



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
- [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
- [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть <sup>внешнего</sup> угла многоугольника  $n$  и вершин, тогда  
сумма его углов равна  $(n-2) \cdot 180^\circ$ , причем  
еще сумма углов равна  $(132^\circ + (132^\circ + 2^\circ) + \dots + (132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ))$ .

$$\frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = (n-2) \cdot 180$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

~~$n = 80$~~   ~~$n = 9$~~

$$(n-40)(n-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = 9 \end{cases}$$

Наиб.  $n$ , подходящий условию равен 40  
Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| 0 + \frac{6}{13} \right| = \frac{6}{13}$$

$$\left| -1 + \frac{6}{13} \right| = \frac{7}{13}$$

$x=0$  ближе, чем  $x=-1$ , значит наим. значение  $f$ -ции достигается при  $x=0$ .

$f(0) = 45$ , тогда ~~значит~~ наим. значение

вып-я (1):  $\frac{1}{9} \cdot f(0) = \frac{45}{9} = 5$ .

~~Докажем это~~ Т.к.  $x=0$ , то  $z = -1$ . Подставим

в исходное равенство  $x=0, y=2, z=-1$

$$25^0 \cdot 75^2 \cdot 125^{-1} = 9 \cdot 5^4 \cdot 5^{-3} = 9 \cdot 5 = 45. \text{ Значит}$$

$x^2 + y^2 + z^2 = 5$  достигается

~~10/3~~ Ответ: 5.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45.$$

$$\frac{x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125}{e} = e$$

$$\frac{x \ln 25}{e} \cdot \frac{y \ln 75}{e} \cdot \frac{z \ln 125}{e} = 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

~~$$5^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 5 \cdot 3$$~~

$$5^{2x} \cdot (5 \cdot 3)^y \cdot (5^3)^z = 5^1 \cdot 3^2$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^1 \cdot 3^2$$

Т.к.  $x, y, z \in \mathbb{Z}$ , то  $2x+2y+3z$  не может быть равно  $5^{\alpha} \cdot 3^{\beta}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}, \beta \neq 0$ .

Значит  ~~$5^{\alpha} \cdot 3^{\beta}$~~

$3^y$  в свою очередь, тоже не может быть равно  $5^{\alpha} \cdot 3^{\beta}$ , где  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}, \alpha \neq 0$ , т.к.  $y \in \mathbb{Z}$ .

Значит  $3^y = 3^2 \Leftrightarrow y = 2$ . Подставим  $y = 2$ :

$$\frac{2x+4+3z}{5} \cdot 3^2 = 5 \cdot 3^2 \quad | : 3^2$$

$$\frac{2x+4+3z}{5} = 5. \text{ Т.к. } y = 5 \text{ монотонно возр-я}$$

р-ция то ур-е  $y(a) = y(b)$  равносильно ур-ю  $a = b$ . Тогда.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 4 + 3z = 1, \text{ Тогда } z = \frac{-2x-3}{3}$$

Подставим  $x = y = 2$  и  $z = \frac{-2x-3}{3}$  в выражение

$$x^2 + y^2 + z^2 =$$

$$x^2 + 4 + \left(\frac{-2x-3}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 12x + 9}{9}$$

$$= \frac{9x^2 + 36 + 4x^2 + 12x + 9}{9} = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45) \quad (1)$$

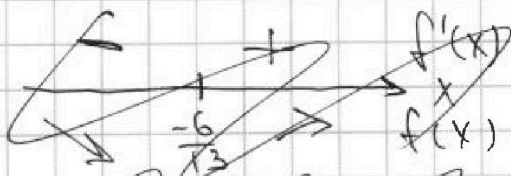
$f(x) = 13x^2 + 12x + 45$ . Найдем минимальное значение этой ф-ции.

$$f'(x) = 26x + 12$$

$$26x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-12}{26}$$

$$x = \frac{-6}{13}$$



$x = \frac{-6}{13}$  - экстремальная точка и экстремальное значение функции. В ней достигается минимальное значение функции.

