



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Сумма углов выпуклого многоугольника можно найти по формуле  $180^\circ(n-2)$ , где  $n$  - кол-во вершин. С другой стороны т.к. углы многоугольника составляют арифметическую прогрессию, то можно посчитать их по формуле  $\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ , где  $a_1 = 143^\circ$ ,  $d = 2^\circ$ ,  $n$  - кол-во вершин. Значит

$$180 \cdot (n-2) = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = (143 + n - 1) \cdot n$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 1$$

$$n_1 = 19 - 1 = 18$$

$$n_2 = 19 + 1 = 20$$

Значит наибольшее число вершин данного многоугольника равно 20.

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 8 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (z - 1) = 0$$

Т.к.  $3 = 2^{\log_2 3}$ , то  $\ln 3 = \ln 2^{\log_2 3} = \log_2 3 \cdot \ln 2$ , тогда

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3) = 0$$

Т.к.  $\ln 2 > 0$ , то

$$4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3 = 0$$

Т.к.  $x, y, z \in \mathbb{Z}$ ,  $\log_2 3 \notin \mathbb{Z}$ , то  $z = 1$ , тогда

$$4x + 3y + 3 - 1 + \log_2 3 - \log_2 3 = 0$$

$$4x + 3y = -2, \text{ при } (x) = 1, |y| = 1 \text{ уравнение не}$$

имеет решений. При  $x = 1, y = -2$ :  $4 - 6 = -2$  - верно,

значит наименьшее возможное значение

$$x^2 + y^2 + z^2 \text{ равно } 1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 1 + 4 + 1 = 6.$$

Ответ: 6.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11, \text{ тогда } p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Т.к.  $|p-q| \leq 12$ , то

$$\begin{cases} p-q = 2 \rightarrow p+q = 386 & (1) \\ p-q = 3 \rightarrow p+q = 264 & (2) \\ p-q = 4 \rightarrow p+q = 198 & (3) \\ p-q = 6 \rightarrow p+q = 132 & (4) \\ p-q = 8 \rightarrow p+q = 99 & (5) \\ p-q = 9 \rightarrow p+q = 88 & (6) \\ p-q = 12 \rightarrow p+q = 66 & (7) \end{cases}$$

$$(1): \begin{cases} p+q = 386 \\ p-q = 2 \end{cases} \rightarrow p = 199, q = 197$$

$$(2): \begin{cases} p+q = 264 \\ p-q = 3 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(3): \begin{cases} p+q = 198 \\ p-q = 4 \end{cases} \rightarrow p = 101, q = 97$$

$$(4): \begin{cases} p+q = 132 \\ p-q = 6 \end{cases} \rightarrow p = 69, q = 63, \text{ не подходит т.к. } p \neq q$$

~~не являются~~ простыми по усл.

$$(5): \begin{cases} p+q = 99 \\ p-q = 8 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(6): \begin{cases} p+q = 88 \\ p-q = 9 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(7): \begin{cases} p+q = 66 \\ p-q = 12 \end{cases} \rightarrow p = 39, q = 27, \text{ не подходит, т.к. по усл. } p \neq q - \text{простые.}$$

Для случая (1) подходит мн-о  $M = \{30, 31, 32, \dots, 36\}$ ,

$$\text{Тогда } p = 36 + 35 + 34 + 33 + 31 + 30, q = 36 + 35 + 33 + 32 + 31 + 30$$

не подходит ни одно мн-о  $M$ .

Для случая (3) ~~подходит~~ мн-о  $M = \{13, 14, 15, \dots, 18\}$

$$\text{Тогда } p = 18 + 17 + 16 + 15 + 14$$

Ответ:  $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$ .

