



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
- [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
- [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.  
Пусть у выпуклого  $n$ -угольника  $n$  вершин. Тогда сумма всех его углов  $180^\circ(n-2)$ , так как многоугольник выпуклый. Исходя из того, что углы образуют арифм. прогрессию, то по формуле суммы арифм. прогрессии сумма всех углов  $\frac{2 \cdot 132 + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$   
либо  $\frac{2 \cdot 132 - 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$  если прогрессия убывающая  
Каждый  $n$ :  $180^\circ(n-2) = \frac{2 \cdot 132 + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$

$$180(n-2) = (131 + n)n \quad 180n - 360 = 131n + n^2$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \quad D = 2401 - 4 \cdot 360 = 961 = 31^2$$

$$\begin{cases} n = \frac{49 - 31}{2} = 9 \\ n = \frac{49 + 31}{2} = 40 \end{cases}$$

$$2) \quad 180^\circ(n-2) = \frac{2 \cdot 132 - 2^\circ(n-1)}{2} n$$

$$180n - 360 = (133 - n)n$$

$$360 - 180n = n^2 - 133n$$

$$3) \quad n^2 + 47n - 360 = 0 \quad D = 47^2 + 1440 = 3649$$

$60^2 = 3600 < 3649 < 61^2 = 3721$  значит решение уравнения 3)

не будет целым, а нецел. Тогда  $n=40$  - наибольшее.

Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$x \ln 25 + y \ln 75 + 2z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + y(2 \ln 5 + \ln 3) + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z) + y \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) = \ln 3 (2 - y) \quad \text{Так как } \ln 5 \neq 0 \text{ и } \ln 3 \neq 0$$

$$\text{Либо } 2x + 2y + 3z - 1 = 2 - y = 0$$

$$\text{Либо } \log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}, \text{ что невозможно, т.к.}$$

по условию  $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ 2 - y = 0 \end{cases} \rightarrow y = 2$$

$$\text{Тогда } 2x + 4 + 3z - 1 = 0$$

$$2 - y = 0 \rightarrow y = 2$$

$$2x + 3z = -3$$

$$3z = -3 - 2x \quad z = \frac{-3-2x}{3}$$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 12x + 9}{9} = \frac{1}{9}(9x^2 + 36 + 4x^2 + 12x + 9) = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45)$$

Пусть  $f(x) = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45)$

График параболы ветви вверх или ветви вниз

$$x_0 = \frac{-12}{13 \cdot 2} = -\frac{6}{13} \quad \text{Так как } x \in \mathbb{Z}, \text{ то наименьшее}$$

значение при  $x = 0$  или  $x = -1$  ближайшее значение  $x = -\frac{6}{13}$

$$f(0) = 5 \quad f(-1) = \frac{46}{9} \quad \text{Влабая ситуация } \frac{46}{9} > 5$$

$z = -1$  - целое  $z = -\frac{1}{3}$  - нецелое. Тогда 5 - наименьшее

Ответ: 5





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Пусть множество  $M$  состоит из чисел:  $n, n+1, n+2,$

$n+3, n+4, n+5, n+6$  где  $n \in \mathbb{N}$ . Тогда  $6n+5 \leq p \leq 6n+21$

и  $6n+5 \leq q \leq 6n+21$ . А значит  $p - q \leq (6n+21) - (6n+5)$

То есть  $p - q \leq 6$ .  $p^2 - q^2 = 1080 = (p - q)(p + q)$

Заметим, что  $6n+5 = 3(2n+5)$  не является простым

$6n+6 = 2(3n+3)$  не является простым

$6n+9 = 3(2n+3)$  не является простым

$6n+10 = 2(3n+5)$  не явл. простым  $6n+12 = 3(2n+4)$  не явл. простым

Так как  $p^2 - q^2 = 1080; p, q \in \mathbb{N}$ , то  $p > q$ . Значит

$p = 6n+19$   $q = 6n+17$  (иногда сумма шестерок  
Больше подходящих шестерок нет не будет простой).

$$(p - q)(p + q) = 1080 \quad (6n+19 - 6n-17)(6n+19 + 6n+17) = 2 \cdot 540$$

$$2 \cdot (12n + 36) = 2 \cdot 540 \quad 12n + 36 = 540 \quad 12n = 504$$

$$n = \frac{504}{12} = 42 \quad \text{Тогда } p = 6 \cdot 42 + 19 = 271, \quad q = 269$$

