получилось $\frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

1) $\log_7^4(6x) - 2\log_{6x}7 = \log_{36x^2} 343 - 4$

$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x}7 - \frac{3}{2}\log_{6x}7 + 4 = 0$

$\cancel{t_1 = \log_7^4(6x)}$

$\cancel{t_1^4 - \frac{7}{2}t_1^{1} + 4 = 0}$

$\log_7^4(6x) - \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{\log_7 6x} + 4 = 0$

Замена

$t_1 = \log_7 6x$

$t_1^4 - \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{t_1} + 4 = 0$

$\frac{2t_1^5 + 8t_1 - 7}{t_1} = 0$

$2t_1^5 + 8t_1 - 7 = 0$ (1)

$(t_1 \neq 0)$

2) $\log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4$

$\log_7^4 y + 6\log_y 7 - \frac{5}{2}\log_y 7 + 4 = 0$

$\log_7^4 y + \frac{7}{2}\log_y 7 + 4 = 0$

$\log_7^4 y + \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{\log_7 y} + 4 = 0$

Замена $t_2 = \log_7 y$

$t_2^4 + \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{t_2} + 4 = 0$

$\frac{2t_2^5 + 8t_2 + 7}{t_2} = 0$

$2t_2^5 + 8t_2 + 7 = 0$ (2)

$(t_2 \neq 0)$

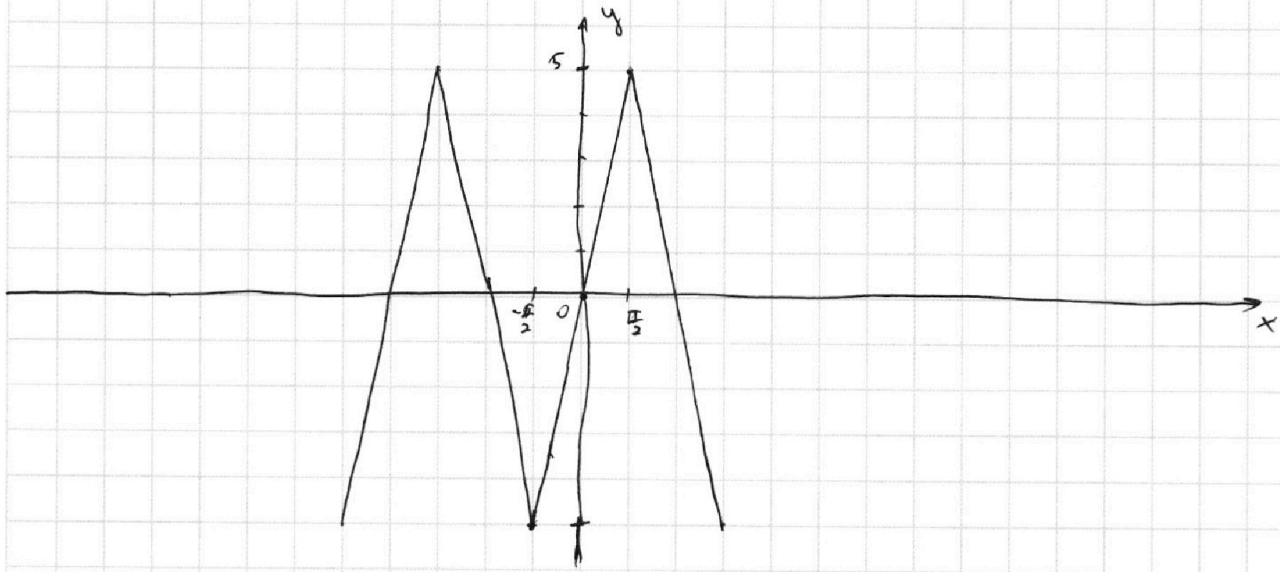
3) сложим (1) и (2) $2(t_1^5 + t_2^5) + 8(t_1 + t_2) + 7 - 7 = 0$