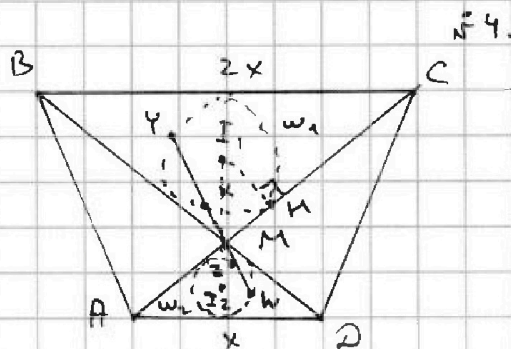


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 = \frac{13}{2}, \quad MZ \cdot MY = 5$$

Найти:  $R_{\omega_1}$

Решение:

Т.к.  $\angle BCA = \angle CAD$ ,  $\angle CIB = \angle BDA$  (т.к.  $AD \parallel BC$ ), то

$$\triangle BMC \sim \triangle AMD, \quad \frac{BC}{AD} = 2 \rightarrow$$

$$k=2, \text{ значит } \frac{MX}{MZ} = 2,$$

$$\frac{I_1 M}{I_2 M} = 2 \text{ (как соотв. элементы$$

$$\triangle BMC \text{ и } \triangle AMD). \text{ Тогда } 2I_2 M + I_2 M = \frac{13}{2} \rightarrow I_2 M = \frac{13}{6} \rightarrow$$

$$I_1 M = \frac{13}{3}, \quad MX \cdot MY = 2 \cdot 5 = 10$$

Пусть  $T, H$  — точка касания  $MC$  и  $\omega_1$ , тогда

$$I_1 H \perp MC, \quad MH^2 = MX \cdot MY = 10$$

$$\text{В } \triangle MI_1 H \text{ по т. Пифагора: } I_1 H^2 = R_{\omega_1}^2 = I_1 M^2 - MH^2 =$$

$$= \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9} \rightarrow R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}.$$

Ответ:  $R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \left( \frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14} \right) - 5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right)$$~~

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} - 5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right)$$~~

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) - 5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) + 4 \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$$~~

~~$$0 \vee (4 \cos \frac{\pi}{7} - 5) \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) + 4 \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$$~~

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left( \cos \frac{\pi}{7} + \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14} \right) \right)$$

$$5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left( \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} \right)$$

$$5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left( 2 \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos \frac{\pi}{7} - 1 \right)$$

$$5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 8 \left( \cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left( \cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right)$$

$\sqrt{5}$

$$\cos \frac{\pi}{7} < \cos \frac{\pi}{3}, \text{ значит}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} < \frac{1}{2}, \text{ значит}$$

$$8 \left( \cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left( \cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right) < 0, \text{ значит}$$

$$5 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) > 8 \left( \cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left( \cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right), \text{ значит}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

1) Когда 0 точек пирамиды  $E\alpha$ , то можно просто выбрать любые 4 точки из  $S \cap \alpha$  и построить по ним пирамиду, получится построить только треугольную пирамиду. Всего  $C_5^4$  способов.

2) Когда 1 точка  $E\alpha$ , то можно взять её и ещё любые три точки  $\alpha$ , только 3 уг. пирамиды. Всего  $C_7^1 \cdot C_5^3$

3) Когда 2 точки  $E\alpha$ , то можно взять ещё любые две  $\alpha$ , только 3 уг. пирамиды. Всего  $C_7^2 \cdot C_5^2$

4) Когда 3 точки  $E\alpha$ , то любая  $\alpha$ , только 3 уг. пирамиды. Всего  $C_7^3 \cdot C_5^1$

5) Далее можно прибавлять по одной точке  $E\alpha$ , тогда в основании пирамиды будут 4, 5, 6 или 7 вершин. Всего  $C_7^4 \cdot C_5^1$ ,  $C_7^5 \cdot C_5^1$ ,  $C_7^6 \cdot C_5^1$ ,  $C_7^7 \cdot C_5^1$