Оба числа простые

Тогда множество  $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

Ответ:  $\{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$



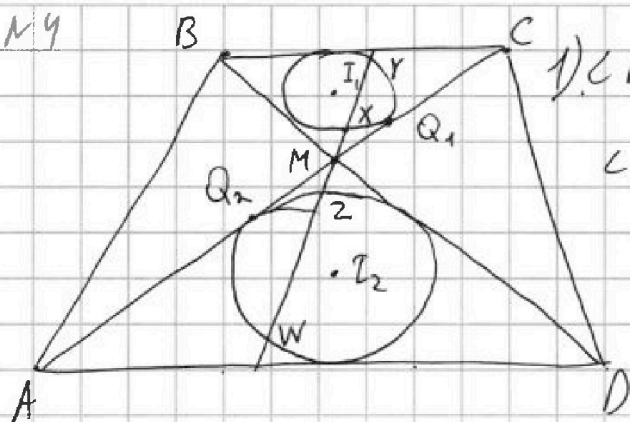


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



1)  $\angle BMC = \angle AMD$  как вертикальные  
 $\angle B M I_1 = \angle I_1 M C$ ;  $\angle A M I_2 = \angle I_2 M D$   
 Так как центры вписан. окружностей лежат на биссектрисе.

Поэтому  $\angle A M I_2 = \angle I_1 M C = \angle I_2 M D = \angle B M I_1$ , значит  $M, I_1$  и  $I_2$  лежат на одной прямой.

2) Пусть  $Q_1$  и  $Q_2$  точки касания первой и второй окружности с  $AC$ .  $I_2 Q_2 \perp Q_2 M$  и  $I_1 Q_1 \perp M Q_1$  как радиусы проведенные в точку касания. Тогда  $\triangle Q_2 I_2 M \sim \triangle Q_1 I_1 M$  по 2

углам ( $\angle M Q_2 I_2 = \angle M Q_1 I_1 = 90^\circ$ ,  $\angle Q_2 M I_2 = \angle I_1 M Q_1$ , см. выше)

Значит  $\frac{M Q_1}{M Q_2} = \frac{M I_1}{M I_2} = \frac{I_1 Q_1}{I_2 Q_2}$ . Заметим что

$\angle MAD = \angle BSM$  как накрест лежащие при  $AD \parallel BC$  и секущей  $AC$ . Тогда  $\triangle AMD \sim \triangle BMC$  по двум

углам ( $\angle AMD = \angle BMC$ ,  $\angle MAD = \angle BSM$ ) Так как по

условию  $\angle BCS = AD$ , то коэф. подобия  $\frac{1}{2}$ . Значит

радиусы вписан. окружностей относятся как  $\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда  $\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{I_1 Q_1}{I_2 Q_2} = \frac{1}{2}$  Откуда  $MI_1 = \frac{8}{3}$   
 $MI_2 = \frac{16}{3}$  и  $2MQ_1 = MQ_2$

Из теоремы о секущей

и касательной  $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW = 4MX \cdot MY$

По теореме косинусов в  $\triangle MWI_2$  и  $\triangle MYI_1$

$$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cos \angle MWI_2 = WI_2^2$$

$$MY^2 + MI_1^2 - 2MY \cdot MI_1 \cos \angle MYI_1 = YI_1^2 \quad | \cdot 4$$

$$\begin{cases} MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cos \angle MWI_2 = WI_2^2 \\ 4MY^2 + MI_1^2 - 2MI_1 \cos \angle MYI_1 \cdot 2MY = WI_2^2 \end{cases}$$

$$4MY^2 + MI_1^2 - 2MI_1 \cos \angle MYI_1 \cdot 2MY = WI_2^2$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos \angle MWI_2 (2MY - MW) = 0$$

$$MW = 2MY \quad \text{или} \quad 2MY + MW = 2MI_2 \cos \angle MWI_2$$

$$2MI_2 \cos \angle MWI_2 \leq 2MI_2, \text{ но очевидно, что } 2MY + MW > 2MI_2$$

