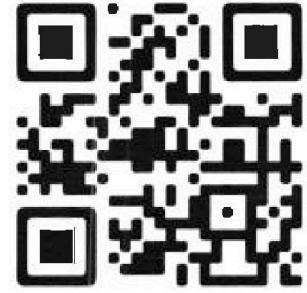




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



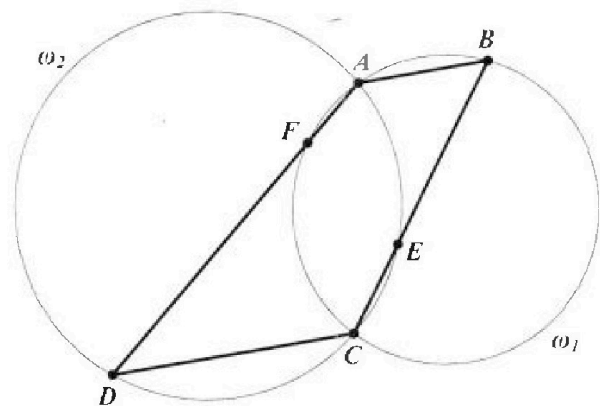
- [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны  $|x - 1|$  и  $|x^2 + 4x|$ , а длина гипотенузы равна  $|2x + 3|$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 - z^2$ .
- [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде  $a(a + 1)$ , где  $a \in \mathbb{N}$ . Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна  $343 \cdot 10^{1000}$ .
- [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2} - 5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}$$

- [5 баллов] Остроугольный треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ , а  $AA_1$  и  $BB_1$  - его высоты. Найдите расстояние от точки  $O$  до стороны  $AC$ , если  $AB_1 = 5$ , а площадь треугольника  $OBA_1$  равна 3.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

- [6 баллов] Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  ( $AB < CD$ ). Окружность  $\omega_1$ , описанная около треугольника  $ABC$ , повторно пересекает сторону  $AD$  в точке  $F$ , а окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $ACD$ , повторно пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$  (точки  $E$  и  $F$  расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , если  $AF : CE = 3 : 5$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1

По т. Пифагора:  $(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2$

$(x-1)^2 + (x-1)^2 = (1-x)^2$ , т.е.

$(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2$

$(x^2+4x)^2 = (2x+3)^2 - (x-1)^2 \rightarrow (x^2+4x)^2 = (2x+3-x+1)(2x+3+x-1)$

$(x^2+4x)^2 = (x+4)(3x+2)$  При  $x \rightarrow$  слева 0, справа 0, т.е. равенство.

При  $x \neq -4$ :

$(x+4)^2 x^2 = (x+4)(3x+2)$  При  $x \neq -4$  слева 5, справа 5, т.е. равенство.

$x^2+4x^2-3x-2=0$

Разделим на  $(x-1)$ , т.к. 1 = корень уравнения:

$(x^2+5x+2)(x-1) = 0$   $x^2+5x+2$  имеет корни  $\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$  и  $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$ .

$(x-1)(x - \frac{\sqrt{17}-5}{2})(x + \frac{5+\sqrt{17}}{2}) = 0$

В процессе решения получили 4 корня:  $-4, 1, \frac{-5+\sqrt{17}}{2}$  и  $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$

Ответ:  $-4, 1, \frac{-5+\sqrt{17}}{2}, \frac{-5-\sqrt{17}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\wedge} 2 \quad y\sqrt{12} + 2y\sqrt{3}, \quad 2\sqrt{25} + 5\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{2} + (2y + 5z)\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

П. и. числа целые, коэф. перед  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{3}$  должны совпадать:  
(п. и. цел. числа  $m, n, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ , это  $m\sqrt{2} = n\sqrt{3}$ ).

$$\begin{cases} x = 4 \\ 2y + 5z = 6 \Rightarrow y = \frac{6 - 5z}{2} = 3 - \frac{5}{2}z \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 9 - 15z + \frac{25}{4}z^2 - z^2 = 25 - 15z + \frac{21}{4}z^2$$

Максимум в точке  $z = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{\frac{21}{2}} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$

Из-за непрерывности параболы по обе стороны от вершины, макс.

