



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + db = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + db = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 - db = 2b$$

$$\cancel{a_5} + (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3 \\ \underline{x^4 + x^2} \\ 3x^3 + 3x^2 + 2x + 3 \\ \underline{-2x - 2} \\ -2x - 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \right.$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + d = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_9 - a_3 = a_1 + db - a_1 - db = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6b = 3x^2 - 3x - 3 \quad 2b = x^2 - 3x - 1$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 + 2b = 2b$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{x^4 + 2x^3} \\ 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \\ 7x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 12x + 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 -$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array} \right. \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

Ответ: $x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $4y + 8x$
 y

$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$

$\begin{cases} -1 \leq y \leq 1 \\ x+1 \geq y \\ x-1 \leq y \\ x+1 \geq y \end{cases}$

$\begin{array}{r|l} x & 0 & 3 \\ y & -1 & 0 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} x & 0 & 3 \\ y & 1 & 2 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -1 & 2 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 4 \end{array}$

\max_x и \max_y удовлетворяющие условиям -
находятся координатами точки A

$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 = y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$

$x + 3 = -3 + 9x$

$6 = 8x \quad x = \frac{3}{4}$

$y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$

$\frac{x}{3} + 1 = -1 + 3x$

$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}; \quad p, q - \text{простые числа}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 45q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad \text{Так как } m+n = a$$

$$a(a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad a, a-9 - \text{соседние числа}$$

$$\text{Если } a=13, \text{ то } a-9=p^2 \quad 4=p^2 \Rightarrow p=2 \quad 2 - \text{простое число } \checkmark$$

$$\text{Если } a=p, \text{ то } a-9=13p \quad p-9=13p \quad -9=12p \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=13p, \text{ то } a-9=p \quad 13p-9=p \quad 12p=9 \quad p=\frac{3}{4} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=p^2, \text{ то } a-9=13 \quad p^2-9=13 \quad p^2=22 \quad p=\sqrt{22} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то } a-9=13p^2 \quad a-9=-8 \quad \text{не подходит}$$

$$m+n=13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = n \cdot m(m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1 \quad n \cdot m \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m = 5 \cdot 3 \cdot q = 30$$

$$45q^2:2, 45 \cdot 2 \Rightarrow q^2:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow$$

q - простое число

$$\Rightarrow q=2$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ 30 + n = 13 \end{cases}$$

$$m_1 = 13 - n_1 = 3$$

$$m_2 = 13 - n_2 = 10$$

$$30 + n^2 = 13n$$

$$D = 169 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13 + 7}{2} = 10$$

$$n_2 = \frac{13 - 7}{2} = 3$$

Ответ: $(m, n) = (3, 10); (10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta YMC: YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\angle AYE = \alpha$$

$$CM^2 = MC^2 + YM^2 - 2 \cos \alpha \cdot YC \cdot YM = 576 + 400 - 840 = 976 - 640 = 336$$

$$CM = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$ZM \parallel AK$

$MB = MC$

$ZM \perp AB = Z$

$ZM \perp AC = Y$

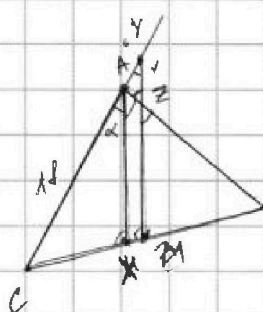
$AC = 14$

$AZ = 6$

$YZ = 4$

$BC = ?$

AH - биссектриса
 $AH \perp BC = H$
т.е. $\angle CAH = \alpha$



$\angle XAZ = \angle BZM = \alpha$
 $\angle AYZ = \angle CAH = \alpha$
 $AX \parallel MZ$
 AY - средняя
 $\angle CAH = \angle AYZ$

$\angle AZY = \angle MZB \rightarrow \angle AZY = \angle AYZ = \alpha$
(Результат) $\Rightarrow \triangle AZY \sim \triangle AYZ \Rightarrow AZ = AY = 6$

$-2 \cos \alpha \cdot AZ \cdot YZ + AY^2 + YZ^2 = AZ^2$

$-6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 36 + 16 = 36$

$64 = 6 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$

$4 = 6 \cos \alpha$

$\frac{2}{3} = \cos \alpha$

1) $\angle B$ - острый $\Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle ABX$
 $\angle BZM = \angle BAX$

2) $\angle C$ - острый $\Rightarrow \triangle CAH \sim \triangle CMY$
 $\angle CAH = \angle CMY$