рассмотрим т.к.  $f(x)$  - квадратичная ф-ция с положительным старшим коэффициентом, то минимальное значение

при целом  $x$  она будет достигать при ближайшем к абсциссе вершины  $x_0 = \frac{-12}{2 \cdot 13} = \frac{-6}{13}$

$$-1 < \frac{-6}{13} < 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $M = \{a, a+1, \dots, a+6\}$ ,  $a \in \mathbb{N}$

$$S = a + (a+1) + \dots + (a+6) = \frac{(a+6)(a+1)}{2} = 7a+21$$

Пусть  $p$  - это сумма ~~сумма~~ всех чисел, кроме числа  $a+i$ ,  $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Пусть  $q$  - это сумма всех чисел, кроме числа  $a+j$ ,  $j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Т.к. в сумме  $p$  и  $q$  отсутствует разное число, то  $j \neq i$ , тогда

$$p = S - a - i = 7a+21 - a - i = 6a+21 - i$$

$$q = S - a - j = 7a+21 - a - j = 6a+21 - j$$

$$\text{Тогда согласно усл-ю } p^2 - q^2 = 1080$$

$$(p-q)(p+q) = 1080. \text{ Т.к. } 1080 > 0, p > 0, q > 0, \text{ то } p > q$$

$$6a+21-i > 6a+21-j \Leftrightarrow j > i$$

$$(6a+21-i+6a+21-j)(6a+21-i-6a-21+j) = 1080$$

$$(j-i) \cdot (12a+42-j-i) = 1080$$

т.к.  $j > i$  и они принадлежат мн-ву  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,

$$\text{то } 6 \geq j-i \geq 1.$$

$$1) j-i=1: \quad 12a+42-j-i = 1080, \text{ т.к. } j-i \leq 1, \text{ то } j=i+1$$

$$12a+42-1-2i = 1080$$

$$\frac{120}{12} (6a+21-i) = \frac{1081}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к.  $6a + 21 - i > 0$  ( $\approx 6a + 21 \geq 27$ , а  $-i \geq -6$ ), то

данное ур-е не имеет решений в целых числах, ведь левая часть целая, а правая ~~целая~~ а правая чет.

$$2) j - i = 2: 2 \cdot (12a + 42 - 2 - 2i) = 1080 \quad | : 4$$

$$6a + 21 - i = 270$$

$$i = 6a + 20 - 270 = 6a - 250 \equiv \frac{2}{6}a \text{ т.к.}$$

$0 \leq i \leq 6$ , то ~~тогда  $6a - 250 \leq 6$  и  $6a - 250 \geq 0$  т.к.  $6a - 250 > 6$~~

$$i = 2, j = 2 + i = 4, \text{ тогда}$$

~~$$6a + 20 = 270$$
  
$$6a = 250$$
  
$$a = 41,6$$~~

$$6a + 20 - 2 = 270$$

$$6a = 252$$

$$a = 42$$

$$3) j - i = 3: 3 \cdot (12a + 42 - 3 - 2i) = 1080$$

$$12a + 42 - 3 - 2i = 360$$

$$12a - 2i = 360 - 39$$

$$12a - 2i = 321$$

$$6a - i = \frac{321}{2} \text{ т.к. левая часть целая,}$$

а правая чет, то ур-е не имеет реш-я в целых числах

$$4) j - i = 4: 4 \cdot (12a + 42 - 4 - 2i) = 1080$$

$$6a + 19 - i = 135$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$i = 6a - 116 \equiv 4 \pmod{6}$ , тогда  $j = i + 4 = 8 > 6$ , значит не подходит

5)  $j - i = 5$ :  $5 \cdot (12a + 42 - 5 - 2i) = 1080$

$12a + 37 - 2i = 216$

$6a - i = \frac{216 - 37}{2} \notin \mathbb{Z}$

Система уравнений не имеет решений в целых числах, т.к. лев. часть целая, а правая нет.

