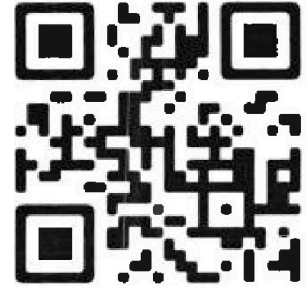




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 13



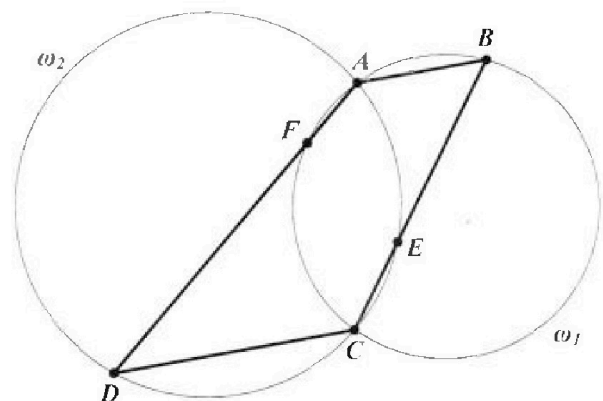
- [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны  $|2x - 2|$  и  $|x^2 + 3x|$ , а длина гипотенузы равна  $|3x + 1|$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116}$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 - y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Назовём числа *хорошими*, если они представимы в виде  $a(a + 1)$ , где  $a \in \mathbb{N}$ . Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна  $81 \cdot 10^{2024}$ .
- [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{4x - x^2} - 3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x - x^2} - \sqrt{x^2 + x - 2}}$$

- [5 баллов] Остроугольный треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ , а  $AA_1$  и  $BB_1$  – его высоты. Найдите расстояние от точки  $O$  до стороны  $AC$ , если  $AB_1 = 6$  и площадь треугольника  $OBA_1$  равна 6.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0, \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

- [6 баллов] Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  ( $AB < CD$ ). Окружность  $\omega_1$ , описанная около треугольника  $ABC$ , повторно пересекает сторону  $AD$  в точке  $F$ , а окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $ACD$ , повторно пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$  (точки  $E$  и  $F$  расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение длин отрезков  $AF$  и  $CE$ , если отношение радиуса окружности  $\omega_1$  к радиусу окружности  $\omega_2$  равно  $1 : 2$ .





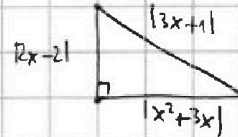
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора:



$$(2x-2)^2 + (x^2+3x)^2 = (3x+1)^2$$

$$4x^2 - 8x + 4 + x^4 + 6x^3 + 9x^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0$$

Сумма коэффициентов равна 0, значит  $x=1$ . Разделим многочлен на  $x-1$

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 & x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} & x^3 + 7x^2 + 11x - 3 \\ & \underline{7x^3 + 4x^2} \\ & 7x^3 - 7x^2 \\ & \underline{11x^2 - 14x} \\ & 11x^2 - 14x \\ & \underline{-3x + 3} \\ & -3x + 3 \\ & \underline{0} \end{array}$$

Получаем: 
$$\begin{cases} x=1 \\ x^3 + 7x^2 + 11x - 3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрев (1), если корни целые, то они ~~являются~~ <sup>являются</sup> делителями числа 3. Проверим подбором заметим,

что подходит  $x=-3$ , получим уравнение:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 7x^2 + 11x - 3 & x+3 \\ \underline{x^3 + 3x^2} & x^2 + 4x - 1 \\ & \underline{4x^2 + 11x} \\ & 4x^2 + 12x \\ & \underline{-x - 3} \\ & -x - 3 \\ & \underline{0} \end{array}$$

Получаем: 
$$\begin{cases} x=1 \\ x=-3 \\ x^2 + 4x - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Найдем корни (2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$D = 16 + 4 = 20$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} = -2 - \sqrt{5} \\ x = -2 + \sqrt{5} \end{array} \right.$$

~~Ответ:  $-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$ .~~ Проверив 4 найденных ответа в <sup>каждом</sup> касков и множестве,

если  $x = -3$ , то  $|x^2 + 3x| = 0$ , если  $x = 1$ , то  $|2x - 2| = 0$ ; значит, эти варианты не подходят.

