



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника? $S_n = \frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 140(n-2)$ $(143+n-1)n = 140n - 360$ $143n + n^2 - n = 140n - 360$ $n^2 - 3n + 360 = 0$ $n = 17$
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
 $6n+5, 6n+6, 6n+7, 6n+8, 6n+9, 6n+10, 6n+11$
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$? $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

$143 + 2 \cdot 17 = 161$
 $\min(n^2 + 3n + 360)$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ $4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 6$
 $4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3(1 - z)$
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0$
 $4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2}(1 - z)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть $a_1 = 143^\circ$, $d = 2^\circ$. Тогда всего сумма всех углов данного выпуклого многоугольника $S_n = \frac{2 \cdot 143^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n = (143^\circ + n - 1) \cdot n$, где n - число углов. С другой стороны, сумма углов выпуклого многоугольника $S_n = 180^\circ(n-2)$. Отсюда получаем:

$$(143^\circ + n - 1) \cdot n = 180^\circ(n - 2)$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{38}{2}\right)^2 - 360 = 1 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 19 - 1 = 18 \\ n_2 = 19 + 1 = 20 \end{cases}$$

Заметим, что при $n = 20$ наибольший угол $a_{20} = 143^\circ + 2^\circ \cdot (20 - 1) = 181^\circ$, что противоречит условию о выпуклости данного многоугольника.

$a_{18} = 143^\circ + 2^\circ \cdot (18 - 1) = 177^\circ < 180^\circ$. Тогда наибольшее возможное число вершин данного многоугольника - 18.

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Приведем равенство в более удобный вид, пользуясь свойствами логарифмов:

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \cdot \ln 3 = \ln 3 + \ln 2$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0 \quad | : \ln 2 \neq 0$$

$$4x + 3y + 3z - 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}(z - 1) = 0$$

$$4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3 = 0$$

$$4x + 3y + (3 + \log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$$

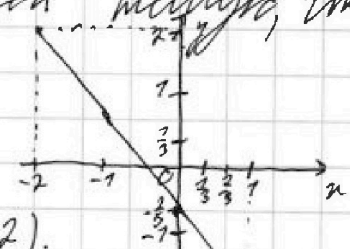
Заметим, что z обязательно равен 1, потому что иначе логарифмы не взаимноотменяются, т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$. Тогда получаем:

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$y = \frac{-4x - 2}{3} = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}. \text{ Значит нам нужны неотрицательные}$$

только на прямой линии, то $x, y \in \mathbb{Z}$

и $x^2 + y^2$ - минимальное.



Из графика видно, что нам подходят только точки $(-2; 2)$ и $(1; -2)$.

Для этих сумма квадратов соответственно в точке $(1; -2) \Rightarrow$ наименьшее $x = 1$ и $y = -2$.

Из графика видно, что сумма квадратов соответственно в других точках с целыми координатами будет больше. Тогда при $z = 1, x = 1$ и $y = -2$ значение $x^2 + y^2 + z^2$ будет наименьшим и равно: $1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 6$

Ответ: 6

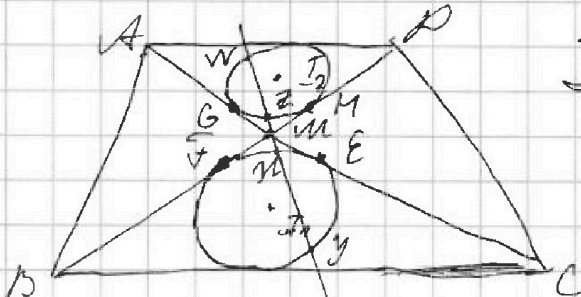


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$IT_2 = \frac{73}{2}, MZ \cdot MY = 5$$

касательная
Пусть W_1 — ~~пересечение~~

\sqrt{AC} и MP в точках

E и F соответственно, а W_2 — в точках G и M соответственно. \sqrt{AB} — диаметр WZ окружности

касательными из одной точки $GM = MN$ и $FM = ME$

Помощь по теореме о касательной и секущей:

$$MN \cdot MY = ME^2 \quad \text{и} \quad MZ \cdot MW = MM^2. \quad MY = \frac{5}{MZ}$$

$$\frac{5MN}{MZ} = ME^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.
 $5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{74} \vee 4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$. В таком виде
 сравним данные числа не очень удоб-
 но, и пока бы хотелось привести их
 к одной группировке.