6)  $j - i = 6$ : Это возможно только тогда, когда

$j = 6, i = 0$ :  $6 \cdot (12a + 42 - 6) = 1080$

$12a + 36 = 180$  |:

$12a = 144$

$a = 12$

Проверим  $a = 42, j = 4, i = 2$

$M = \{42, 43, \dots, 48\}$ .  $S = \frac{42 + 48}{2} \cdot 7 = 315$

$p = 315 - 42 - 2 = 271$ ;  $q = 315 - 42 - 4 = 269$

$p^2 - q^2 = (p - q)(q + p) = 2 \cdot 540 = 1080$ . ~~Проверяется~~

~~Проверим  $a = 12, j = 6, i = 0$ :  $M = \{12, 13, \dots, 18\}$ ,  $S = \frac{12 + 18}{2} \cdot 7 = 108$~~

Проверим  $p = 271$  и  $q = 269$  на простоту:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы доказать, что они простые, достаточно того, чтобы они не делились на все числа от 2, до  $\sqrt{324} = 18$ . Для  $i$   $27+1=10 \not\equiv 0$ ,  $2+6+9=17 \not\equiv 0$ , также числа нечетные, а значит они точно не делятся на 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18. На 5 числа тоже не делятся, т.к. заканчиваются не на 0 или 5. Значит остается проверить то, что числа не делятся на 7, 11, 13, 17.

$$\begin{array}{r|l} 271 & 7 \\ \hline 21 & 38 \\ \hline -61 & \\ \hline -56 & \\ \hline \textcircled{5} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 11 \\ \hline 22 & 24 \\ \hline -51 & \\ \hline -44 & \\ \hline \textcircled{7} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 13 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline \textcircled{11} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 271 & 17 \\ \hline 17 & 15 \\ \hline -101 & \\ \hline -85 & \\ \hline \textcircled{16} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 7 \\ \hline 21 & 38 \\ \hline -59 & \\ \hline -56 & \\ \hline \textcircled{3} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 11 \\ \hline 22 & 24 \\ \hline -49 & \\ \hline -44 & \\ \hline \textcircled{25} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 13 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline \textcircled{9} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 269 & 17 \\ \hline 17 & 15 \\ \hline -99 & \\ \hline -85 & \\ \hline \textcircled{19} & \end{array}$$

Числа  $p$  и  $q$  - простые. Остаток проверить  $a=12$ ,  $i=0, j=6$ ;  $M = \{12, 13, \dots, 18\}$ .  $S = \frac{12+18}{2} \cdot 7 = 105$

$$p = 105 - 12 = 93; \quad q = 105 - 12 - 6 = 87 = 3 \cdot 29$$

$q$  - не простое число, значит этот случай не подходит

Ответ:  $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$ .



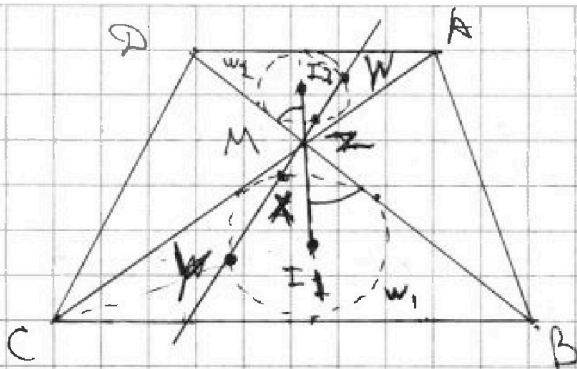
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$I_1, I_2 \perp AC$ ;  $MZ \cdot MY = g$   
Докажем, что  $I_1, M, I_2$   
лежат на одной прямой:

Пусть  $\angle AMD = \angle BMC = 2\psi$ ,

тогда, так как  $I_1$  и  $I_2$  — центры впис. окр-тей  
в  $\triangle BMC$  и  $\triangle AMD$  — соот-но, то  $MI_1$  и  $MI_2$  —  
бис-сы углов  $\angle BMC$  и  $\angle AMD$ , тогда  $\angle BMI_1 = \psi$ ,  
 $\angle DMI_2 = \psi$ ; т.к.  $\angle DMI_2 = \angle BMI_1 = \psi$ , то точки  
 $I_1, M, I_2$  лежат на одной прямой. Треугольник