значение достигается в ближайшей целой точке  $y = \frac{10}{2}$  т. е.  $z = 2$ .

Но  $y$  тоже целое, т. е.  $3 - \frac{5}{2}z$  - целое и  $z$  - четное

Ближайшее четное целое - это 2. Если  $z = 2$ , то  $y = -2$ .

$$x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$$

Максимум в  $z = \frac{10}{7}$

Ответ: 16. Крестик в  $z$ . Из-за непрерывности параболы по обе стороны от вершины, минимум в ближайшей целой точке

П. и.  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5z}{2} \in \mathbb{Z}, z \in \mathbb{Z}$ . Ближайшее четное целое = 2.

При  $z = 2$   $y = 3 - \frac{5}{2} \cdot 2 = -2, x^2 + y^2 - z^2 = 16 + 4 - 4 = 16$

Ответ: 16





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 13

Пусть есть пара чисел  $a$  и  $b$ , тогда  $a(a+1)$  и  $b(b+1)$ . Тогда

$$a(a+1) - b(b+1) = 343 \cdot 10^{1000}$$

$$a^2 + a - b^2 - b = (a-b)(a+b) - (a-b) = (a-b)(a+b-1) = 7^3 \cdot 2^{1000} \cdot 5^{1000}$$

Эту разность  $343 \cdot 10^{1000}$  на простые множители, получим что

их я могу как-то распределить между  $a-b$  и  $a+b-1$ :

если, например,  $a-b$  кратно  $2^a$ , но не  $2^{a+1}$ , то  $a+b-1$

одновременно кратно  $2^{1000-a}$ .  $a-b = 2^a \cdot 7^3 \cdot 2^b \cdot 5^x$ , т.е. это

(можно эти числа т.ч. и перебрать было еще можно).

$\alpha \in [0; 3]$ ,  $\beta \in [0; 1000]$ ,  $\gamma \in [0; 1000]$ . Всего  $4 \cdot 1001^2$  таких вариантов разложения  $2 \cdot b$  на множители. Но не все подходят, т.к.

$a+b+1 \geq a-b$  из-за натуральности чисел  $a$  и  $b$

Заметим, что если  $\alpha > 0$ , то  $a-b$  четно, и  $a+b$  нечетно

нечетно, а  $a+b-1$  - четное т.е.  $1000 - \alpha = 0$ . Значит  $\alpha$  равно 1000 или ~~это было много + 2022~~ вариант

Тогда вариант  $2 \cdot 4 \cdot 1001 = 8008$

Ответ: 8008



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Решение:} \quad & 6x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ & 3x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3] \\ & x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 6x - x^2 \geq 0 \\ 3x - x^2 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \end{aligned}} \right\} x \in [2; 3]$$

Заменим  $t = x - 2, t \in [0; 1]$   $x = t + 2$

$$\sqrt{t+2} - t^2 - t - 5 \leq \sqrt{3t+6} - t^2 - 5t - 5 + \sqrt{t^2 + 5t + 9} - t - 2 - 2$$

$$\sqrt{2t+4} - t^2 - 5 \leq \sqrt{2-t-t^2} + \sqrt{t^2+5t}$$

Левая в знаменателе  $\sqrt{2t+4} - 5$ . Максимум у  $2t+4 - t^2$  в точке  $t = 1$  (по формуле вершины параболы  $t_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$ )

$2 \cdot 1 + 4 - 1^2 = 5, \sqrt{5} < 3, 3 - 5 < -2$ . ~~максимальное значение достигается при  $t \in [0; 1]$ .~~ Левая в знаменателе сумма корней,

она не отрицательна (и не равна 0, т.к.  $t^2 + 5t = 0$  при  $t = 0$  или  $-3$ , но при  $t = 0$  или  $-3$   $2t - t - t^2$  не равно 0). Если

максимальное значение знаменателя слева отрицательно, то он всегда отрицателен, т.е. левая часть отрицательна. Правая

часть положительна, т.к. знаменатель ее положительна, и неравенство выполняется при любых  $t \in [0; 1]$ , т.е. при любых  $x \in [2; 3]$ .