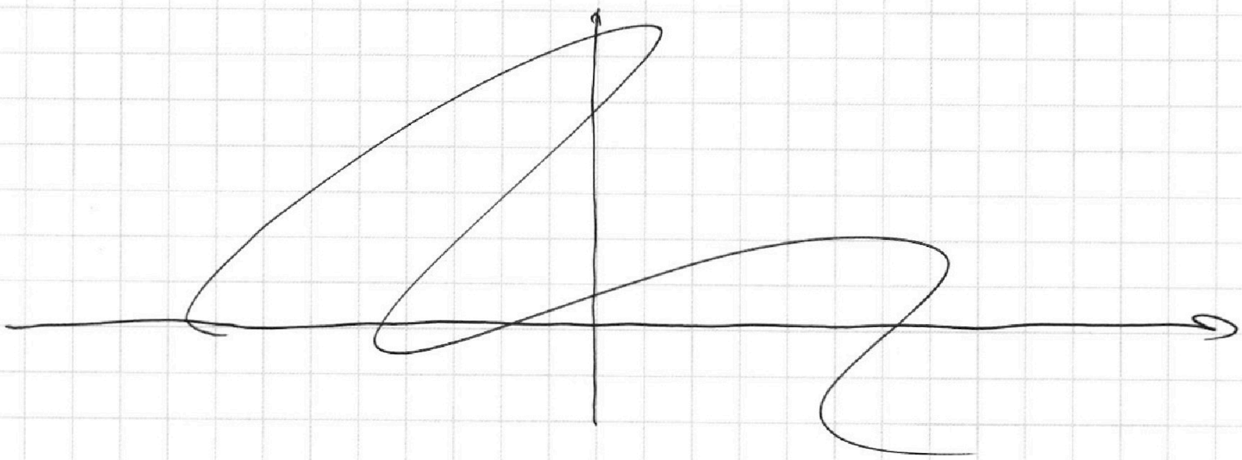
$2(t_1 + t_2)\underbrace{(\ldots)}_{>0} + 8(t_1 + t_2) = 0$

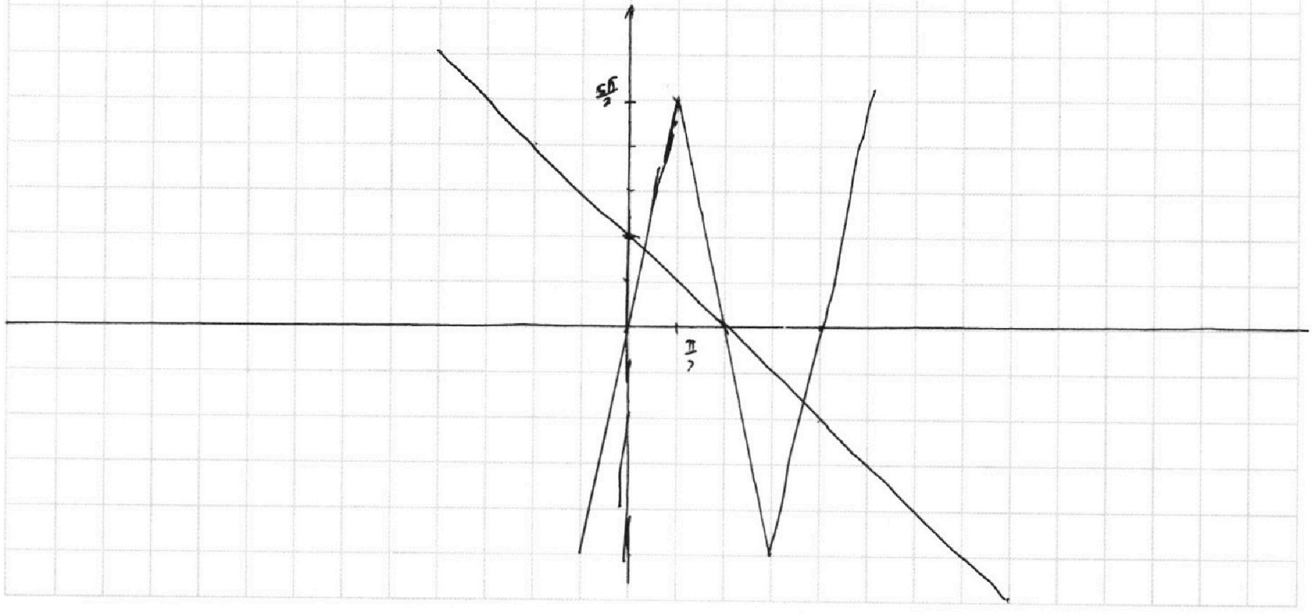
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\log_7^4(6x) - 2\cdot\frac{1}{\log_7 6x} = \underbrace{\log_{(6x)^2}(7^3)}_{\frac{3}{2}\log_{6x}7} - 1 = 4$$