~~$\triangle BMC$  и  $\triangle AMD$~~  впис. в одну окр-ть  $\omega$ , получим  
т.к.  $\angle BMC = \angle AMD$  и  $\angle CBM = \angle MDA$  (накр. лежащие  
при  $AD \parallel BC$  и сек.  $BD$ ), то  $\triangle AMD \sim \triangle CMB$ , причем  
коэф. подобия равен  $2$ . Тогда  $\triangle BMC$  и  $\triangle AMD$  впис.  
в одну окр-ть  $\omega$ . Можно получить  $\triangle BMC$  из  
 $\triangle AMD$  и окр-ти  $\omega_2$  с помощью  
похождений отн-но точки  $M$  с коэф.  $-2$ . Тогда

$$\frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = \frac{BC}{AD} = 2. \text{ Тогда } MZ = \frac{MX}{2}.$$

$MZ \perp MY$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

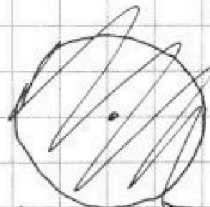
СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MZ \cdot MK = \frac{MX \cdot MK}{2} = 9, \text{ тогда } MX \cdot MK = 18$$

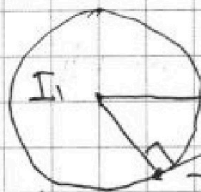
Пусть ~~MT - касательная~~ ~~к W~~ MT - касательная к W, тогда соот-но к окружностям кас-ой и секущей:  $MT^2 = MX \cdot MK = 18$ .

По геометрии  $\frac{I_1M}{I_2M} = \frac{BC}{AD} = 2$ , тогда  $I_1M = 2I_2M$



Т.к.  $I_1I_2 = I_1M + I_2M = 3$

$$I_1M + I_2M = 3I_2M = 3 \rightarrow I_2M = 1, \text{ тогда } I_1M = 2$$



Т.к. MT - кас-я, то ~~MT~~

$I_1T \perp MT$ . Тогда по т. Пифагора

$$\text{для } \triangle MTI_1: I_1T^2 = MI_1^2 - MT^2$$

$$I_1T^2 = \frac{16}{9} - 18 = \frac{256 - 162}{9} = \frac{94}{9}$$

$$I_1T = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

знак " $\sqrt{\quad}$ " означает сравнение

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}}$$

$$5 \sqrt{4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \left( \frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right) \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{8 \cdot \sin \left( -\frac{2\pi}{14} \right) \cdot \cos \frac{4\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}$$

т.к.  $\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \frac{11\pi}{14}$ , то

$$5 \sqrt{3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}$$

$$t = \sqrt{9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{7}}, \text{ т.к. } 0 < \sin \frac{2\pi}{7} < \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \text{ то}$$

$$\sqrt{9} < t < \sqrt{9 + 16}$$

$$3 < t < 5, \text{ т.к. } t > 0, \text{ то на него}$$

можно положить и знак 'пер-ва не меняется'

$$\frac{5}{t} \sqrt{\frac{3}{t} \sin \frac{11\pi}{14} - \frac{8 \cdot \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}{t}}$$

т.к.  $\left(\frac{3}{t}\right)^2 + \left(\frac{8 \cdot \sin \frac{2\pi}{7}}{t}\right)^2 = \frac{9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{7}}{5 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{7}} = 1$ , то

есть угол  $\alpha$ , для которого  $\sin \alpha = \frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t}$ ,  $\cos \alpha = \frac{8 \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}{t}$

$$\frac{5}{t} \sqrt{\sin \left( \frac{11\pi}{14} - \alpha \right)}. \text{ т.к. } 3 < t < 5, \text{ то } \frac{5}{3} > \frac{5}{t} > 1$$

$$\frac{5}{t} > 1 \geq \sin \left( \frac{11\pi}{14} - \alpha \right). \text{ Значит } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$$

больше, чем  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ . Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ .





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$XY \in (SAB)$~~ , ~~вк.~~

Если  $XY \in (SAB)$ , то  $XY$  совпадает с  $AS$ ,  
из этого следует то, что  $XY // AS$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_  
ИЗ  
\_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - 5 \neq 0$$