Ответ:  $x \in [2; 3]$

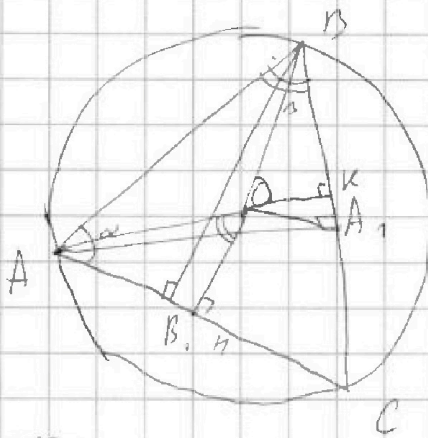


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Опишем перпендикуляр из  
O на  $OH$  и  $BC$  и  $AC$  как  $K$

Пусть  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ .

$\angle BOK = 2\alpha$  (центр угла),

$\angle AOK = \beta$

$$OA = OC, OB = R, \quad OH = R \cos \alpha \cos \beta, \quad OK = R \cos \alpha \cos \beta$$

$$S_{OBA_1} = \frac{OK \cdot AB}{2}, \quad R \cos \alpha \cos \beta \cdot \frac{AB \cdot \cos \beta}{2} = \frac{R \cdot AB \cdot \cos \alpha \cos \beta}{2}$$

$$AB_1 = AB \cos \alpha = 5.$$

$$\frac{S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{\frac{R \cdot AB \cdot \cos \alpha \cos \beta}{2}}{AB \cdot \cos \alpha} = \frac{R \cos \beta}{2} = \frac{OH}{2}, \quad OH = \frac{2 \cdot S_{OBA_1}}{AB_1} = \frac{6}{5}.$$

Ответ:  $\frac{6}{5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Система уравнения:

$$(x^2 - xy + y + y^3) + (2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0 + 0 = 0$$

$$(x+1)^2 + (x+1)y - 2y^2 = 0$$

Квадратное уравнение от  $y$ .  $D = (x+1)^2 - 4(-2) = (x+1)^2 + 8$

$$y = \frac{-(x+1) \pm \sqrt{(x+1)^2 + 8}}{-4}$$

П.и. перед корнем уже есть знак  $\pm$ , поэтому обратим.

$$y = \frac{-(x+1) \pm 2(x+1)}{-4} = (x+1) \text{ или } -\frac{1}{2}(x+1)$$

Подставим  $(x+1) = y$  в 1 уравнение:

$$x^2 - x^2 - x + x + 1 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0 = (x+1)^3 + 1 = 0. \text{ Если } (x+1)^3 = -1, \text{ то } x+1 = -1, x = -2.$$

Если  $x = -2$ , то  $y = x+1 = -1$ .  $\checkmark$  П.и. первая пара решения  $(x; y) = (-2; -1)$

Подставим  $y = -\frac{1}{2}(x+1)$  в 1 уравнение:

$$x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \text{ Умножим на 8}$$

$$-x^3 + 9x^2 - 3x - 5 = 0 \quad x^3 - 9x^2 + 3x - 5 = 0$$

Если  $y = -\frac{1}{2}(x+1)$ , то  $x = -2(y+1)$ . Подставим  $x = -2(y+1)$  в 1 уравнение:

$$4y^2 - 4y + 1 + 2y^2 + y + y + y^3 = 0$$

$$y^3 - 6y^2 + 6y + 2 = 0. \text{ Угадываем корень } y = -1. \text{ Разделим на } (y+1)$$

$$(y^2 + 5y + 2)(y+1) = 0 \quad y^2 + 5y + 2 \text{ корни } y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Пары  $(x; y)$  тогда  $(-1; -1), (\sqrt{21}-5; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}), (\sqrt{21}+5; \frac{-5-\sqrt{21}}{2})$

Ответ:  $(-2; -1), (-1; -1), (\sqrt{21}-5; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}), (\sqrt{21}+5; \frac{-5-\sqrt{21}}{2})$



