МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14

1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x-1|$ и $|x^2+4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x+3|$. Найдите x.

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2}+y\sqrt{12}+z\sqrt{75}=\sqrt{32}+\sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2+y^2-z^2$.

3. [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a+1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.

4. [5 баллов] Решите неравенство

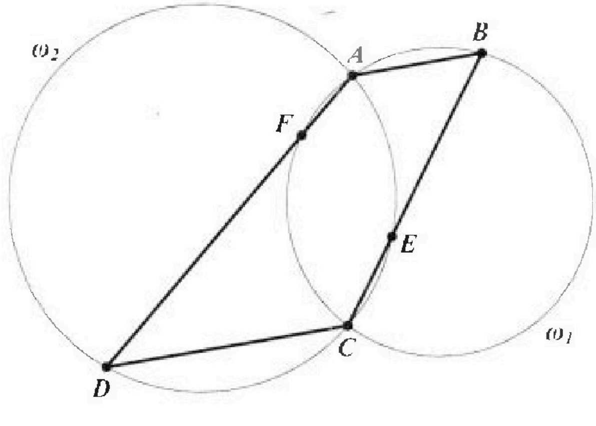
$$\frac{1}{\sqrt{6x-x^2-5}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{3x-x^2-\sqrt{x^2-x-2}}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O, а AA_1 и BB_1 - его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC, если $AB_1=5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.

6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2-xy+y+y^3=0, \\ 2x+1-y^3-2y^2+2xy=0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB<CD$). Окружность ω_1, описанная около треугольника ABC, повторно пересекает сторону AD в точке F, а окружность ω_2, описанная около треугольника ACD, повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2, если $AF:CE=3:5$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 1

По т. Пифагора: $(|x-1|)^2+(|x^2+4x|)^2=(|2x+3|)^2$

$(|x-1|)^2=(x-1)^2=(1-x)^2$, т.е.

$(x-1)^2+(x^2+4x)^2=(2x+3)^2$

$(x^2+4x)^2=(2x+3)^2-(x-1)^2 \longrightarrow (x^2+4x)^2=(2x+3-x+1)(2x+3+x-1)$

$(x^2+4x)^2=(x+4)(3x+2)$ При $x=-4$ слева 0, справа 0, т.е. равенство.

При $x\neq -4$:

$(x+4)^2x^2=(x+4)(3x+2)$ $(x+4)x^2=3x+2$ При $x=1$ слева 5, справа 5, т.е. равенство.

$x^3+4x^2-3x-2=0$.

Разделим на $(x-1)$, т.к. 1 = корень уравнения:

$(x^2+5x+2)(x-1)=0$ x^2+5x+2 имеет корни $\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$ и $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$.

$(x-1)\left(x-\frac{\sqrt{17}-5}{2}\right)\left(x+\frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)=0$

В процессе решения получили 4 корня: -4, 1, $\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$ и $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$

Ответ: -4, 1, $\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$, $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$y\sqrt{12} = 2y\sqrt{3}$, $z\sqrt{75} = 5z\sqrt{3}$

$x\sqrt{2} + (2y + 5z)\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$

Т.к. числа целые, коэф. перед $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ должны совпадать (т.к. нет таких $m, n \in \mathbb{Z}$, $m \neq n$, что $m\sqrt{2} = n\sqrt{3}$).

$$\begin{cases} x = 4 \\ 2y + 5z = 6 \Rightarrow y = \frac{6-5z}{2} = 3 - \frac{5}{2}z \end{cases}$$

$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 9 - 15z + \frac{25}{4}z^2 - z^2 = 25 - 15z + \frac{21}{4}z^2$

~~Максимум в точке $z = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{\frac{21}{2}} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$~~

~~Из-за монотонности параболы по обе стороны от вершины, максимум находится в ближайшей целой точке к $\frac{10}{7}$, т.е. в $z = 1$.~~

~~Но y тоже целое, т.е. $3 - \frac{5}{2}z$ – целое и z – четное.~~

~~Ближайшее четное целое – это 2. Если $z = 2$, то $y = -2$.~~

~~$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$.~~

~~Ответ: 16~~ ~~Корни в $z =$~~

Минимум в $z = \frac{10}{7}$.