$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \left( \frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$-4 \sin \left( \frac{13\pi}{14} \right) + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$\sin x - \sin y =$

$$= 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{13\pi}{14} + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) - 5 \neq 0$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} = 2 \sin \frac{-2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}$$

$$3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \frac{\sin 2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14} \neq 5$$

$$9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{14} = t^2, \quad t > 0$$

$$4 \sin x = 3 \sin \frac{11\pi}{14}$$

$$\frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t} - \frac{8 \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}}{t} \neq \frac{5}{t}$$

$$2 \arcsin \frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t}$$

$$\sin \left( \frac{11\pi}{14} - 2 \right) \leq \frac{5}{t}$$

$$1 \leq \frac{5}{t} \leq \frac{5}{3}$$

$$\sin \left( \frac{11\pi}{14} - 2 \right) < \sin \left( \frac{11\pi}{14} \right)$$

$$9 < 9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{14} \leq 9 + 64 \cdot \frac{25}{6}$$

$$\frac{11\pi}{14} - \frac{\pi}{2} \leq \frac{4\pi}{14} \leq \frac{2\pi}{7}$$

$$3 \leq \frac{9+16}{25}$$

$$\sin \frac{11\pi}{14} \rightarrow \sin \frac{2\pi}{7}$$

~~sin~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(j-i \leq 5) \quad 12a - 2i - 5 \leq 216 \quad !?$