Заметим, что, так как $\frac{3\sqrt{5}}{74} > \frac{\sqrt{5}}{74}$ и since в $I \alpha$
 выполняется, то $\sin \frac{3\sqrt{5}}{74} > \sin \frac{\sqrt{5}}{74} \Rightarrow -4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{74} < -4 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$
 поэтому обратим внимание, что $4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74} < 0$.

$$5 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} + 5 \cos^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{74} \vee 4 \cos^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$9 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} + \cos^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{74} \vee -5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$7 + 8 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{74} \vee -5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. До условия 7 точек летят на окружности в n -ти Δ , а другие 5 - вне n -ти Δ . Известно, что никакие 4 из этих 5 точек не летят в одной n -ти, т.е. никакие 4 точки в n -ти Δ - противоречие. Мы знаем, что через любые 3 точки проходим n -ть, и при этом только одна. Тогда через эти 5 точек проходим ~~только~~ $C_5^3 = 10$ n -ей. ~~Эти n -ей не пересекаются друг с другом.~~

Для начала найдем кол-во тетраэдров, основанных на вершинах летят в n -ти Δ :
 треугольный: $C_7^3 \cdot 5 = 35 \cdot 5 = 175$; четырехугольный: $C_7^4 \cdot 5 = 35 \cdot 5 = 175$; пятиугольный: $C_7^5 \cdot 5 = 21 \cdot 5 = 105$; шестиугольный: $C_7^6 \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$; семиугольный: 5. Итого тетраэдров, основанных на вершинах летят в Δ : $175 + 175 + 105 + 35 + 5 = 495$, причем все из них выпуклые, т.е. вершины основания летят на окружности. До условия. Через 5 точек, летящих вне Δ мы можем провести 10 плоскостей, но 3 мож-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорча QR-кода недопустима!

С. Представьте

кн в построй. Тогда мы можем ~~представить~~
построить еще $10 \cdot 7 = 70$ треугольных пирамид
с основанием в данной плоскости, ~~и~~
внутренней. основание - треугольник. Также мы
можем построить внутреннюю пирамиду (выбрав 2
из данных 5 точек, 1 точку на окружности,
получив треугольник, и выбрав еще одну
точку на окружности - вершину). Тогда
таких пирамид $C_5^2 \cdot C_2^1 = 210$. Можно выбрать
1 из 5 точек и 2 из 7 для основания, и
еще 1 из ~~оставшихся точек~~ ~~на окружности~~ ~~вершину~~. Таких пирамид: 5.

C_7^3 не мы их уже считали, т.к. еще
те же случаи, что и пирамида с основанием
в n-ти 2 и вершиной в 1 из 5 точек.
Заметим, что ~~фактически~~ ~~структура~~ пирамид мы не
получим, т.к. либо 4 точки, не принадлежащие 2,
будут лежать в одной плоскости, либо пирамида
будет невыпуклой.
Итого: $495 + 70 + 210 =$
= 775 пирамид