Из-за монотонности параболы по обе стороны от вершины, минимум в ближайшей целой точке.

Т.к. $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5z}{2} \in \mathbb{Z}$, $z \vdots 2$. Ближайшее четное целое $= 2$.

При $z = 2$ $y = 3 - \frac{5}{2} \cdot 2 = -2$, $x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$

Ответ: 16.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{№3}$

Пусть есть пара таких чисел $a(a+1)$ и $b(b+1)$. Тогда

$a(a+1) - b(b+1) = 343\cdot 10^{1000}$

$a^2+a-b^2-b = (a-b)(a+b)+(a-b) = (a-b)(a+b+1) = 7^3\cdot 2^{1000}\cdot 5^{1000}$

Я разложим $343\cdot 10^{1000}$ на простые множители, потому что их я могу как-то распределить между $a-b$ и $a+b+1$; если, например, $a-b$ кратно 2^a, но не 2^{a+1}, то $a+b+1$ обязательно кратно 2^{1000-a}. $a-b = 7^\alpha 2^\beta 5^\gamma$, ~~т.к. что~~ (только эти числа, т.к. иначе бы справа было еще что-то). $\alpha \in [0;3]$, $\beta \in [0;1000]$, $\gamma \in [0;1000]$. Всего $4\cdot 1001^2$ ~~штук~~ вариантов разложения $a-b$ на множители. Но не все подходят, т.к. $a+b+1 \geq a-b$ из-за натуральности чисел a и b.

Заметим, что если $\alpha > 0$, то $a-b$ четно, и $a+b$ тоже четно, а $a+b+1$ – нечетно, т.е. $1000-\alpha = 0$. Значит, ~~это~~ α равно 1000 или 0. ~~Это всего штук $4\cdot1001\cdot1$ вариантов~~

Тогда вариантов $2\cdot 4\cdot 1001 = 8008$

Ответ: 8008

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

ОДЗ

$$\left.\begin{array}{l} 6x-x^2>0 \Rightarrow x\in (0;6) \\ 3x-x^2\geq 0 \Rightarrow x\in[0;3] \\ x^2-x-2\geq 0 \Rightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty) \end{array}\right\} x\in[2;3]$$

Заменим $t=x-2$, $t\in[0;1]$, $x=t+2$

$$\frac{1}{\sqrt{6t+12-t^2-4t-4}-5}\leq\frac{1}{\sqrt{3t+6-t^2-4t-4}+\sqrt{t^2+4t+4-t-2-2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2t+8-t^2}-5}\leq\frac{1}{\sqrt{2-t-t^2}+\sqrt{t^2+3t}}$$

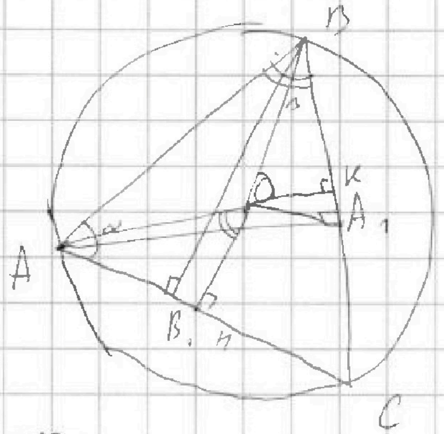
Слева в знаменателе $\sqrt{2t+8-t^2}-5$. Максимум у $2t+8-t^2$ в точке $t=1$ (по формуле вершины параболы $t_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{-2}=1$).