$(j-i \leq 6): \quad 12a - 2i - 6 \leq 180 : 2 \quad 271 <$

$42 \quad 6a - i - 3 \leq 90$

$i \leq 6a - 93 = 6 \cdot 3 = 18$

$j \leq 9$

$M = \{23, 24, 25, \dots, 29\}$

$BD \cap AC = M$

$I_1, I_2 \leq 8$

$MZ \cdot MY \leq 9$

$K \leq 2$

$I_2 M \leq 2 I_1 M$

$I_1 M \leq 8$

$I_1 M \leq \frac{8}{3}$

$MZ \leq 2 MX$

$2 MX \cdot MY \leq 9 \rightarrow MX \cdot MY \leq \frac{9}{2}$

$r = kac$

$MT^2 \leq \frac{12}{2}$

$I_1 M \leq \frac{8}{3} \rightarrow I_1 M^2 \leq \frac{64}{9}$

$\sqrt{21 \cdot 3}$

$250$   
 $250$   
 $250$   
 $250$   
 $250$

$250 : 2 = 125$

$250 : 3 = 83.33$

$250 : 4 = 62.5$

$250 : 5 = 50$

$250 : 6 = 41.67$

$250 : 7 = 35.71$

$250 : 8 = 31.25$

$250 : 9 = 27.78$

$250 : 10 = 25$

$250 : 11 = 22.73$

$250 : 12 = 20.83$

$250 : 13 = 19.23$

$250 : 14 = 17.86$

$250 : 15 = 16.67$

$250 : 16 = 15.62$

$250 : 17 = 14.71$

$250 : 18 = 13.89$

$250 : 19 = 13.16$

$250 : 20 = 12.5$

$250 : 21 = 11.9$

$250 : 22 = 11.36$

$250 : 23 = 10.87$

$250 : 24 = 10.42$

$250 : 25 = 10$

$250 : 26 = 9.62$

$250 : 27 = 9.26$

$250 : 28 = 8.93$

$250 : 29 = 8.62$

$250 : 30 = 8.33$

$250 : 31 = 8.06$

$250 : 32 = 7.81$

$250 : 33 = 7.58$

$250 : 34 = 7.35$

$250 : 35 = 7.14$

$250 : 36 = 6.94$

$250 : 37 = 6.76$

$250 : 38 = 6.58$

$250 : 39 = 6.41$

$250 : 40 = 6.25$

$250 : 41 = 6.1$

$250 : 42 = 5.95$

$250 : 43 = 5.81$

$250 : 44 = 5.68$

$250 : 45 = 5.56$

$250 : 46 = 5.43$

$250 : 47 = 5.32$

$250 : 48 = 5.21$

$250 : 49 = 5.1$

$250 : 50 = 5$

$250 : 51 = 4.9$

$250 : 52 = 4.81$

$250 : 53 = 4.72$

$250 : 54 = 4.63$

$250 : 55 = 4.55$

$250 : 56 = 4.47$

$250 : 57 = 4.38$

$250 : 58 = 4.31$

$250 : 59 = 4.24$

$250 : 60 = 4.17$

$250 : 61 = 4.1$

$250 : 62 = 4.03$

$250 : 63 = 3.97$

$250 : 64 = 3.91$

$250 : 65 = 3.85$

$250 : 66 = 3.79$

$250 : 67 = 3.74$

$250 : 68 = 3.68$

$250 : 69 = 3.63$

$250 : 70 = 3.57$

$250 : 71 = 3.52$

$250 : 72 = 3.47$

$250 : 73 = 3.42$

$250 : 74 = 3.37$

$250 : 75 = 3.33$

$250 : 76 = 3.29$

$250 : 77 = 3.25$

$250 : 78 = 3.21$

$250 : 79 = 3.17$

$250 : 80 = 3.13$

$250 : 81 = 3.09$

$250 : 82 = 3.06$

$250 : 83 = 3.02$

$250 : 84 = 2.99$

$250 : 85 = 2.96$

$250 : 86 = 2.92$

$250 : 87 = 2.89$

$250 : 88 = 2.86$

$250 : 89 = 2.83$

$250 : 90 = 2.8$

$250 : 91 = 2.77$

$250 : 92 = 2.74$

$250 : 93 = 2.71$

$250 : 94 = 2.68$

$250 : 95 = 2.65$

$250 : 96 = 2.62$

$250 : 97 = 2.59$

$250 : 98 = 2.56$

$250 : 99 = 2.53$

$250 : 100 = 2.5$

$250 : 101 = 2.47$

$250 : 102 = 2.44$

$250 : 103 = 2.41$

$250 : 104 = 2.38$

$250 : 105 = 2.35$

$250 : 106 = 2.32$

$250 : 107 = 2.29$

$250 : 108 = 2.26$

$250 : 109 = 2.23$

$250 : 110 = 2.2$

$250 : 111 = 2.17$

$250 : 112 = 2.14$

$250 : 113 = 2.11$

$250 : 114 = 2.08$

$250 : 115 = 2.05$

$250 : 116 = 2.02$

$250 : 117 = 1.99$

$250 : 118 = 1.96$

$250 : 119 = 1.93$

$250 : 120 = 1.9$

$250 : 121 = 1.87$

$250 : 122 = 1.84$

$250 : 123 = 1.81$

$250 : 124 = 1.78$

$250 : 125 = 1.75$

$250 : 126 = 1.72$

$250 : 127 = 1.69$

$250 : 128 = 1.66$

$250 : 129 = 1.63$

$250 : 130 = 1.6$

$250 : 131 = 1.57$