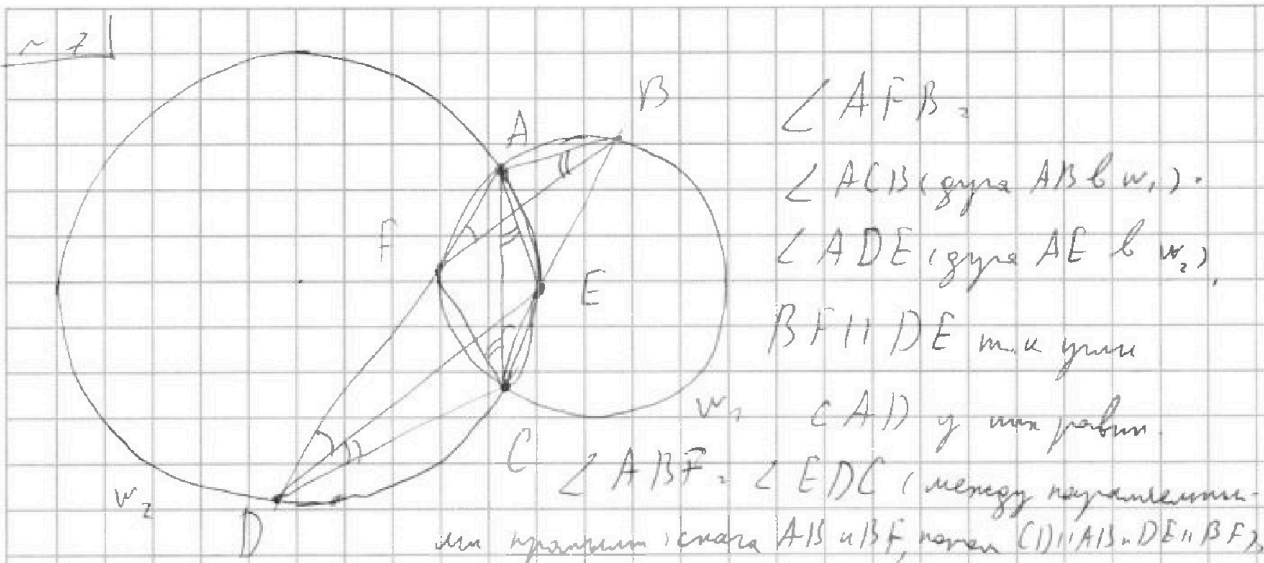


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AFB =$   
 $\angle ACB$  (дуга  $AB$  в  $w_1$ )  
 $\angle ADE$  (дуга  $AE$  в  $w_2$ )  
 $BF \parallel DE$  т.к. углы  
 $w_1$   $\angle CAD$  у них равны.  
 $\angle ABF = \angle EDC$  (между параллельными  
 прямыми: стороны  $AB$  и  $BF$ , параллели  $CD \parallel AB$ ,  $DE \parallel BF$ )

$\angle EDC = \angle CAE$  (дуга  $CE$  в  $w_2$ ),  $\angle ACF = \angle ABF$  (дуга  $AF$  в  $w_1$ )

$\sin \angle CAE = \sin \angle ACF$  т.к.  $\angle CAE = \angle EDC = \angle ABF = \angle ACF$ .

$w_2$  описана вокруг  $\triangle ACE$ , по т. синусов  $2R_{w_2} = \frac{CE}{\sin \angle CAE}$

$w_1$  описана вокруг  $\triangle AFC$ , по т. синусов  $2R_{w_1} = \frac{AF}{\sin \angle ACF}$

$$\frac{R_{w_2}}{R_{w_1}} = \frac{2R_{w_2}}{2R_{w_1}} = \frac{\frac{CE}{\sin \angle CAE}}{\frac{AF}{\sin \angle ACF}} = \frac{CE}{AF} = \frac{5}{3}, \frac{R_{w_2}}{R_{w_1}} = \frac{5}{3}$$