Ответ: 775.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

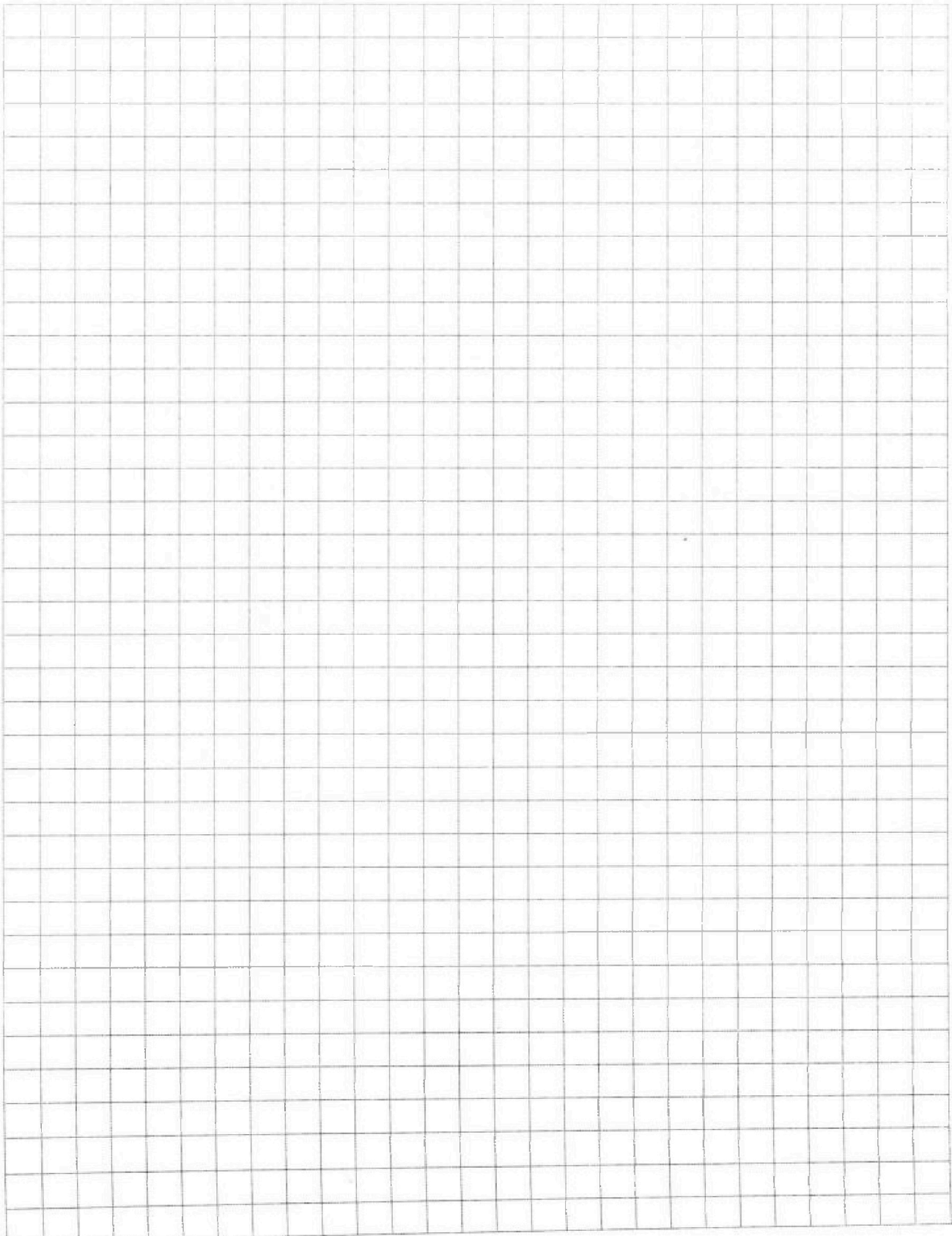
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 32 = \sin \cos 22 + \cos 22 \sin 22$$

$$4 \sin \frac{3\pi}{4} \in (0; \frac{\pi}{2}) \sin \pi 79$$

$$4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

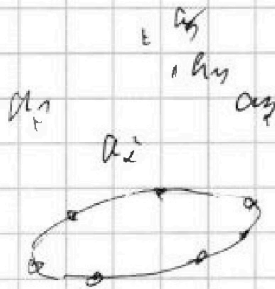
$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \in 1$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \times 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cos^2 \pi \sin + \cos^2 \pi \sin - \sin^3 \pi$$