$250 : 132 = 1.54$

$250 : 133 = 1.51$

$250 : 134 = 1.48$

$250 : 135 = 1.45$

$250 : 136 = 1.42$

$250 : 137 = 1.39$

$250 : 138 = 1.36$

$250 : 139 = 1.33$

$250 : 140 = 1.3$

$250 : 141 = 1.27$

$250 : 142 = 1.24$

$250 : 143 = 1.21$

$250 : 144 = 1.18$

$250 : 145 = 1.15$

$250 : 146 = 1.12$

$250 : 147 = 1.09$

$250 : 148 = 1.06$

$250 : 149 = 1.03$

$250 : 150 = 1$

$250 : 151 = 0.97$

$250 : 152 = 0.94$

$250 : 153 = 0.91$

$250 : 154 = 0.88$

$250 : 155 = 0.85$

$250 : 156 = 0.82$

$250 : 157 = 0.79$

$250 : 158 = 0.76$

$250 : 159 = 0.73$

$250 : 160 = 0.7$

$250 : 161 = 0.67$

$250 : 162 = 0.64$

$250 : 163 = 0.61$

$250 : 164 = 0.58$

$250 : 165 = 0.55$

$250 : 166 = 0.52$

$250 : 167 = 0.49$

$250 : 168 = 0.46$

$250 : 169 = 0.43$

$250 : 170 = 0.4$

$250 : 171 = 0.37$

$250 : 172 = 0.34$

$250 : 173 = 0.31$

$250 : 174 = 0.28$

$250 : 175 = 0.25$

$250 : 176 = 0.22$

$250 : 177 = 0.19$

$250 : 178 = 0.16$

$250 : 179 = 0.13$

$250 : 180 = 0.1$

$250 : 181 = 0.07$

$250 : 182 = 0.04$

$250 : 183 = 0.01$

$250 : 184 = 0$

$250 : 185 = 0$

$250 : 186 = 0$

$250 : 187 = 0$

$250 : 188 = 0$

$250 : 189 = 0$

$250 : 190 = 0$

$250 : 191 = 0$

$250 : 192 = 0$

$250 : 193 = 0$

$250 : 194 = 0$

$250 : 195 = 0$

$250 : 196 = 0$

$250 : 197 = 0$

$250 : 198 = 0$

$250 : 199 = 0$

$250 : 200 = 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+1, \dots, a+6 \quad a \in \mathbb{N}$$

$$S = 2a + \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 7a + 21$$

~~$$p = q \Rightarrow S = 2a$$~~

$$p = S - a - i, \quad q = S - a - j \quad i, j \in [0; 6]$$

$$p^2 - q^2 \leq 1080 \Rightarrow p > q \Leftrightarrow i < j$$

$$i \neq j$$

$$p = 6a - i, \quad q = 6a - j$$

$$j - i = 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

~~$$p^2 - q^2 = (6a - i)^2 - (6a - j)^2 = (6a - i + 6a - j) \cdot$$~~

$$\cdot (j - i) = (12a - i - j)(j - i) = 1080$$

$$\frac{1080 + 9}{9} = \frac{1089}{9} = 120 \frac{9}{9} = 120 + 1 = 121$$

$$j - i = 1 \Rightarrow i = j - 1$$

$$27 \cdot 40 = 3^3 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$2 \cdot 5 = 10 \quad 12a - i - j \leq 1080$$

$$12a - 1 + 2i \leq 1080$$

$$12a + 2i \leq 1081 \quad !?$$

$$j - i = 2 \Rightarrow j = i + 2$$

$$12a - i - 2 - i \leq 540$$

$$12a - 2i - 2 \leq 540 \quad | :2$$

$$\frac{1080 + 4}{4} = \frac{1084}{4} = 271$$

$$360 - 39 = 321$$

$$6a - i - 1 \leq 270$$

$$\begin{array}{r} -135 \\ 19 \\ \hline +116 \\ \hline 135 \end{array}$$

$$i + 1 \leq 6a - 270$$

$$i \leq 6a - 271 \stackrel{6}{\equiv} -1 \Rightarrow i \leq 5, \quad j = 7$$

$$j - i = 3 \Rightarrow j = i + 3$$

$$117 \stackrel{3}{\equiv} 1152$$

$$42 - 4 = 38$$

$$12a - i - 3 - i \leq 360$$

$$12a - 2i - 3 \leq 360 \quad | ?$$

$$j - i = 4$$

$$12a - 2i - 4 \leq 270$$

$$6a - i - 2 \leq 135$$

$$i \leq 6a - 137 \stackrel{6}{\equiv} 1 \Rightarrow j = 5$$



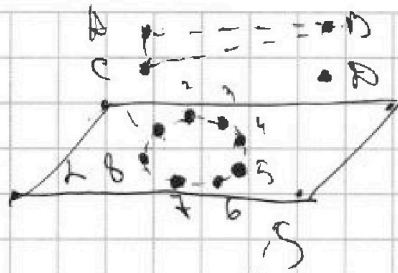


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

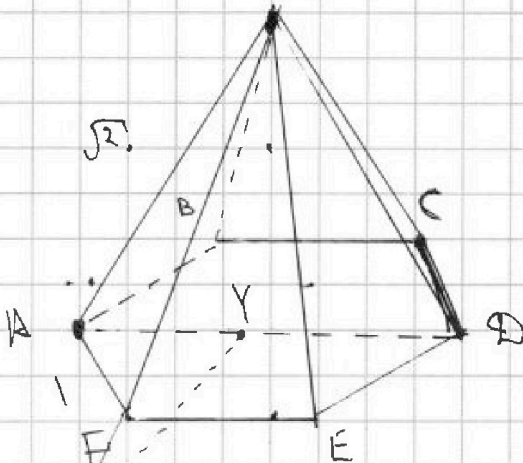


Дад. А:  
Вершина:  
1) Т.А: (BDC)

$$\frac{4 \cdot 360}{6} = 120$$

XY || (SAB)