Ответ:  $R_{w_2} : R_{w_1} = 5 : 3$

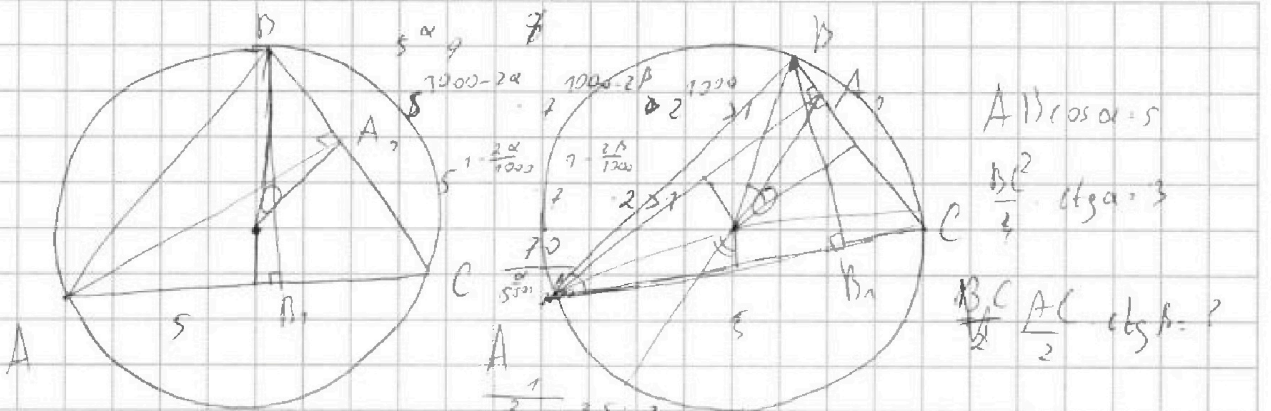


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB \cos \alpha = 5$$

$$\frac{b^2}{4} \operatorname{ctg} \alpha = 3$$

$$\frac{BC}{2} \frac{AC}{2} \operatorname{ctg} \beta = ?$$

$$x^2 - Cx^2 - Cx + Cx + C = b$$

$$\frac{3}{25}, \frac{a^2}{55 \sin^2 \alpha} \cdot C^2 = \frac{a^2}{55 \cdot 2\alpha}$$

$$C^2 \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = 2\alpha$$

$$70 > 5 \frac{2\alpha}{25}$$

$$b^2 (1 - \sin^2 \beta)$$

$$5 \sin^2 \beta$$

$$\frac{b}{\sin \beta}, \frac{a}{\sin \alpha}, \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha = \sin \beta$$

$$x^2 - xy + y^2 + y^2 = 0$$

$$2x + 1 - y^2 - 2y^2 + 2xy = 2$$

$$2x(1-y) + 1 + y$$

$$y^3 + 2y + 2x^2 + 2x + 1 - 2y^2 = 0$$

$$d(ky - x)^3 \cdot (y - \frac{2}{3})^3$$

$$2x(-2x-1)$$

$$d(k^3 \cdot 1)$$

$$3d(k^2 a = 2)$$

$$3d(a^2 k = 2)$$

$$-2a$$

$$\frac{3}{k} a^2 = 2$$

$$x^2 + xy + y^2 + 2x + 1 - 2y^2 = 0$$

$$32x^3 - 2x - 2y^2 + 2xy = 2$$

$$(x+2)^2 + y(x+1-2y) = 0$$

$$1) x+2=2y$$

$$2) x+2=2y$$

$$3) x+2=2y$$

$$y=0, x=-1$$

$$5(x+2)^2$$

$$(x+2)^2 \cdot 2y^2 - xy - y$$

$$1(x+2) \sqrt{5(x+2)}$$

$$1 - y^2 - x^2 - xy + y = 0$$

$$1 - y^2 - x^2 - y - xy = 0$$

$$2x = 2b$$

$$b = \frac{3}{2} a$$

$$\frac{1}{a^3} a^2 \cdot k$$

$$3 \left(\frac{a}{k}\right)^2 = 3 \frac{5}{9} = 2$$

$$-9x^2 - 2 + 1 + 8x^3 + 22x + 2x^2 - 6x + 1 - 8x^2 - 8x - 2 - 4x^2(2x) = \frac{4}{3} \cdot 2$$