$2\cdot1+8-1^2=9$, $\sqrt{9}=3$, $3-5=-2$, ~~т.е. выражение слева меньше 0 при $t\in[0;1]$~~. Справа в знаменателе сумма корней, она не отрицательна (и не равна 0, т.к. $t^2+3t=0$ при $t=0$ или -3, но при $t=0$ или -3 $2-t-t^2$ не равно 0). Если максимальное значение знаменателя слева отрицательно, то он всегда отрицателен, т.е. левая часть отрицательна. Правая часть положительна, т.к. знаменатель её положителен, и неравенство выполняется при любых $t\in[0;1]$, т.е. при любых $x\in[2;3]$.

Ответ: $x\in[2;3]$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1



Опустим перпендикуляры из O K и OH к BC и AC соотв.

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$,

$\angle BOK = \alpha$ (центр. угол),

$\angle AOH = \beta$

$OA = OC = OB = R$, $OH = \cancel{R\cos\beta}\ \cancel{OB\cos} = OA\cdot\cos\beta = R\cos\beta$

$S_{OBA_1} = \frac{OK\cdot A_1B}{2} = \frac{\cancel{R\cos}\ OB\cos\alpha\cdot AB\cdot\cos\beta}{2} = 3 = \frac{R\cdot AB\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta}{2}$

$AB_1 = AB\cos\alpha = 5$.

$\frac{S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{\frac{R\cdot AB\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta}{2}}{AB\cos\alpha} = \frac{R\cos\beta}{2} = \frac{OH}{2}$, $OH = \frac{2\cdot S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Сложим уравнения:

$(x^2 - xy + y + y^3) + (2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) =$

$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0 + 0 = 0.$

$(x+1)^2 + (x+1)y - 2y^2 = 0.$

Квадратное уравнение от y. $D = (x+1)^2 - 4(-2)\cdot(x+1)^2 = 9(x+1)^2$

$y = \dfrac{-(x+1) \pm 3(x+1)}{-4}$ Т.к. перед модулем уже есть знак ±, его можно убрать

$y = \dfrac{-(x+1) \pm 3(x+1)}{-4} = (x+1)$ или $-\frac{1}{2}(x+1)$

Подставим $(x+1) = y$ в 1 уравнение:

$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} - \cancel{x} + \cancel{x} + 1 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0.$

$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0. = (x+1)^3 + 1.$ Если $(x+1)^3 = -1$, то $x+1 = -1$, $x = -2.$

Если $x = -2$, то $y = x + 1 = -1.$ Т.е первая пара решений $(x; y) = (-2; -1).$

~~Подставим~~ $y = -\frac{1}{2}(x+1)$ в 1 уравнение:

$\cancel{x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0}$ Домножим на 8:

$\cancel{-x^3 + 9x^2 - 3x - 5 = 0.}$ $x^3 - 9x^2 + 3x - 5 = 0.$

Если $y = -\frac{1}{2}(x+1)$, то $x = -(2y+1)$ ~~Подставим $x = -(2y+1)$ в 1 уравнение:~~

$4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + y + y + y^3 = 0.$

$y^3 + 6y^2 + 6y + 1 = 0.$ Угадывается корень $y = -1.$ Разделим на $(y+1)$

$(y^2 + 5y + 1)(y + 1) = 0.$ У $y^2 + 5y + 1$ корни $y = \dfrac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

Пары $(x; y)$ тогда $(1; -1)$, $\left(\sqrt{21} + 4; \dfrac{-5 + \sqrt{21}}{2}\right)$, $\left(\sqrt{21} + 4; \dfrac{-5 - \sqrt{21}}{2}\right)$

Ответ: $(-2; -1)$, $(1; -1)$, $\left(\sqrt{21} - 5; \dfrac{-5 + \sqrt{21}}{2}\right)$, $\left(\sqrt{21} + 5; \dfrac{-5 - \sqrt{21}}{2}\right)$.