Значит  $MW = 2MY$ . Тогда  $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW =$

$$= 4MX \cdot MY = 2MX \cdot MW$$

Откуда  $MZ = 2MX$

$$MZ \cdot MY = 2MX \cdot MY = 9; \quad MX \cdot MY = MQ_1^2 \rightarrow MQ_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$MI_1 = \frac{8}{3}$  (см. выше) из  $\triangle MQ_1I_1$  по теореме Пифагора

$$I_1 Q_1 = \sqrt{MI_1^2 - MQ_1^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{256}{36} - \frac{162}{36}} = \sqrt{\frac{94}{36}} = \frac{\sqrt{94}}{6} \text{ радиус.}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{6}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \sin \left( \frac{6\pi}{14} + \frac{3\pi}{14} \right) = \sin \frac{6\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} =$$

$$= 2 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \left( \frac{2 \cdot 3\pi}{14} \right) + \sin \frac{5\pi}{14} \left( 2 \cos^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) - 1 \right) =$$

$$= \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) \left( 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1 \right) = \sin \frac{3\pi}{14} \left( 3 - 4 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) \right)$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} = 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \left( 3 - 4 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) \right)$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) = 8 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) + 3 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) - 4$$

Пусть  $\sin \frac{3\pi}{14} = t$ , тогда  $(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}) =$

$$= (5 - 4t(3 - 4t^2)) - (8t^2 + 3t - 4) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 =$$

$$= (t+1)(4t-3)^2$$

$$\frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} < \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Сравним  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ :  $\left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}$   $\left( \frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{16}$

Так как  $\frac{1}{2} = \frac{8}{16} < \frac{9}{16}$ , то  $\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$ , значит

$$\frac{1}{2} < \sin \frac{3\pi}{14} = t < \frac{3}{4}. \text{ А значит } (t+1)(4t-3)^2 > 0$$

То есть  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  больше, чем  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Пусть в пирамиде 4 вершины точки вне плоскости  $\alpha$ . Тогда такая пирамида ~~состоит только из~~ имеет ровно 4 вершины, и ~~нигде не находится~~ если одна или более точек в плоскости  $\alpha$  вершина пирамиды, то не является такой вершины, так что все кроме нее лежа в одной плоскости и многогранник не будет пирамидой. Из условия о 4 точках в одной плоскости и определении пирамиды, если в пирамиде 5 и более вершин, то лишь одна (точка) вершина не ~~лежит~~ <sup>лежит</sup> в плоскости  $\alpha$ .

Если в пирамиде 4 вершины, то либо 4 вне плоскости  $\alpha$ , либо 3 вне плоскости  $\alpha$ , 1 лежит там, либо по 2 в плоскости  $\alpha$  и вне нее, либо 3 в плоскости  $\alpha$  и 1 вне нее. Для случая ① четверка 1.

Для случая ② четверок  $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{2!1!} \cdot \frac{8!}{1!7!} = 4 \cdot 8 = 32$

Для случая ③ четверок  $C_4^2 \cdot C_8^2 = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{8!}{6!2!} = 6 \cdot 28 = 168$

Для случая ④ четверок  $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{1!3!} \cdot \frac{8!}{3!5!} = 4 \cdot 56 = 224$

Рассмотрим случаи, когда вершин больше 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

как писались выше, если вершин  $n > 4$ , то

$n-1$  вершин будут в плоскости  $\alpha$ , 1 вершина  
вне ее. Если вершин 5 то таких пирамид

$$C_4^1 \cdot C_8^4 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 280$$

Если вершин 6, то пирамид  $C_4^1 \cdot C_8^5 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 224$

Если вершин 7, то пирамид  $C_4^1 \cdot C_8^6 = \frac{4!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 112$

Если вершин 8, то пирамид  $C_4^1 \cdot C_8^7 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{7! \cdot 1!} = 32$

Если вершин 9, то пирамид  $C_4^1 \cdot C_8^8 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{8! \cdot 0!} = 4$

Итого выпуклых пирамид с вершинами в

данных точках  $1 + 32 + 168 + 224 + 224 + 112 + 32 + 4 = 797$

Ответ: 797.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{aligned} \sin \frac{9\pi}{14} &= \sin \left( \frac{6\pi}{14} + \frac{3\pi}{14} \right) = \sin \frac{6\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 2 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) \cos \left( \frac{3\pi}{14} \right) + 2 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) \cos^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) - \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) = \\ &= \sin \frac{3\pi}{14} \left( 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1 \right) = \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) \left( 3 - 4 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) \right) \\ 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 4 \sin \frac{3\pi}{14} \left( 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1 \right) = 4 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) \left( 3 - 4 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) \right) \\ 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} &= 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \left( 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) \right) = \\ &= 3 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) + 8 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{14} \right) - 4 \quad \text{Пусть } \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) = t \text{ Тогда} \\ 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 5 - 4t(3 - 4t^2) = 5 - 12t + 16t^2 \end{aligned}$$