Ответ:  $-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116} = 2\sqrt{8} + 2\sqrt{29}.$$

Заметим, что множитель  $\sqrt{18}$  не встречается нигде, кроме  $y\sqrt{18}$ . Т.к. переменные-целые числа,  $y=0$ .

Тогда имеем  $x\sqrt{8} + z\sqrt{29} = 2\sqrt{8} + 2\sqrt{29}$ . В целых числах уравнение  $\sqrt{8}(x-2) + \sqrt{29}(z-2) = 0$  имеет

одно решение:  $y=2, z=2$ . Итого найдем  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

Ответ: 4.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возьмём разность двух чётных чисел  $a$  и  $b$ :

$$a(a+1) - b(b+1) = a^2 - b^2 + a - b = (a-b)(a+b) + a - b = (a-b)(a+b+1) = N = 81 \cdot 10^{2024}$$

Заметим, что независимо от чётности  $a$  и  $b$  один из множителей  $(a-b)$  или

$(a+b+1)$  всегда чётный, другой — нечётный.  $81 \cdot 10^{2024} = 3^4 \cdot 5^{2024} \cdot 2^{2024}$ . Если одна из ско-

бок всегда нечётная, значит, все 2024 двойки попадут либо в  $(a-b)$ , либо в

$(a+b+1)$ . Значит, <sup>один из множителей</sup> ~~один из делителей~~ принимает вид  $2^{2024} \cdot 3^n \cdot 5^m$ ,  $n, m \in \mathbb{Z}$ ;  $0 \leq n \leq 4$ ;  $0 \leq m \leq 2024$ .

Второй равен  $\frac{N}{2^{2024} \cdot 3^n \cdot 5^m}$ . Отметим, что наименьший множитель всегда равен  $a+b+1$ , т.к.

при  $a \in \mathbb{N}$  и  $b \in \mathbb{N}$   $a-b < a+b+1$ . Проверим  $n=4$ , получим  $5 \cdot 2025 = 10125$  вариантов.

Ответ: 10125.

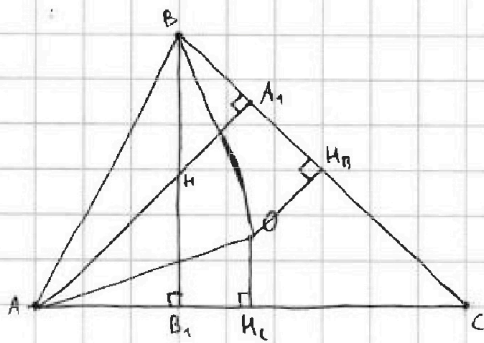


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$  - остроугольный,  $AA_1, BB_1$  - высоты  
 $O$  - центр окружности, описанной около  $\triangle A_1B_1C_1$ .  
 $OH_c \perp AC$ ;  $H_c \in AC$   
 $OH_b \perp BC$ ;  $H_b \in BC$ .  
 $AA_1 \cap BB_1 = H$ .

$$AB_1 = 6; S_{\triangle A_1B_1C_1} = 6.$$

Найти:  $OH_c$ .

Решение.

1)  $\angle AB_1B = \angle EBO$ ;  $\angle CAO = \angle BAA_1$ , т.к. основание высот из вершин треугольника равноотстоит от центра описанной окружности.

2) Из п.1:  $\triangle AA_1B \sim \triangle AH_cO$ ;  $\triangle BB_1A \sim \triangle BH_bO$  по двум углам, значит

$$\frac{AB_1}{OH_b} = \frac{AB}{OB} \quad \text{и} \quad \frac{A_1B}{OH_c} = \frac{AB}{OA} \quad \text{т.к. } OA = OB = R_{\triangle ABC}, \text{ значит, } \frac{AB_1}{OH_b} = \frac{A_1B}{OH_c} \quad \text{следовательно} \quad OH_c = \frac{A_1B \cdot OH_b}{AB_1} =$$

$$= \frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{AB_1} = 1.$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 3y^2 - 1 = 0 & (1) \\ 2x - xy - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x^2 + x(2 - 3y) + 4y^2 - 3y + 1 = 0$$

Возьмем отношение к  $x$ .