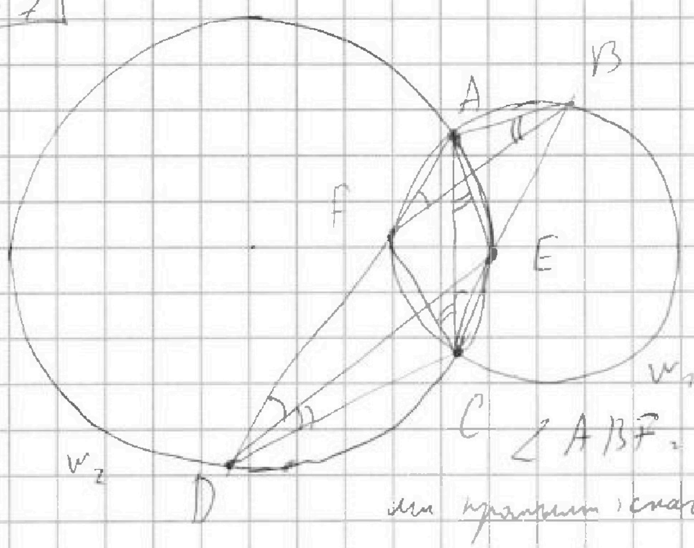
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7



$\angle AFB =$

$\angle ACB$ (дуга AB в w_1) $=$

$\angle ADE$ (дуга AE в w_2),

$BF \parallel DE$ т.к углы CAD у них равны.

$\angle ABF = \angle EDC$ (между параллельными прямыми: сначала AB и BF, потом $CD \parallel AB$, $DE \parallel BF$),

$\angle EDC = \angle CAE$ (дуга CE в w_2), $\angle ACF = \angle ABF$ (дуга AF в w_1).

$\sin\angle CAE = \sin\angle ACF$ т.к $\angle CAE = \angle EDC = \angle ABF = \angle ACF$.

w_2 описана вокруг $\triangle ACE$, по т. синусов $2R_{w_2} = \frac{CE}{\sin\angle CAE}$

w_1 описана вокруг $\triangle AFC$, по т. синусов $2R_{w_1} = \frac{AF}{\sin\angle ACF}$

$\frac{R_{w_2}}{R_{w_1}} = \frac{2R_{w_2}}{2R_{w_1}} = \frac{\frac{CE}{\sin\angle CAE}}{\frac{AF}{\sin\angle ACF}} = \frac{CE}{AF} = \frac{5}{3}$, $\frac{R_{w_1}}{R_{w_2}} = \frac{3}{5}$

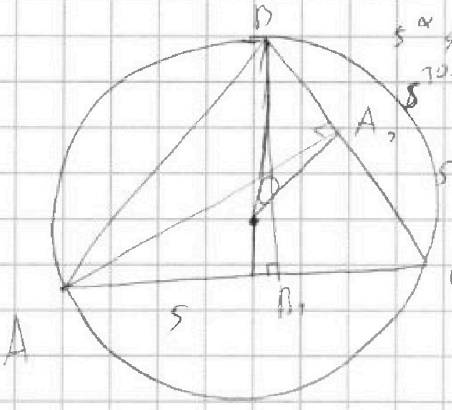
Ответ: R_w $3:5$

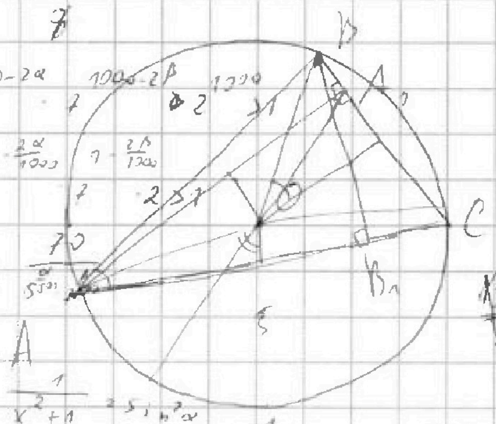
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