Всего получается

ответ.  $C_5^4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

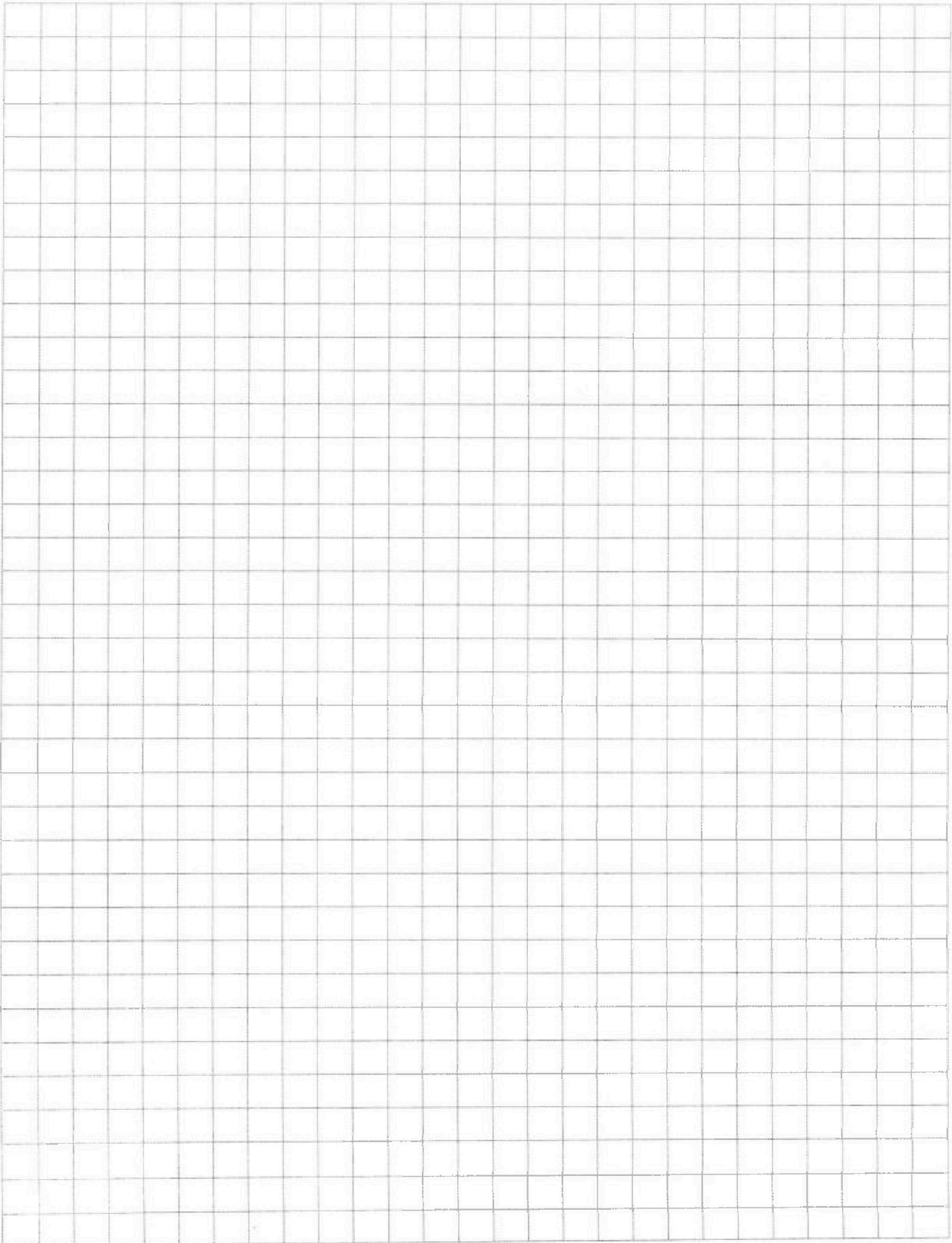
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

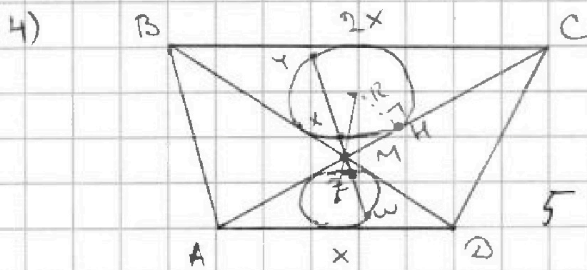
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