$$8x^3 - 8x - 2 = 0$$

$$8x^2 - 8y - 2 = 0$$

$$4y^2 + y = 1$$

$$-9x^2 - 2 + 1 + 8x^3 + 22x + 2x^2 - 6x + 1 - 8x^2 - 8x - 2 - 4x^2(2x) = \frac{4}{3} \cdot 2$$

$$8x^3 - 8x - 2 = 0$$

$$8x^2 - 8y - 2 = 0$$

$$4y^2 + y = 1$$

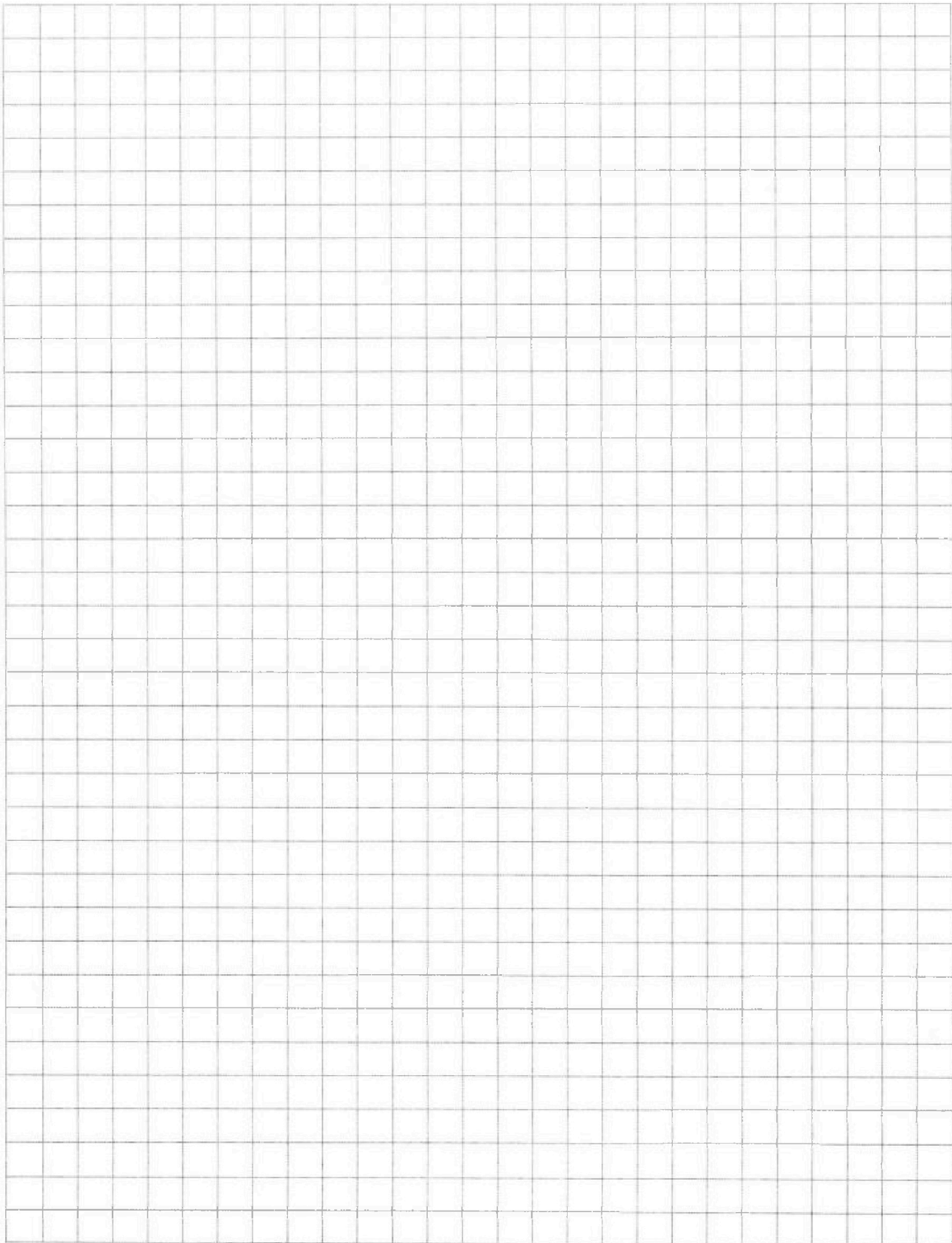


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 + (x^2+x)^2 = (2x+3)^2 \quad (a-k)(a+k) = a(a+k) - a(a-k)$$