$AB \cos\alpha = 5$

$\frac{BC}{4} \operatorname{ctg}\alpha = 3$

$\frac{AC}{2} \operatorname{ctg}\beta = ?$

$\frac{1}{x^2+1}$

$c^2(1-\sin^2\alpha) = 25$

$\frac{a^2(1-\sin^2\alpha)}{4\sin^2\alpha} = 3$

$\frac{b^2(1-\sin^2\beta)}{4\sin^2\beta}$

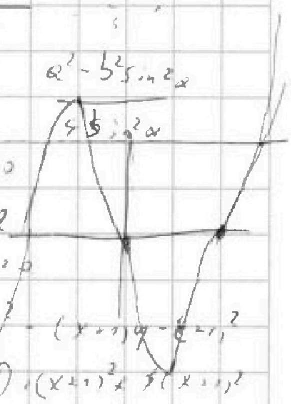
$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha}$

$x^2 - Cx^2 - Cx + Cx + C$

$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha}$

$\frac{3}{25} = \frac{a^2}{4\sin^2\alpha \cdot c^2}$

$(x+1)^2 + (x+1)(1-2c)(x+1) = 2$



$x^2 - xy + y + y^2 = 0$

$x^2 + xy + y + 2x + 1 - 2y^2 = 0$

$2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 2$

$(x+1)^2 + y(x+1-2y) = 0$

$2x(1+y) = 1+y$

$y^3 + 2y + 2x^2 + 2x + 1 - 2y^2 = 0$

1) $x+1 > 2y$

2) $x+1 = 2y$

3) $x+1 < 2y$

$\frac{1}{2}x^3 - 2x = 1$

$x^3 - 4x = 2$

$y = 0$, $x = -1$

$D = (x+1)^2 + 8(x+1)^2$

$5(x+1)^2$

$d(ky-a)^3 = (y-\frac{2}{3})^3$

$2x(-2x-1)$

$dk^3y^3 - d3ay^2 + 3a^2y - a^3$

$-5x^2 - 2x$

$(x-1)^2 = 2y^2 - xy - y$

$(x+1) = \sqrt{5}(x+1)$

$dk^3 = 1$

$1 - y^3 - x^2 - \cancel{2x} - xy - y + \cancel{2x} + 2xy$

$3dk^2a = 2$

$3da^2k = 2$

$1 - y^3 - x^2 - y + xy = 0$

$y = \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}\right)x + 1$

$d = \frac{1}{k^3}$

$2a = 2k$

$k = \frac{1}{2}a$

$\frac{1}{k^3}$

$a^2 k$

$\frac{3}{k} a = 2$

$3\left(\frac{a}{k}\right)^2 = 3$

$\frac{3a^2}{a^2}$

$\frac{4}{3} = 2$

$-4x - 2 + 1 + 8x^3 + \cancel{12x} - 12x^2 + 6x - 1 - 8x^2 - 8x - 2 - 5x^2 - 2x$

$8x^3 - 8x - 2 = 0$

$8y^3 - 8y - 2 = 0$

$4y^3 - 3y = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(x-1)^2+(x^2+x)^2=(2x+3)^2$ $(a+k)(a+k+1)-a(a+1)$

$a^2+(2k+1)a+k^2+k-a^2-a$

$(x^2+x)^2=(x+4)(2x+3)$

$\left(\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}\right)^2=\frac{25}{4}\mp\frac{5\sqrt{17}}{2}+\frac{17}{4}=\frac{21}{2}\mp\frac{5\sqrt{17}}{2}$

$\frac{21}{2}\mp\frac{5\sqrt{17}}{2}+10\pm2\sqrt{17}$ $\frac{1}{2}\mp\frac{1}{2}\sqrt{17}$

$x^2+2x+1+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x$ $k^2+(2a+1)k$ $7^3\cdot10^{1000}$

36

$\frac{1}{4}+\frac{17}{4}$ $\frac{1}{2}\sqrt{17}$

$D=4a^2+4a+1+4\cdot7^3\cdot10^{1000}$

$\frac{-2a-1+\sqrt{D}}{2}$

$\left(\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}\right)\left(-2\pm\sqrt{17}\right)$ $-3+\frac{17}{4}$

$x^2+3x+1=0$ $-3+\frac{17}{2}=\frac{5}{2}$

$x\sqrt{2}+2y\sqrt{3}+5z\sqrt{3}=4\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