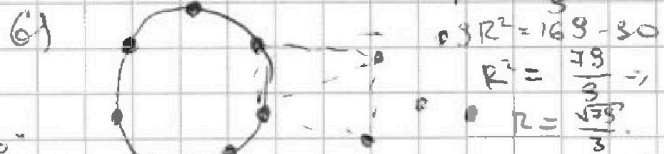
1)  $180(n-2) = (142+n)n$   
 $180n - 360 = 142n + n^2 \rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0$   
 $D_1 = 18^2 - 360 = 2$   
 $n_1 = 18 - 1 = 18$   
 $n_2 = 18 + 1 = 19$

2)  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$   
 $4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$   
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0$   
 $\ln 3 = \ln 2 \cdot \log_2 3$   
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3) = 0 \rightarrow z = 1$

$\min = 6$   
 $x = -1, y = 2$   
 $4x + 3y = 2$   
 $x = 2, y = -2$



$I, I_2 = \frac{13}{2}, MZ \cdot MY = 5$   
 Maximum:  $R, r, m_c$   
 $V = \frac{S}{P} = I, x = I, y$   
 $MZ = \frac{Mx}{2} \rightarrow Mx \cdot My = 10 = MH^2$   
 $MH = \sqrt{10}, MH^2 + R^2 = I_1^2$   
 $10 + R^2 = \frac{169}{3}$



$C_5^1 \cdot C_5^4 \cdot C_2^2 + C_5^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 10 + 10 = 20$   
 $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = 10$   
 $C_5^3 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 10$   
 $C_5^4 \cdot C_1^1 \cdot C_1^1 = 5$   
 $C_5^5 \cdot C_0^0 \cdot C_0^0 = 1$

"2" - сколько точек  $\in \alpha$ .

8, 38 81 кем

30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

20, 19, 18, 17, 16, 15  
 $\frac{20}{20} \quad \frac{19}{19} \quad \frac{18}{18} \quad \frac{17}{17} \quad \frac{16}{16} \quad \frac{15}{15}$

105

$\frac{792 \cdot 4}{35} = 91$

$\frac{792 \cdot 4}{35} = 91$   
 $\frac{792 \cdot 4}{35} = 91$

$\frac{792 \cdot 6}{19} = 252$

$\frac{792 \cdot 6}{19} = 252$

$14 + 15 = 29$   
 $16 + 17 = 33$   
 $18 + 19 = 37$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 (1 + \sin \frac{\pi}{4})$$

$$4 (\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4})$$

$$8 (\cos \frac{\pi}{4} - 1) \left( \cos \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)$$

$$2 \cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} - 1 = 0$$

$$2 (\cos - 1) (\cos + 1) = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$2 (\cos + 2) (\cos - 1) = 0$$

$$5 + 7 = 10$$

$$75$$

$$\sin (90 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$C_5^2 = \frac{4 \cdot 3}{2}$$

$$210$$

$$285$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{21}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{3}{21}}$$