3) $\frac{AX}{YZ+ZM} = \frac{AC}{CA+AY} = \frac{XC}{CX+XM}$ $\frac{AX}{6+2M} = \frac{14}{24} = \frac{CX}{CX+XM}$ т.е. $MB = X$
 $MC = X$

$\frac{AX}{6+2M} = \frac{14}{24} = \frac{X-XM}{X}$

$14X = 24X - 24XM$ $24XM = 10X$

$4XM = X$

$24AX = 144 + 142M$

$4AH = 24 + 32M$ $AM = 6 + \frac{3}{4}ZM$

4) $\frac{BZ}{BZ+YZ} = \frac{BM}{BM+XM} = \frac{ZM}{AX}$

$\frac{BZ}{BZ+YZ} = \frac{X}{X+XM} = \frac{ZM}{AH}$

$\frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{6 + 2M} = \frac{4XM - XM}{4XM}$

1) $\frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{6 + 2M} = \frac{3}{4}$

$\frac{4XM}{4XM + XM} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$

2) $\frac{4}{5} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$

1) $24 + 32M = 24 + 3M$

2) $24 + 3ZM = 5ZM$
 $24 = 2ZM$ $ZM = 12$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^2 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ y, x &\geq 0 \\ 6-y &\geq 0 \quad 6 \geq y \end{aligned}$$

$$1) (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}}_{\neq 0} \rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$2) \text{ § } \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1+x) - x(1+x) \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \end{cases}$$

$$\text{§ } \text{пусть } x+1 = a, 6-x = b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a - 4ab + b - 25 = -22\sqrt{ab}$$

$$x+1 - 24 - 20x + 4x^2 + 6-x - 25 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^2 - 20x - 42 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 10x - 21)^2 = -11\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 2 \cdot 20x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 995x + 507 = 0$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1467 = 0$$

$$\text{§ } (2x^2 - 10x)^2$$

$$\text{Order: } x = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\frac{5x+6-y^2}{6x+6-yx-y} = \frac{x-yx-y^2-y}{6+5x-y^2}$$

~~$x+1 = 6-y$~~

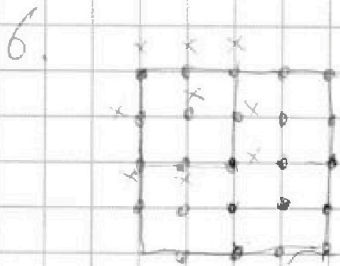
$x \geq 1$
 $y \leq 6$
 $6+5x-y^2 \geq 0$

6.

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$x+1+6-y-24-20x+4y^2-25 = 2(\sqrt{(x+1)(6-y)} - 10\sqrt{6+5x-y^2})$$

$$4y^2 - y - 19x - 42 = 2$$



14

~~$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 = 9 \times 86 = 90 + 36 = 126$~~
 $+ 9$
 $9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 =$

-1

$$\begin{array}{l} a_3 = 0 \\ (1-2)^2 = 1 \\ \frac{8+3}{6+5} \end{array}$$

$b = 0,5$
 $a_1 = -1$
 $3+1=4$
 $b = 0,5$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & +4 & +3 & -2 & +4 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & & \\ -4 & 1 & 0 & 3 & \\ 1 & 1 & 5 & 8 & -6 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 6 \end{array}$$

$4-2\sqrt{3}-6+4,5\sqrt{3} = -2$
 $3-6\sqrt{3}+3-3\sqrt{3} \quad 6+4,5$
 $12-9\sqrt{3} = 7,6$
 $9-6\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}-2 \quad 10-4\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1	9	8	940	+ 900
2	1	0	-820	
3	1	-6	-10	-300
3	1	-3	-18	
2	1	-2	-18	
4	1	-10	30	
5	1	-9	18	
5	1	-1	-5	
15	1	19		
6	1	0	-10	
10	1	4	30	300
15				

$$(n-3) / (n^3 - 6n^2 - 10n - 300) = 0$$

$$(n-3)(n-10)(n^2 + 4n + 30) = 0$$

$$16 - 120 < 0$$

$$n = 3, 10$$

$$m = \frac{30}{n} = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10); (10, 3)$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4} \cdot 2m}{8 + 2m} = \frac{2 \cdot 10 - 10}{4 \cdot 10}$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4} \cdot 2m}{4 \cdot 10} = \frac{2m}{6 + \frac{3}{4} \cdot 2m}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{2m}{6 + \frac{3}{4} \cdot 2m}$$

$$A \frac{f}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\cos \alpha$$

$$d^2 = x^2 + d^2 - 2 \cdot 6 \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$0 = d^2 - 2 \cdot 6 \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$d = 2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{4}{6} = \cos \alpha$$

$$\frac{1}{3} = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{9}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{9}{9} - \frac{16}{9}} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{x \cdot 10}{64} = \frac{44}{80}$$