XY || AS



$$\begin{array}{r} 180 \\ - 67 \\ \hline 113 \end{array}$$

$$\frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = 66 + n = 67 - n$$

$$67n - n^2 = 130n - 360$$

$$n^2 + 113 = 360$$

$$132, 132+2, 132+2 \cdot 2, 132+2 \cdot 3 \dots$$

$$S = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = n(66 + n - 1) = n^2 + 65n$$

$$n^2 + 65n = (n-2) \cdot 180$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

$$D = 115^2 - 360 \cdot 4$$

$$115^2 - 360 \cdot 4$$

$$5 \cdot 23^2 - 5 \cdot 36 \cdot 8$$

$$360 = 36 \cdot 10 = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$120 \cdot 3$$

$$\frac{40+18}{180 \cdot 2}$$

$$2417$$

$$115 \times 529$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ \hline 1035 \\ 2300 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \\ 2 \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$

$$n-2 = 180$$

$$45 \cdot 4$$

$$137n - 180n =$$

$$\begin{array}{r} -80 \\ -31 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2645 \\ - 228 \\ \hline 12417 \\ - 12417 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ \hline 1035 \\ 2300 \\ \hline 2645 \\ \times 36 \\ \hline 9810 \\ 26450 \\ \hline 2220 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot 25 + y \cdot 75 + z \cdot 125 = 45$$

$$x \cdot 25 + y \cdot 75 + z \cdot 125 = 45$$

$$25 \cdot x + 75 \cdot y + 125 \cdot z = 45$$

$$5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \rightarrow y = 2$$

$$2x + 2 + 3z = 5$$

$$2x + 2 + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -1 \rightarrow z = \frac{-1 - 2x}{3}$$

$$2x + 2 + 3z = 5$$

$$2x + 3 + 3z = 0 \rightarrow z = \frac{-2x - 3}{3}$$

$$13x^2 + 12x$$

$$28x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-12}{26} = \frac{-6}{13}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(\frac{1+2x}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 4x + 1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (3x^2 + 12 + 4x^2 + 4x + 1) = \frac{1}{3} (7x^2 + 4x + 13)$$

$$f'(x) = 14x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4}{7}$$

Ближайшие целые значения это -1 и 0

$$\left|1 - \frac{4}{7}\right| = \frac{3}{7}$$

$$\left|0 + \frac{4}{7}\right| = \frac{4}{7}$$

$$\frac{45}{9}$$

$x = -1$  ближе, значит, наим. знач. ... 46

$$\frac{1}{3} (7 - 4 + 13) = \frac{1}{3} (16) = \frac{16}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(n-2) \cdot 180^\circ$  - ~~сумма~~ сумма всех углов выпуклого  $n$ -угольника.

$$132 + \frac{(n-1) \cdot 2 \cdot n}{2} + (n-2) \cdot 180$$

$$(66 + (n-1))n = (n-2) \cdot 180$$

$$66n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

~~$$n^2 - 115n + 360 = 0$$~~

$$360 = 9 \cdot 4 \cdot 10 = 45 + 8 \quad \begin{matrix} 115 \\ = 5 \cdot 23 \end{matrix}$$

$$x+y=115$$

$$xy=360$$

~~$$x+y=115$$~~

~~$$xy=360$$~~

$$D = 115^2 - 4 \cdot 360 = 529 - 1440$$

$= 5$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x^2 + y^2 + z^2$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x \ln(5 \cdot 5) + y \ln(5 \cdot 15) + z \ln(5 \cdot 25) = \ln(5 \cdot 9)$$

$$2x \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 15 + 3z \ln 5 = \ln 5 + \ln 9$$

$$2x \ln 5 + 2y \ln 5 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = \ln 5 + 2 \ln 3$$

$$2ax + 2ay + by + 3az = a + 2b$$

~~180~~  
~~65~~  
~~115~~  
~~87~~  
~~57~~  
~~49~~  
~~35~~  
~~35~~  
~~25~~  
~~3249~~

~~360~~  
~~2889~~  
~~115~~  
~~415~~

~~23~~  
~~23~~  
~~69~~  
~~6~~  
~~529~~  
~~25~~