$$5.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

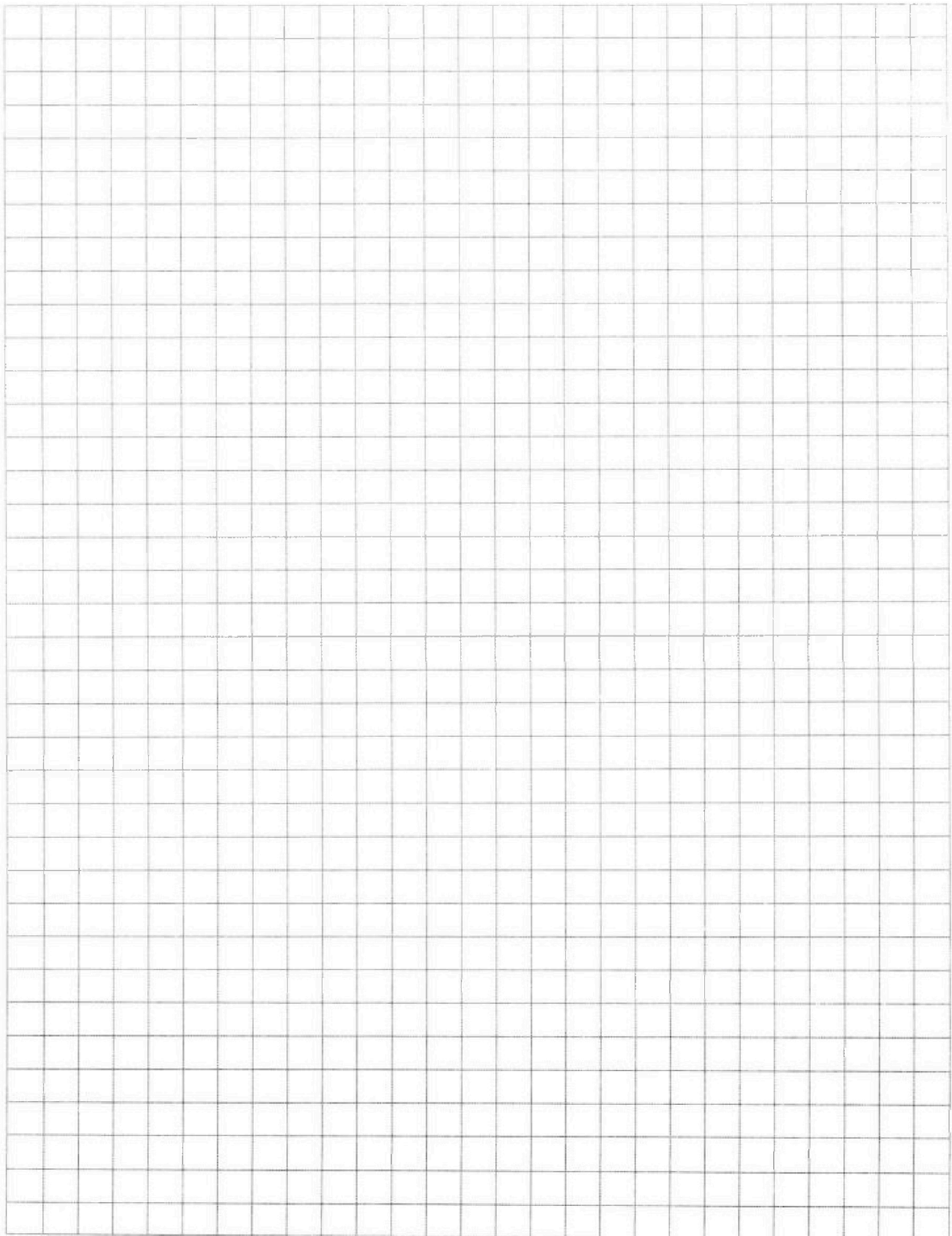
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5)  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$        $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$

$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \left( \frac{2\pi}{14} - \frac{3\pi}{14} \right) = \cos \frac{2\pi}{7}$

$5 - 4 \cos \frac{2\pi}{7}$        $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cos \left( \frac{2\pi}{14} - \frac{\pi}{14} \right) = 5 \cos \frac{3\pi}{14}$

$5 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 4$        $8 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cos \sin \frac{\pi}{14}$

$9 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7}$        $4(2 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})$        $4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$

$(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7})(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7})$        $4(2 \cos^2 \frac{\pi}{7} (1 + \sin \frac{\pi}{14}) + 5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) + \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14})$