$$D = (2y - 2)^2 - 4(2y^2 - 3y + 1) = 9y^2 - 12y + 4 - 8y^2 + 12y - 4 = y^2$$

$$x = \frac{2y - 2 \pm y}{2}$$

$$x = \frac{2y - 2 + y}{2}$$

$$x = 2y - 1$$

$$x = y - 1$$

Подставим  $x = y - 1$  в (1)

$$y^2 - 2y + 1 - 2y^2 + 2y + y^2 - 3y^2 - 1 = y^2 - 4y^2 = 0.$$

$$\text{получаем } \{y = 0; x = -1\} \text{ и } \{y = 4; x = 3\}.$$

Подставим  $x = 2y - 1$  в (1).

$$4y^2 - 4y + 1 - 4y^2 + 2y + y^2 - 3y^2 - 1 = y^2 - 3y^2 - 2y = 0.$$

$$\text{или } y = 0 \text{ или } y^2 - 3y - 2 = 0.$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{получаем } \{x = -1; y = 0\}, \{y = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}; x = 2 + \sqrt{17}\} \text{ и } \{y = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}; x = 1 - \sqrt{17}\}.$$

$$\text{Ответ: } (-1; 0); (3; 4); \left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; 2 + \sqrt{17}\right); \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1 - \sqrt{17}\right).$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}}$$

ОДЗ:  $\begin{cases} 4x-x^2-3 \geq 0 & x \in [1; 3], \text{ т.к. } 4x-x^2-3 = -(x-1)(x-3) \\ 2x-x^2 \geq 0 & x \in [1; 2], \text{ т.к. } 2x-x^2 = -x(x-2) \\ x^2+x-2 \geq 0 & x \in (-\infty; -2] \cup (1; +\infty), \text{ т.к. } x^2+x-2 = (x-1)(x+2) \end{cases}$

$\sqrt{4x-x^2}-3 \leq 0$  - не достигнута, т.к. максимум  $x^2+4x-3$  достигается в вершине при  $x=2$ ;  $y=1$ . Значит  $\sqrt{4x-x^2}-3 \leq -2 < 0$

$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \neq 0$  (1)

Рассмотрим (1):  $2x-x^2 \neq x^2+x-2$   
 $2x^2-x-2 \neq 0$   
 $D=17$   
 $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$

Итого ОДЗ:  $\begin{cases} x \in [1; 2] \\ x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} \end{cases}$

т.к.  $\sqrt{4x-x^2}-3 < -2 < 0$ , левая часть неравенства всегда меньше нуля, поэтому, чтобы неравенство было верно, правая часть должна быть меньше -2.

На промежутке  $[1; 2]$   $2x-x^2$  убывает, а  $x^2+x-2$  возрастает, значит максимум выражения

$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}$  достигается при  $x=1$ , минимум - при  $x=2$ . Максимум:  $\sqrt{2-1}-\sqrt{1+1}=1$ .

Минимум:  $\sqrt{4-4}-\sqrt{4+2-2}=-2$ . Значит  $-2 \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \leq 0$  при  $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$ , но если

$\frac{1}{\sqrt{x^2+x-2}-3} \leq -2$ , то данное нам неравенство выполняется при любых  $x$  на промежутке

$[1; 2]$ , где  $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$ .

Ответ:  $[1; \frac{1+\sqrt{17}}{4}) \cup (\frac{1+\sqrt{17}}{4}; 2]$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{37} + \sqrt{116}$$