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x}7 - \frac{3}{2}\log_{6x}7 + 4 = 0$$

$$t^4 - \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$t_1^4 + 6t - \frac{5}{2}\frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

$$2t^4 - 7\cdot\frac{1}{t} + 8 = 0$$

$$2t_1^4 + 7\frac{1}{t_1} + 8 = 0$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 7}{t} = 0$$

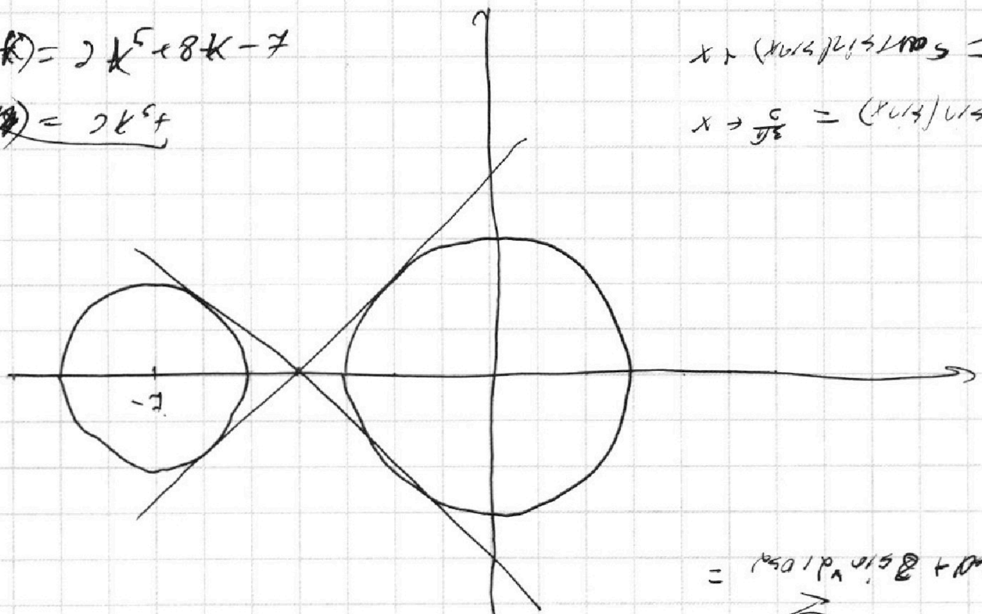
$$2(t_1 + t_2)(t_1^2 \ldots) + 8(t_1 + t_2) = 0$$

$$f(k) = 2k^5 + 8k - 7$$

$$x + 5\arcsin(\sin x) = \ldots$$

$$\cancel{f(k)} = 2k^5 +$$

$$x + \frac{5\pi}{2} = 5\arcsin(\sin x) - \frac{\pi}{2}$$



$$\cos(5\arccos t) = t$$

$$\cos(5\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$$\cos(5\arccos(\sin x)) = \sin x.$$

$$4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\vec{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1), \quad \vec{c}(4;1)$$

$$\vec{AB}\cdot\vec{c} \leq \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}\cdot\sqrt{17}$$

$$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$$

$$\cos(5\alpha) = \cos(2\alpha + 3\alpha) =$$

$$= \cos 2\alpha\cdot\cos 3\alpha - \sin(2\alpha)\cdot\sin 3\alpha =$$

$$= \cos 2\alpha(\cos 2\alpha\cdot\cos\alpha - \sin 2\alpha\cdot\sin\alpha) + \sin 2\alpha(\sin 2\alpha \ldots) =$$

$$= (2\cos^2\alpha - 1)(4\cos^3\alpha - 2\cos\alpha) = 2\cos^5\alpha - 8\cos^3\alpha + 4\cos^3\alpha + \ldots$$

$$= 8\sin^2\alpha\cos\alpha + 8\sin^4\alpha\cos\alpha =$$

$$=$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5\arcsin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 5\arcsin(\sin x) + x$$

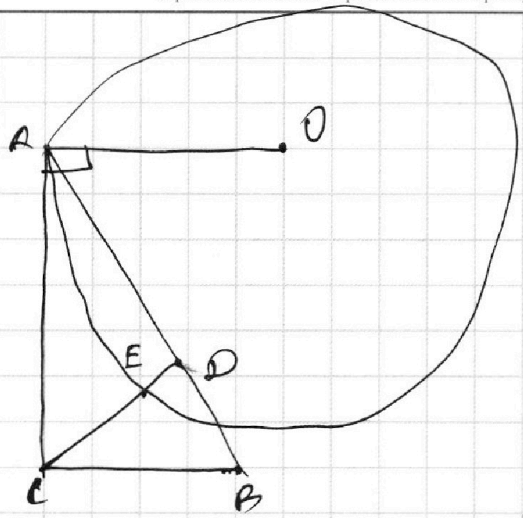
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