$2x+1-\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{8}x-\frac{1}{8}$

$2y+5z=6$, $x=4$

$y=3-\frac{5}{2}z$

$-x^3+x^2+13x+3=0$

$4+9-15z+\frac{25}{4}z^2-z^2=$

$13-15z+\frac{21}{4}z^2$

$3m^2-36m+12=0$

$m^2-12m+4=0$

$8x^2+16x+8=0$

$a-b=a+b$

$k(2a+k+1)=145\cdot10\cdot1328$

$m^3-13m^2+12m-3=2$

$2x+1+x^3+3x^2+3x+1$ $-2x^2-5x-2$

$x^3-x^2-x=0$ $x^3-9x^2+3x-5=0$

$x^2-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{8}x+\frac{1}{8}=0$

$3x^2+4x+3=0$

$D=-7$

$x^3+7x^2+3x+5=0$ $-100+15$

$-27+63-9+5$ $-8+28-6+6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$2^{1000-2\alpha-1} \cdot 7^{1000-2\beta} \cdot 5^{1000-2\delta} > 1$

Сложим полученные уравнения:

$(-x^3+x^2+13x+3)+(x^3+7x^2+3x+5)=0$

$8x^2+16x+8=0 \qquad 8(x+1)^2=0, \quad x=-1.$

$a(a-1)-2=353\cdot 10^{1000}$

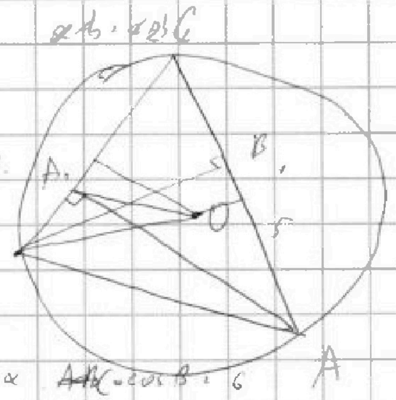
Тогда $y=\frac{1}{2}(x+1)=0.$

Проверим, подставив:

$$\begin{cases}(-1)^2-(-1)\cdot 0+0+0^3=1\\ 2\cdot(-1)+1-0^3-2\cdot 0^2+2\cdot(-1)\cdot 0=-1\neq 0.\end{cases}$$

$R\cos\beta$, $R\cos\alpha$, $c\cdot\cos\alpha=5$

Не подходит.



~~2) Пусть $x<$~~ Из трёх полученных пар уберём

$\left(-\frac{1-\sqrt5}{2};\ \frac{\sqrt5-1}{2}\right)$, т.к. мы рассматривали случай $x\geq -1$,