$$\sqrt{8}(x-2) + \sqrt{29}(z-2) = -y\sqrt{18} + \sqrt{18} + \sqrt{29}$$

$$\Rightarrow 18y^2$$

$$8(x-2)^2 + 29(z-2)^2 + \sqrt{18 \cdot 29}(x-2)(z-2)$$

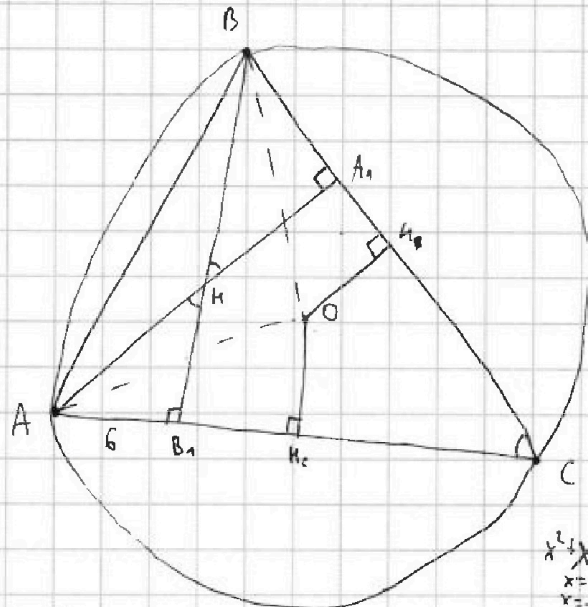
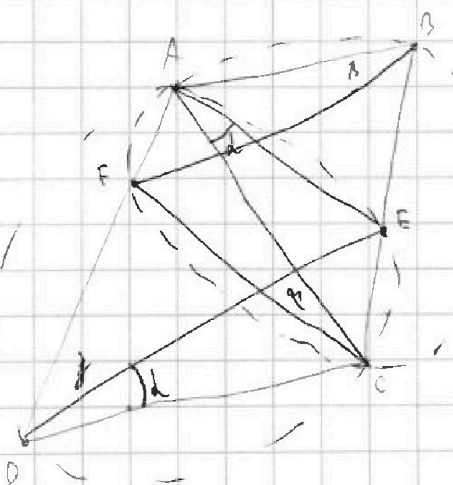
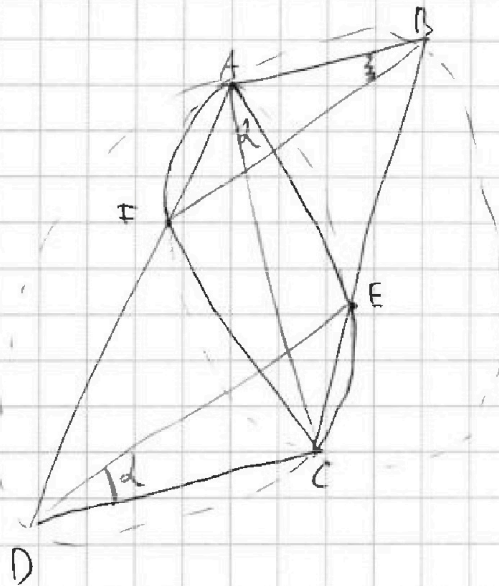
$$8x^2 - 32x + 32 + 29z^2$$

$$(a-b)(a+b) = 81 \cdot 5^{10^{14}} \cdot 2^{20^{14}}$$

$$a-b = 81$$

$$a+b = 2^{20^{14}} \cdot 5^{10^{14}} \cdot 81$$

$$2a =$$



$\triangle O A_1 A$

$\triangle O B_1 B$

$\triangle O A_1 B$

$\triangle H B_1 A$

$\triangle A O H_1 C$

$\triangle A O H_1 B$

$\triangle A O H_1 A$

$\triangle A O H_1 B$

$\triangle A O H_1 A$

$\triangle O H_1 C A$

$\triangle O A_1 A$

$O H_1 \perp A, B, C$

$A H_1 = 6$

$$\frac{A H_1}{A_1 B} = \frac{6}{A_1 B}$$

$O H_1 \perp A H_1 C$

$$\frac{A O \perp O H_1}{A B} = \frac{O H_1}{A_1 B}$$

$$\frac{O B}{A B} = \frac{O H_1}{A_1 B}$$

$$1 = \frac{O H_1 \cdot A_1 B}{A_1 B \cdot O H_1}$$

$$O H_1 = \frac{A_1 B \cdot O H_1}{A_1 B} = 1$$

$$\sqrt{4x-x^2} > 0$$

$$-x^2 + 4x - 3 \geq 9 \text{ (range } \leq 0)$$

$$x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$D = 16 - 48$$

$$\sqrt{2x-x^2} = 2x-x^2$$

$$-x^2 + 2x + 0$$

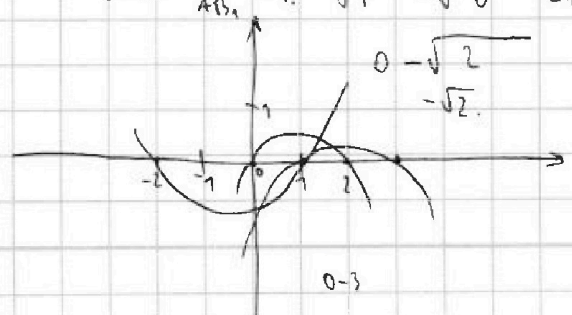
$$-1 + 2x^2 = 2$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = -1$$