$$2 \cos^2 \pi \sin + 2 \cos^2 \pi \sin - \sin \pi$$



$a_1, a_5 \in \rho$

$a_1, a_2, a_3, a_4 \in \gamma$

$$C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

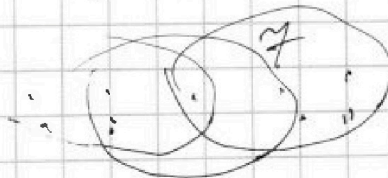
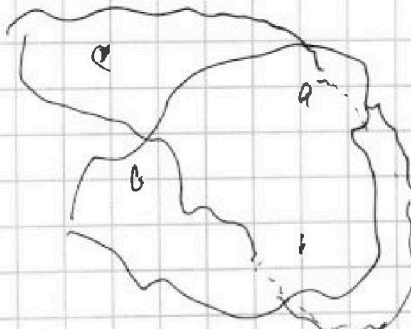
$$4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

183

$$C_7^4 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35 \cdot 5 = 175$$

$$C_7^5 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \cdot 5 = 105$$

$$C_7^6 = \frac{7!}{6! \cdot 1!} = 7 \cdot 5 = 35$$



$$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$175 + 105 + 35 = 275$$

123

1 34

234

1 45

345

12 4

12 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Handwritten scribbles at the top of the page.~~

$$5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{7} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{14}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{14} > \frac{\sqrt{5}}{14} \Rightarrow \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} > \sin \frac{\sqrt{5}}{14}$$

$$-4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} < -4 \sin \frac{\sqrt{5}}{14}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{7} < 4$$

$$\cos \frac{\sqrt{5}}{7} < 1$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{7} < 4 < 5$$

$$4 + 1 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{7} - \sin \frac{\sqrt{5}}{14} - 4 \sin \frac{\sqrt{5}}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{7} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\ln 2 \cdot \ln 2 + \ln 3 \cdot \ln 3 + \ln 2 \cdot \ln 3 = \ln 6$ $(6n_1 + 19)^2 - (6n_1 + 17)^2 = 4 \cdot 2 \cdot y \cdot 1$
 $\ln 2 \cdot n + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 \cdot z + \ln 3 \cdot z = \ln 2 + \ln 3$
 $\ln 2(4n + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0$
 $4n + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z)$ $y = \frac{-4n - 2}{3} - \frac{z}{3} + \frac{1}{3}$
 $4n + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 \cdot (1 - z)$
 $4n + 3y + (3 + \log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$
 $n = 0 \quad y = -1 \quad z = 1 \quad n = 1 \quad z = -1 \quad y = 0$
 $-3 + 3 + \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$ $4 - 3 - \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$
 $C_7^0 = 1$ $C_7^1 = 7$ $C_7^2 = 21$ $C_7^3 = 35$ $C_7^4 = 35$ $C_7^5 = 21$ $C_7^6 = 7$ $C_7^7 = 1$
 $n \Rightarrow \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k\}$ $n = -1 \quad z = 1 \quad y = 0$
 n_1, n_2, \dots, n_{k+6} $-4n + 3 + \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$ $792 \mid 2$
 $p = q$ $(p - q)(p + q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ $396 \mid 2$
 $3 \cdot 7 = 21$ $1 + 1 + 4 = 6$ $792 \mid 2$
 $n = 1 \quad y = -2 \quad z = 1$ $36n_1 + 12 \cdot a + a^2$ $72 \mid 2$ $198 \mid 2$
 $4 - 6 + 3 + \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$ $y = 0$ $72 \mid 2$ $133 \mid 3$
 $3y + (3 + \log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$ $72 \mid 2$ $33 \mid 3$
 $3y + (3 + \log_2 3)z = 1 + \log_2 3$ $22 \mid 11$ $17 \mid 11$
 $6n_1 + 16$ $3y + 3 = 1$ $y = -\frac{2}{3} - \frac{4n}{3}$ $472 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$
 $6(n_1 + 3)$ $3y + 3 = 1$ $y = -\frac{2}{3} - \frac{4n}{3}$ $n = -\frac{2 - 3y}{4}$ $4n + 3 - 1 = 0$
 $3(2n_1 + 5)$ $3y + 3 = 1$ $y = -\frac{2}{3} - \frac{4n}{3}$ $4n = -2$ $y = \frac{-2 - 4n}{3}$
 $2(3n_1 + 8)$ $y = \frac{-2 - 4n}{3}$ $n = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4}y$ $-2 - 4n = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74} \quad \text{vs} \quad 4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$5 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} + 5 \cos^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74} \quad 4 \cos^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 4 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