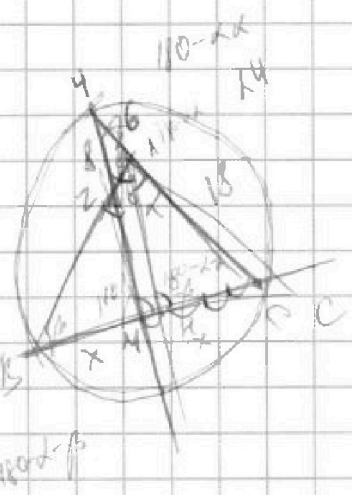
$$15x = 24x - 24MH$$

$$6x = 24MH \quad x = 4MH$$

$$24MH = 144 + 12 \cdot 2m$$

$$4MH = 24 + 3 \cdot 2m$$

$$MH = 6 + \frac{3}{4} \cdot 2m$$



$$\frac{24 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 2}{3} = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\frac{24 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 2}{3} = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\frac{8 \cdot 20 \cdot 4 = 640}{80} = 8$$

$$\frac{14}{12} = \frac{9}{96} = \frac{1}{10} = \frac{586}{586}$$

$$\frac{AH}{YZ + BM} = \frac{AC}{YA + BC} = \frac{KC}{KC + HK}$$

$$\frac{BZ}{RZ + 6} = \frac{BM}{BM + MN} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\frac{AH}{8 + 2m} = \frac{18}{24} = \frac{x - MH}{x}$$

$$\frac{BZ}{12 + 6} = \frac{x}{x + MH} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\frac{336}{336} = \frac{112}{112} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{336}{168} = \frac{2}{2} = \frac{42}{42} = \frac{21}{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 - 40x^3 - 84x^2 + 420x + 888 + 605x - 141x^2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-3 \\ \hline -4x^4 + 12x^3 & 4x^4 \\ \hline -28x^3 - 105x^2 & -12x^3 \\ -28x^3 - 84x^2 & -21x^2 \\ \hline -21x^2 + 1025x & -21x^2 \\ -21x^2 + 63x & -21x^2 \\ \hline -105x + 908 & \\ -84x + 908 & \\ \hline 21 & \end{array}$$

$$\frac{81}{x-3} = \frac{63}{1}$$

$$\frac{421}{x-5} = \frac{1025}{1}$$

$$\frac{605}{1} = \frac{1025}{1}$$

$$\frac{141}{1} = \frac{1025}{1}$$

$$\frac{24}{1} = \frac{1025}{1}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-1 \\ \hline -4x^4 + 4x^3 & 4x^4 \\ \hline -36x^3 + 105x^2 & -4x^3 \\ -36x^3 + 36x^2 & -36x^3 \\ \hline -141x^2 + 1025x & -141x^2 \\ -141x^2 + 141x & -141x^2 \\ \hline 884x + 1168 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l}
 4 & -40 & -105 & +1025 & +1164 \\
 1 & 4 & -36 & -141 & 884 \\
 -1 & 4 & -44 & 61 & +964 \\
 3 & 4 & -28 & -189 & \\
 -3 & 4 & -52 & -51 & \\
 \hline
 388 & 4 & 1546 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 \times 21 \\
 \hline
 84
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 \times 709 \\
 \hline
 562
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1015 \\
 -587 \\
 \hline
 428
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 509 \\
 \hline
 56
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 156 \\
 -105 \\
 \hline
 51 \\
 \times 32 \\
 \hline
 1556
 \end{array}$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x$$

$$4x^4 - 40x^3 - 705x^2 + 1025x + 1164 \quad | \quad x-388$$

121.6

3x3 9

$$\begin{array}{r|l}
 1188 & 3 \\
 388 & 388
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \times 18 \\
 \hline
 119 \\
 +19 \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x + 508 & x-6 \\
 \hline
 4x^4 - 4x^3 & \\
 \hline
 -36x^3 + 5x^2 & \\
 -36x^3 + 36x^2 & \\
 \hline
 -31x^2 + 48x & \\
 -31x^2 - 31x & \\
 \hline
 506x + 508 &
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$
 $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$
 $B = m^2n + mn^2 - 3mn = 25q^2$

$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n : 13; p$
 $(m+n)^2 - 9(m+n) : 13; p$
 $(m+n)(m+n-9) : 13; p; 1; p; m+n : 13$