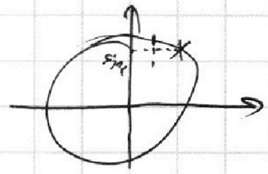
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

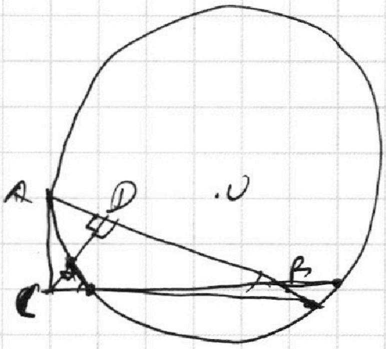
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{3\pi}{2} = \frac{3\cdot 3{,}14}{2} = 3\cdot 1{,}57$

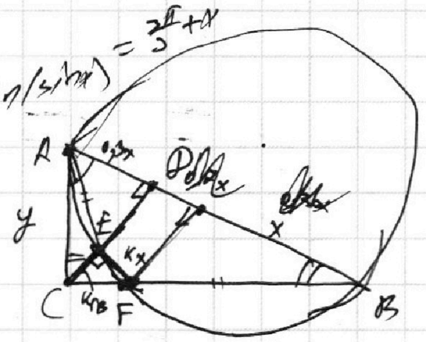






$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$

$\frac{5\pi}{2} - 5\arcsin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$



$\triangle ACD \sim \triangle CFE$

$5\arcsin x = \pi - x$

$x + 5\arcsin(\sin x) = \pi$

$CE\cdot ED = y^2 = CF \cdot CB$

$\sqrt{1{,}69x^2 - y^2} = CB$

$\triangle ACD \sim \triangle ABC$. CK,

$CK = \frac{0{,}3x}{y} = \frac{CD}{CB}$

$y^2 = k\cdot CB \cdot CB$

$y^2 = k\cdot CB^2$

$y^2 = k\cdot(1{,}69x^2 - y^2)$

$y^2(k+1) = k\,1{,}69x^2$

$\frac{k+1}{k} = \left(\frac{1{,}3x}{y}\right)^2$

$7 = \frac{17\cdot 7}{9\cdot 17}\cdot\frac{5}{7} + (7+4)(7+4)(7-14)$

$0 = \left(\left(\frac{9}{7} + \frac{17}{7}\right)\frac{5}{7} + (7 - 14)\right)$

$\frac{17}{7}\cdot\frac{5}{7} - \frac{7}{4} = \frac{5}{7}\cdot\frac{5}{7} + \frac{5}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^7 3^{11} 5^{14}$

$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc$

$bc \vdots 2^{13} 3^{15} 5^{18}$

$x = 4$
$y = 7$
$z =$

$ac \vdots 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

$ab = K_1 \cdot K_2 \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$K_1, K_2 \quad 5^{32}$

$bc = K_2 \cdot K_3 \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad K_3 \cdot K_1$

$K_3 \cdot K_1 = 5^{11}$

$ac \vdots K_3 \cdot K_1 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

$a = K_1 \, 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ $\quad x \in [0; 7]$

$b = K_2 \, 2^{7-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$ $\quad y \in [0; 11]$, $z \in [0; 14]$

$c = K_3 \, 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$

$ac = K_3 \cdot K_1 \, 2^{6+2x} \cdot 3^{4+2y} \cdot 5^{4+2z} \vdots 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{44}$
$bc = 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

$c = 2^{10} \cdot 3$

$b = 5$

$3xy = x + 7b$
или $a = 0$;
или $x = \dots$

$(x+7)^2 + y^2 = 4$ и $xy = 0$

$a = 5^{44} \cdot 3^5 \cdot 2^4$
$c = 5^{29} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$
$b = 5^0 \cdot 3^0 \cdot 2$

$x + y \geq 11$
$y + z \geq 15$
$x + z \geq 14$
$x + y + z = 22$

$x + y = 7$
$y + z = 13$
$x + z = 14$
$x + y + z = 17$

$z = 10$
$x = 4$
$y = 3$

$5 + 12 \geq 15$
$6 + 5 \geq 11$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Тогда все прямые, у кот : ~~$k \in (-\frac{1}{7}; \frac{1}{7})$ и $b \in (-3; 3)$~~