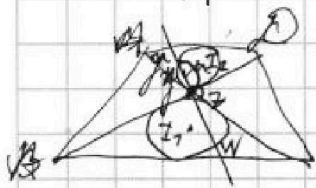
$$5 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} - 2 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$\cos \frac{2\sqrt{5}}{74} > 0$$

$$4 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74} \cos \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$5 - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74} \quad 4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$\cos(n-y) = \cos n \cos y - \sin n \sin y$$



$$4 - 6 \sin^2 \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$\cos(n+y) = \cos n \cos y - \sin n \sin y$$

$$\frac{AP}{BC} = \frac{1}{2} \quad \angle 1 + \angle 2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\cos n \cos y = \frac{\cos(n+y) + \cos(n-y)}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$5 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} - 2 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$2 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} + 2 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} = \frac{5}{2} \left(\sin \frac{2\sqrt{5}}{74} - 2 \sin \frac{\sqrt{5}}{74} \right)$$

$\frac{2\sqrt{5}}{74}$

$$25 \sin^2 = 153 = 3 \cdot 51 = 3 \cdot 17$$

$$\sin \frac{\sqrt{5}}{74} = \frac{5 - 3\sqrt{17}}{-16}$$

$$5 \cos \frac{2\sqrt{5}}{74} - 2 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$2 \left(\cos \frac{2\sqrt{5}}{74} \cos \frac{\sqrt{5}}{74} \right) -$$

$$\sin(n-y) = \sin n \cos y - \sin y \cos n$$

$$5 - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$\sin(n+y) = \sin n \cos y + \sin y \cos n$$

$$5 \cos(\theta) - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - 5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$\cos(\theta + \alpha) = \cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha$$

$$\sqrt{541} \left(\frac{5 \cos(\theta)}{\sqrt{541}} - \frac{4}{\sqrt{541}} \sin \frac{2\sqrt{5}}{74} \right)$$

$$\sqrt{541} \left(\frac{4 \cos \frac{\sqrt{5}}{74}}{\sqrt{541}} - \frac{5 \sin \frac{\sqrt{5}}{74}}{\sqrt{541}} \right)$$

$$\cos(2+\beta) + \cos(2-\beta) =$$

$$\frac{5}{\sqrt{541}} \cos(\theta) - \frac{4}{\sqrt{541}} \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$\frac{4}{\sqrt{541}} \cos \frac{\sqrt{5}}{74} - \frac{5}{\sqrt{541}} \sin \frac{\sqrt{5}}{74}$$

$$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta +$$

$$\varphi = \arccos \frac{5}{\sqrt{541}}$$

$$- \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2 - 4 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}}{2} = 1 - 2 \sin \frac{2\sqrt{5}}{74}$$

$$\frac{1}{2} = 2 \sin \frac{1}{2}$$

$$\cos n + \cos y = 2 \cos \frac{n+y}{2} \cos \frac{n-y}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha =$$

$$\sin(2 \cdot \frac{1}{2}) = 2 \sin \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}$$

$$= 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= -2 \sin^3 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$\sin 2 = 2 \sin \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}$$

$$= \cos^2 \alpha (2 \sin \alpha + \sin \alpha) - \sin^3 \alpha =$$

$$3 \cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha$$