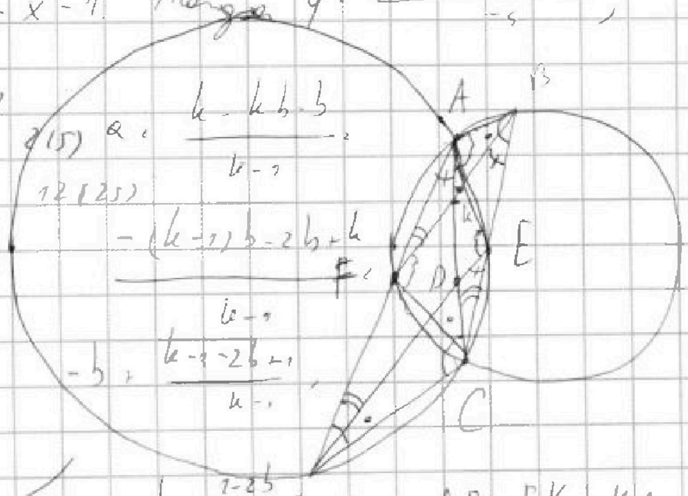
$a=\frac{-1-\sqrt5}{2}<-1.$

$\frac{a-b}{a+b}=k \qquad ka+kb=a-b$

$(k-1)a+(k+1)b=0$

2) Пусть $x<-1$, $|x+1|=-x-1$. Тогда $y=\frac{-(x+1)\pm3(x-1)}{-4}$

$y=-(x+1)$ или $\frac{1}{2}(x+1)$



$a=\frac{k-kb-b}{k-1}$

$\frac{-(k-1)b-2b+k}{k-1}$

$-b+\frac{k-1-2b+1}{k-1}$

$1-b+\frac{1-2b}{k-1}$

$1-b-\frac{2b-1}{k-1}$

$1-2b=k-1$

$\frac{2R_1}{2R_2}=\frac{AF}{\sin}=\frac{CE}{\sin}$

$\frac{R_1}{R_2}$

$\frac{AF}{CE}=\frac{FK}{CD}=\frac{KA}{DE}$

2, 7, 12, 17

$2x+1\equiv 7(10)$

$2x\equiv 6$

$x\equiv 3(7)$

2^{1000}, 5^{1000}, 7^{900}, 353, 49, 7, 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$(x+1)^2 + xy + y - 2y^2 = 0$~~ $\quad 2x + 1 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 + \cancel{2x^2} - 2x - 2 + \cancel{2x^2} - 2x$

$-2 - 39 + 21 - 5$

$2y^2 + (x+1)y + 2(x+1)^2 = 0 \quad 9 - x^3 - 3x^2 - 3x - 2$

$216 - \quad -336 + 18 - 5$

Сложим уравнения: $3 - 6 + 2 - 5 \qquad x^3 - 9x^2 + 3x - 5 = 0$

$3x^2 - 18x + 3$

$(x^2 - xy + y + y^3) + (2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) = 0 + 0$

$x^2 - 6x + 1 = 0$

$y = -\frac{1}{2}(x+1)$ $\quad -2y = x + 1$

$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0.$ $\quad x = -2y - 1$

$D = 36 - 4 \cdot 32$

$\frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$

$(-2)y^2 + (x+1)y + (x+1)^2 = 0$ Квадратное уравнение от y,

$3 \pm 2\sqrt{2}$

$D = (x+1)^2 - 4(-2)(x+1)^2 = 9(x+1)^2$

$y = \frac{-(x+1) \pm 3(x+1)}{-4}$ $\quad$ ~~1) Пусть $x \ge -1$, $(x+1) = x+1$~~

$y = \left(\frac{-1 \pm 3}{-4}\right)(x+1) = -(x+1)$ или $\frac{1}{2}(x+1)$.

Подставим в 2 уравнение системы $y = -(x+1)$:

~~$x^2 + x^2 + x + x = 1 + x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$~~ $\quad -2y = x + 1 \quad x = -1 - 2y$

$-(2y+1)$

~~$-x^3 - x^2 - 3x - 2 = 0. \quad x^3 + x^2 + 3x + 2 = 0$~~

~~x^2~~ $+ 4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + 2y + y + y^3$

$2x + 1 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 2x^2 - 2x - 2 - 2x^2 - 2x = 0.$ $\quad y^3 + 6y^2 + 6y + 1 = 0.$

$x^3 - x^2 - x = 0. \quad x(x^2 - x - 1) = 0. \quad x\left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = 0$

~~Имеем корни $x = 0$, и $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$~~ $\quad$ Пары $(x; y)$:

$(0; -1)$, $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ и $\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-\sqrt{5}-1}{2}\right)$

Теперь подставим в 1 уравнение $y = \frac{1}{2}(x+1)$ и домножим его на 8:

$8\left(x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}\right) = 0.$ $\quad 3a \quad y^3 + 6y^2 + 6y + 1$

$3a^2$

$x^3 + 7x^2 + 3x + 5 = 0.$ $\quad -1 + 6 - 6 + 1$

$25 - 152 +$

Аналогично со 2 уравнением:

~~$8(2x + 1 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} + x^2 + x) = 0$~~

$-x^3 + x^2 + 13x + 3 = 0.$