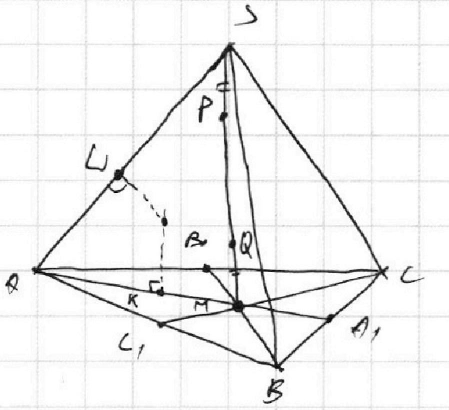
$kx+b$

заметим

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

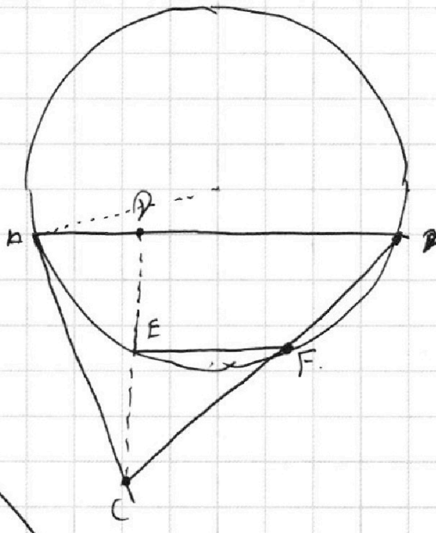
1 2 3 4 5 6 7

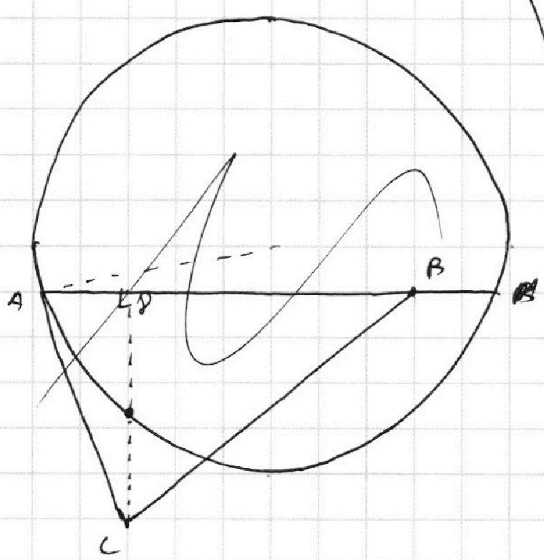
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение!

1)





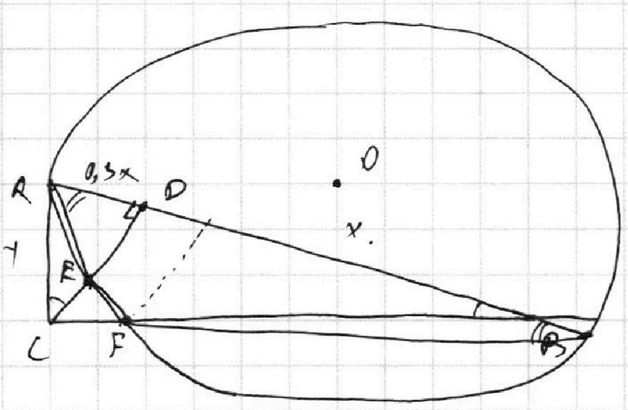
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

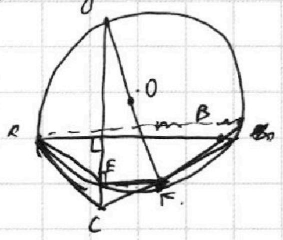
МФТИ

№2



$\frac{0,3x}{y} = \frac{y}{1,3x}$

$0,3x^2 = y^2$



$0,39x^2 = CF \cdot$

Решение!

1) Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x$

2) $AB \parallel EF$ (хорды в окр) $\Rightarrow CD \perp EF$, т.к. $\triangle CEF$ – прямоуг

3) $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ (т.к. CD – выс) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$

Пусть $AC = y$, тогда $\frac{0,3x}{y} = \frac{y}{1,3x}$

$y^2 = \cancel{0,3x^2}\ 0,39x^2$

тогда $CB^2 = (1,3x)^2 - y^2 = 1,69x^2 - 0,39x^2 = 1,3x^2$

4)