$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1$
 $m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$

$m+n = a$
 $a + (a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1$
 $2a - 9 = 13 \cdot p \cdot p$

$2a = 13, 50$
 $2a = 16p, 70$
 $m+n = 13$

$2a = 13, 50$
 $2a = 16p, 70$
 $p \cdot p = 21, p = 2$
 $p = (13p - 9)$
 $p \cdot 14p = 9, 4p = 3, p = \frac{3}{4}$

$2a = 13, 50$
 $2a = 16p, 70$
 $p^2 - 9 = 13$
 $p^2 = 22, x \in \mathbb{R}$

$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$
 $m = 5$
 $m \cdot n \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$
 $m \cdot n \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$
 $30 = m \cdot n$
 $100 + 188, 268$

$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n}, 9n = 52$
 $900 + 30n^2 + 20n^2 + n^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $n^4 - 9n^3 + 4n^2 - 240n + 900 = 0$
 $n = 1, 1, 3, 30$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n}, 9n = 52$
 $900 + 30n^2 + 20n^2 + n^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $n^4 - 9n^3 + 4n^2 - 240n + 900 = 0$
 $n = 1, 1, 3, 30$

$(m+n)(m+n-9) = 52$
 $m \cdot n = 30$
 $m = \frac{30}{n}$
 $(\frac{30}{n} + n)(\frac{30}{n} + n - 9) = 52$

$\frac{900}{n} + 30$
 $\frac{100}{n} - 84$
 16

$2x^4 - 20x^3 - 42x^2 + 100x^2 - 20x^3 + 210x + 441 + 210x +$
 $30 = m \cdot n$
 $100 + 188, 268$

50×3
 $900 \mid 2 \quad 189 \mid 3$
 $450 \mid 2 \quad 94 \mid 3$
 $225 \mid 3$
 $45 \mid 5$
 $9 \mid 3$
 $3 \mid 3$
 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3x+3$ $(x^2+2x)^2$ $3x^2$

$3x+3 + \frac{2x}{x^2+2x} = (x^2+2x)^2$

$b = \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2}$

$3x^2-3x-3 = 3x^4+12x^3+12x^2-9x-9$

$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6$
 $(x+1)(3x^2+9x^2-6)$
 $(x+1)^2(x)$

3	12	9	-6	-6
1	3	15	24	18
-1	3	9	10	6
-1	3	6	-6	0

$4y+8x$
 $|x-3y| \leq 3$
 $|3x-y| \leq 1$

$-3 \leq x-3y \leq 3$
 $-1 \leq 3x-y \leq 1$

$x-3y \leq 3$
 $x-3y \geq -3$
 $3x-y \leq 1$
 $3x-y \geq -1$

$x-3 \leq 3y$
 $\frac{x}{3}-1 \leq y$
 $3x-1 \leq y$
 $3x+1 \geq y$

$x+3 \geq 3y$ ①
 $\frac{x}{3}+1 \geq y$ ②
 $3x-1 \leq y$ ③
 $3x+1 \geq y$ ④
 $\frac{x}{3}-1 \leq y$ ⑤

4	40	5	4	5	5000
-13	4	12	-112		
-3	4	28	-29		
-1					
1					
3					

$3x-1 = \frac{x}{3} + 1$
 $9x-3 = x+3$
 $8x = 6$
 $x = \frac{3}{4}$
 $y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$
 $y = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$

$5+6=11$

1224
 625-25
 600

12
 194
 10
 112

12
 194
 10
 112

12
 194
 10
 112

12
 194
 10
 112



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 - y^4) + (5x^2 - 5y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$y, x \geq 0$

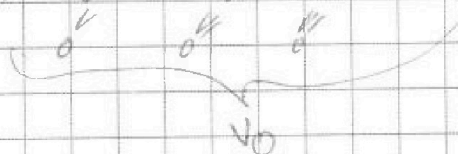
$$(x^2 + y^2)(x - y)(x + y) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 5(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$x^2 =$$

$$25(6 + x^2) - x(1 + x)$$

$$6(1 + x) - x(1 + x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(1+x)}$$

$$a = x+1$$

$$b = 6-x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a^2 + 11\sqrt{ab} + b = 4ab + 25$$

$$\frac{(x+1)(6-x)}{6x}$$

$$11\sqrt{ab} = a + b - 4ab + 25$$

$$x+1 + 6 - x + 4(6+5x-x^2) + 25$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 32 = 11\sqrt{6x}$$

$$a + b + 5 = 2ab$$