$$\sqrt{2x-x^2} = \sqrt{x^2+x-2}$$

$$\sqrt{1} - \sqrt{0} = 1$$

$$0 - \sqrt{2} = -\sqrt{2}$$



0-3

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{3} + y\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} - y\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(x-2) + \sqrt{3}(2-z) = -3y\sqrt{3}$$

$$x=2y$$

$$f(a+b) - f(b) = a^2 + a - b^2 - b = (a-b)(a+b) = (a-b)(a+b)$$

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 - 3y - 1 = 0 \\ 2x - xy - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 - 3y + 1 = 0$$

$$D = 9y^2 - 3y^2 + 12y - 4 = 6y^2 + 12y - 4$$

$$D = (2-3y)^2$$

$$9y^2 - 12y + 4 - 3y^2 + 12y - 4 = y^2$$

$$x = \frac{2y - 2 + y}{2} = 2y - 1$$

$$x = \frac{3y - 2 - y}{2} = y - 1$$

$\frac{a-b}{1}$   
 $\frac{1}{1}$   
 $\frac{1}{1}$

$$y^3 - 3y^2 + (y-1)^2 - 2y(y-1) - 1 = y^3 - 3y^2 + y^2 - 2y + 1 - 2y^2 + 2y - 1 = y^3 - 4y^2 - 4y = 0$$

$$4y - 2 - 2y^2 + y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2$$

$$y^2 + 3y + 2$$

$$2(2y-1)(y-1)y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$4y - 2 - 2y^2 + y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

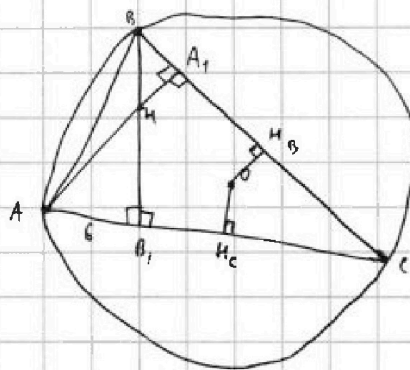
$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$



$$OH_1 \cdot AB = 6$$

$$AH_1 = 6$$

$$AF = 2$$

$$CE = 2$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 2r_1$$

$$\frac{DE}{\sin B} = 4r_1$$

$$2AC = DE$$

$$DE = 4r_1$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 4r_1$$

$$AC = 4r_1$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 2r_1$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 2r_1$$

или  $A, B \geq 6$

$$HA_1 \cdot AB = 12, MA_1 = \frac{12}{AB}$$

$$\frac{HA_1}{AB} = \frac{MA_1}{6}$$

$$\frac{MA_1}{12} = \frac{MA_1}{6}$$

$$MA_1 = 2MB_1$$

$$MB_1 = \frac{MA_1}{2}$$

$$a = k - b - 1$$

$$a - b = k - 2b - 1$$

$$k = 2b - 1$$

$$a - b = 2$$

$$a = b + 2$$

$$a + b + 1 = 2b + 2 + 1$$

$$2 \cdot 10^{25} b + 2 \cdot 10^{25} + 2 \cdot 10^{25} = 2b + 3$$

$$b = \frac{2 \cdot 10^{25} + 2 \cdot 10^{25} - 3}{2}$$

$$a = b + 2 = 10^{25} + 10^{25} - 1.5 + 2$$

$$a + b + 1 = 5$$

$$2b + 1 = 5 - a$$

$$-2y(y-1) = 2y + 2y$$

$$2y(2y-1) = 4y + 2y$$

$$y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$\begin{aligned} x &= 1 + \sqrt{2} \\ y &= 2 + \sqrt{2} \\ 1 + 4 + 8 + 20 &= 33 \\ 33 - 4 &= 29 \\ \frac{29 \cdot 98}{2} &= 1421 \\ 1421 + 1 &= 1422 \end{aligned}$$