$$\left(\frac{-7 \pm \sqrt{49}}{2}\right), \quad (x^2+x)^2 (x-4)(2x+3) \quad a^2 + (2k+1)a + k^2 - a^2 - a$$

$$\left(\frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2}\right) = \frac{25}{4} \pm \frac{5\sqrt{25}}{2} + \frac{12}{2}, \quad \frac{21}{2} = \frac{5\sqrt{25}}{2}$$

$$\frac{21}{2} = \frac{5\sqrt{25}}{2} + 10 \pm 2\sqrt{25} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{25}$$

36

$$\frac{1}{9} = \frac{1+x}{9} \quad \frac{9}{21} = \frac{1}{2}\sqrt{21}$$

$$\left(\frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}\right) \left(\frac{3 \pm \sqrt{9}}{2}\right) \left(\frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}\right), \quad -3 + \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad -3 + \frac{1}{2} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{12}{2}$$

$$x\sqrt{2} + 2y\sqrt{3} + 5z\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$2y + 5z = 6$$

$$-x^3 + x^2 + 11x + 3 = 0$$

$$13 - \frac{250}{7} = \frac{91}{7} - \frac{250}{7} = \frac{15}{7}$$

$$3m^2 - 36m + 18 = 0$$

$$13 - \frac{250}{7} = \frac{91}{7} - \frac{250}{7} = \frac{15}{7}$$

$$18x^2 + 76x + 8 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^3 - x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^3 + 7x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$-2x + 63 - 9 + 5 = -8 + 28 - 6 + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА 9 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала найдем решение уравнения:

$$(-x^3 + x^2 + 13x + 3) + (x^3 + 7x^2 + 3x + 5) = 0$$

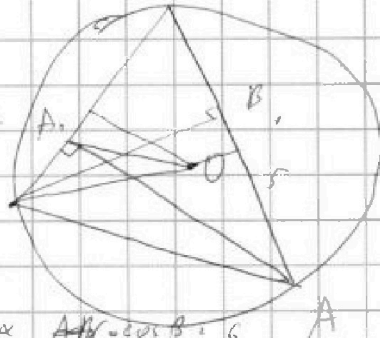
$$8x^2 + 16x + 8 = 0 \quad 8(x+1)^2 = 0 \quad x = -1$$

Многа  $y = \frac{1}{2}(x+1) = 0$

Проверим, не является ли  $x = -1$  корнем уравнения

$$\begin{cases} (-1)^2 - (-1) \cdot 0 + 0 + 0^3 = 1 \neq 0 \\ 2 \cdot (-1) + 1 - 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 2 \cdot (-1) \cdot 0 = -1 \neq 0 \end{cases}$$

$a \cdot b = a \cdot b \cdot c$



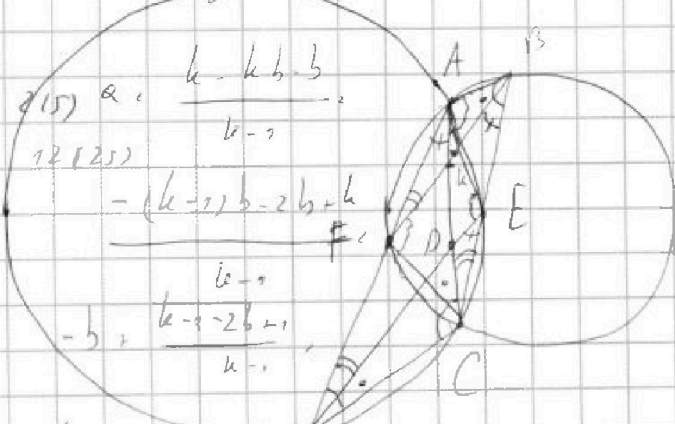
$A \cdot k = \cos \alpha \cdot b = 6$   
 $C \cdot \cos \alpha = 5$   
Не является