~~$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} = 8t^2 + 3t - 4$$~~

~~$$(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}) = 8t^2 - 15t + 9$$~~

~~$$8t^2 - 15t + 9 = 0$$~~

~~$$D = 225 - 4 \cdot 72 = 63 < 0 \quad \text{Значит } (8t^2 - 15t + 9) > 0$$~~

$$3 \sin \left( \frac{3\pi}{14} \right) - 4 \cos \left( \frac{3\pi}{7} \right) = 8t^2 + 3t - 4$$

$$(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 =$$

$$\frac{16t^3 - 8t^2 - 15t + 9}{16t^3 + 16t^2} \cdot \frac{16t^2 - 24t + 9}{16t^2 - 24t + 9} = (t+1)(4t-3)^2$$

$$\begin{aligned} & -24t^2 - 15t + 9 \\ & -24t^2 - 24t \\ & \quad -8t + 9 \\ & 16t^2 - 24t + 9 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - (4t)^2 - 24t + 9 = 0 \\ & = (4t - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} &= \frac{3\pi}{12} \\ \frac{\pi}{3} &= \frac{3\pi}{9} \\ \frac{\pi}{6} &= \frac{3\pi}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3\pi}{18} &< \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} \\ \frac{\pi}{6} &< \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{2} &< \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



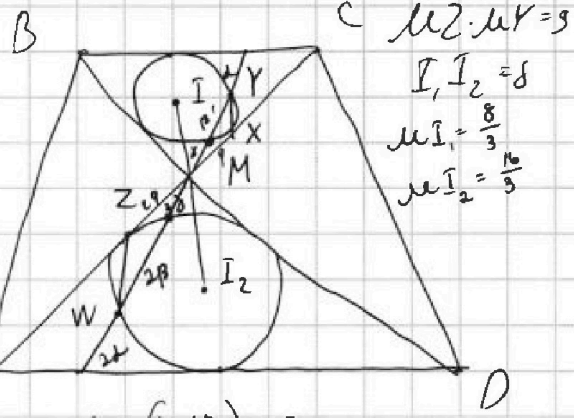
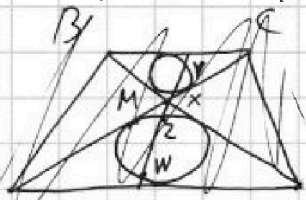
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cdot \cos \alpha = R^2$$

$$MY^2 + MI_1^2 - 2MY \cdot MI_1 \cdot \cos \alpha = R^2$$



$$4MY^2 + MI_2^2 - 2 \cdot MI_2 \cdot \cos \alpha \cdot 2MY = R^2$$

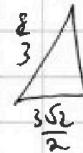
$$MW^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos \alpha \cdot 2MY = R^2$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos \alpha (2MY - MW)$$

$$2\beta \cdot (\beta + \beta) = 9$$

$$4\beta = 2\beta(2\beta + 2\beta) = 4\beta(\beta + \beta) = 18$$

$$\beta = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



$$MW + 2MY = 2MI_2 \cos \alpha$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$kx_x + by_y + cz_z + d = kx_y + by_x + cz_y + d$$

$$2\beta(\beta + \beta) = 9$$

$$\beta(\beta + \beta) = 9 \Rightarrow \beta^2 = 4.5 \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{64}{9} - \frac{18}{4} = \frac{256}{36} - \frac{162}{36} = \frac{94}{36} = \frac{47}{18}$$

$$\frac{64}{9} - \frac{9}{2}$$

$$\frac{128}{18} - \frac{81}{18} = \frac{47}{18}$$

$$= \frac{94}{36} = \frac{47}{18}$$

$$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{MP}{MA} = MP$$

$$MI_1 = \frac{8}{3}, \beta = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

9 и 24 через подобие прямоугольников

$2\beta + 2\beta$  и  $\beta + \beta$  через  $MW, I_2$  и  $MI_1, Y$

$$MW^2 + 4MI_1^2 - 2MW \cdot 2MI_1 \cdot \cos \alpha = 4IX^2$$

$$4MY^2 + 4MI_1^2 - 2MY \cdot 2MI_1 \cdot \cos \alpha = 4IX^2$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 4MI_1 \cos \alpha (2MY - MW) = 0$$

$$(MW - 2MY)(MW + 2MY) - 4MI_1 \cos \alpha (MW - 2MY)$$