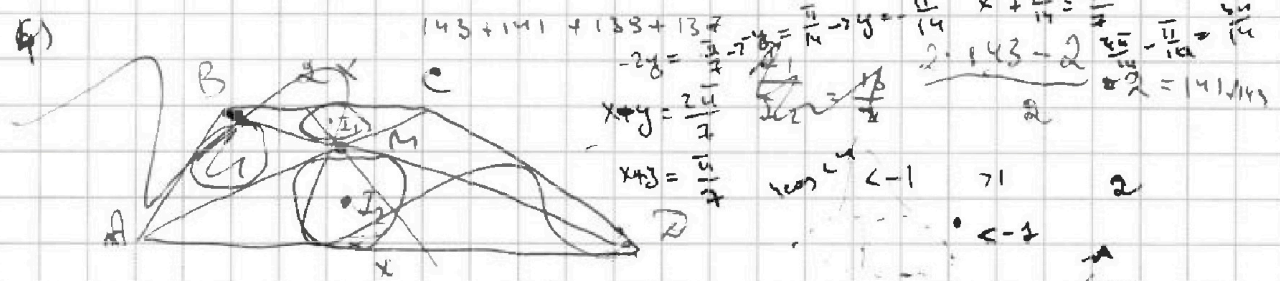
$9 - 8(1 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{7} + 4 \sin^4 \frac{\pi}{7})$        $(1 + \sin \frac{\pi}{14})(4 \cos \frac{\pi}{7} + 5) + \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14}$

$9 - 8 + 32 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 32 \sin^4 \frac{\pi}{7}$        $\sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$

$32 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 40 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} + 8 \sqrt{0}$

$2 - 10 \cdot \frac{5}{2} + 3$        $0 < \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{8} \leq \frac{1}{2}$

$2 - 5 + 3 < 0$        $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$



8)  $(n-2) \cdot 180 = 143n - n^2 \rightarrow n^2 + 36n - 260 = 0$

$180 \cdot 3 = 720$        $\frac{D}{4} = 324 + 360 = 384$

$900$        $1485 = 700$        $n_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{384}}{2} = -18 \pm 8\sqrt{6}$

$n = 4 \rightarrow 360$        $144 - 16 = 128$

$n = 5 \rightarrow 540$        $560$        $1440 - 100 = 1340$

$n = 6 \rightarrow 720$        $576$        $144 \cdot 12 = 1728$

$n = 7 \rightarrow 900$        $64$        $744$

$n = 8 \rightarrow 1080$        $n=10$        $1152$        $144$        $1584$

$1440$        $1088$        $2 \sin \frac{\pi}{14} + 2 \sin \frac{3\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = \frac{(n-2) \cdot 180}{2} = \frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2}$$

$$(n-2) \cdot 180 = 143 + 2(n-1)$$

$$180n - 360 = 143 + 2n + 2$$

$$178n = 505 \quad 182n = 505$$

$$n = \frac{505}{178} = 2$$

$$180^\circ \cdot 2 - 360^\circ = 0^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = \frac{2 \cdot 143^\circ - 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$$

$$180^\circ n - 360^\circ = (143^\circ - n) \cdot n$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 144^\circ n - n^2 \rightarrow n^2 + (180 - 144)n - 360 = 0$$

$$144 + 144 + 360 = 423$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$D = 18^2 + 360 = 684$$

$$3 \cdot 35 = 105$$

2)  $x, y, z \in \mathbb{Z}$ ,  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ ,  $x^2 + y^2 + z^2$  миним.

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 6 + 2z \ln 2 \cdot \ln 6 = 0$$

$$\ln 2(4x + 3y + z) + \ln 6(z-1) = 0$$

$$13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20$$

$$x \ln 4 + x \ln 4 + y \ln 4 + y \ln 2 + z \ln 6 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$\ln 4(x+y+z) +$$

$$p+q=132 \quad 2q=126, q=63$$

$$p-q=6$$

$$p=63, q=63$$

3)  $782 = 2 \cdot 396 = 2^2 \cdot 99 = 2^3 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3 \cdot 33 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

$$66, 12 \quad 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \quad M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37\}$$

$$\begin{cases} p+q=198 \\ p-q=4 \end{cases} \quad 2q=194 \rightarrow q=97 \rightarrow p=101$$

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37$$

$$\begin{cases} p+q=386 \\ p-q=2 \end{cases} \quad 2q=384 \rightarrow q=192 \rightarrow p=194$$

$$\frac{396+36}{2} = 216$$

$$2 = 6 \cdot 3 = 18$$

$$30 + 15 = 45 \quad 31 \ 32 \ 33 \ 34 \ 35 \ 36$$

$$191$$

$$199 - 201$$