1) Пусть  $x < -1$  из уравнения найдем корни

$(-\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$ , т.к. мы рассматриваем случаи  $x < -1$

2) Пусть  $x < -1$ ,  $1x + 10 = -x - 1$  Многа  $y = \frac{1}{2}(x+1)$

$y = -\frac{1}{2}(x+1)$   
 $a-b = 5$



$R_1 = 1 - b + \frac{2-2b}{k-1}$   
 $R_2 = 1 - b - \frac{2-2b}{k-1}$   
 $1 - 2b = k - 1$

2	2R <sub>1</sub>	AP	5 sin α	2
22	2R <sub>2</sub>	CE	5 sin α	12
2	14000	sin α		12
7	5000	12	2x+10 = 7(100)	28
12	2000	2	2x+10	
5	500	7	500	
		3	3(7)	
		3	3	
		4	4	
		7	7	
		3	3	

$\frac{AP}{CE} = \frac{PK}{CD} = \frac{KA}{DE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 + xy + y^2 = 2y^2 \quad (2x+1 - x^2 - 3x^2) - 3x - 1 + 2x^2 - 2x - 2 + 2x^2 - 2x$$

$$2y^2 + (x+1)y + (x+1)^2 = 9 - x^3 - 3x^2 - 3x - 2$$

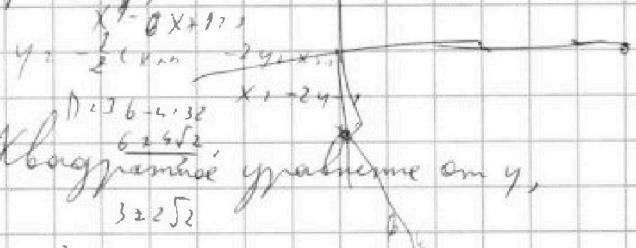
Сумма уравнения:  $3 - 6 + 2 + 5 = 2$   $276 - 3 \cdot 36 + 18 - 5$

$$X^3 - 9X^2 + 3X - 5 = 0$$

$$3X^2 - 18X + 3 = 0$$

$$(x^2 - xy + y^2 + y^3) + (2x+1 - y^3 - 2y^2 + 2xy) = 0 + 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2 = 0$$



$(-2)y^2 + (x+1)y + (x+1)^2 = 0$  Квадратное уравнение от  $y$ ,  $3 \pm 2\sqrt{2}$

$$D = (x+1)^2 - 4(-2)(x+1)^2 = 9(x+1)^2$$

$$y = \frac{-(x+1) \pm 3(x+1)}{-4}$$

1) Если  $x > -1$ ,  $(x+1) = x+1$

$$y^2 = \left(\frac{-1 \pm 3}{-4}\right)(x+1) = -(x+1) \text{ или } \frac{1}{2}(x+1)$$

Подставляем в 2 уравнение системы  $y = -(x+1)$ :

$$x^2 + x^2 + x + x = 4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$-x^3 - x^2 - 3x - 2 = 0 \quad x^3 + x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$2x+1 + x^3 + 3x^2 + 3x+1 - 2x^2 - 3x - 2 - 2x^2 - 2x = 0$$

$$x^3 - x^2 - x = 0 \quad x(x^2 - x - 1) = 0 \quad x\left(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) = 0$$

Корни корни  $x = 0$ , и  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$  и пара  $(x; y)$ :  $(0; -1)$ ,  $(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$  и  $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-\sqrt{5}-1}{2})$

Переходим к 1 уравнению  $y = \frac{1}{2}(x+1)$  и домножим на 8:

$$8\left(x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}\right) = 0$$

$$x^3 + 7x^2 + 3x + 5 = 0 \quad 25 - 152 +$$

Анализом со 2 уравнением:

$$8\left(2x+1 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} + x^2 + x\right) = 0$$

$$-x^3 + x^2 + 13x + 3 = 0$$