



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

⇓

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = x^2(x^2 + 4x + 4) & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (1): \quad a_1 + 8d - (a_1 + 2d) = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

подставим в (1) $a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

подставим в (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что при $x = -1$ $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x -$

$$-2 = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$x = -1$ — корень уравнения.

Теперь разложим уравнение по м. Безу:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\
 - x^4 + x^3 \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 \\
 - 3x^3 + 3x^2 \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 - -2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 x+1 \\
 \hline
 x^3 + 3x^2 - 2
 \end{array} \right.
 \quad (x = -1 - \text{корень})$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$x = -1$ является корнем $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

$$(x^3 + 3x^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0)$$

Разложим $x^3 + 3x^2 - 2$ по т. Безу.

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 - x^3 + x^2 \\
 \hline
 2x^2 - 2 \\
 - 2x^2 + 2x \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 - -2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 x+1 \\
 \hline
 x^2 + 2x - 2
 \end{array} \right.$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x = -1 \quad x = -1$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

Ответ: $x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3} = -1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

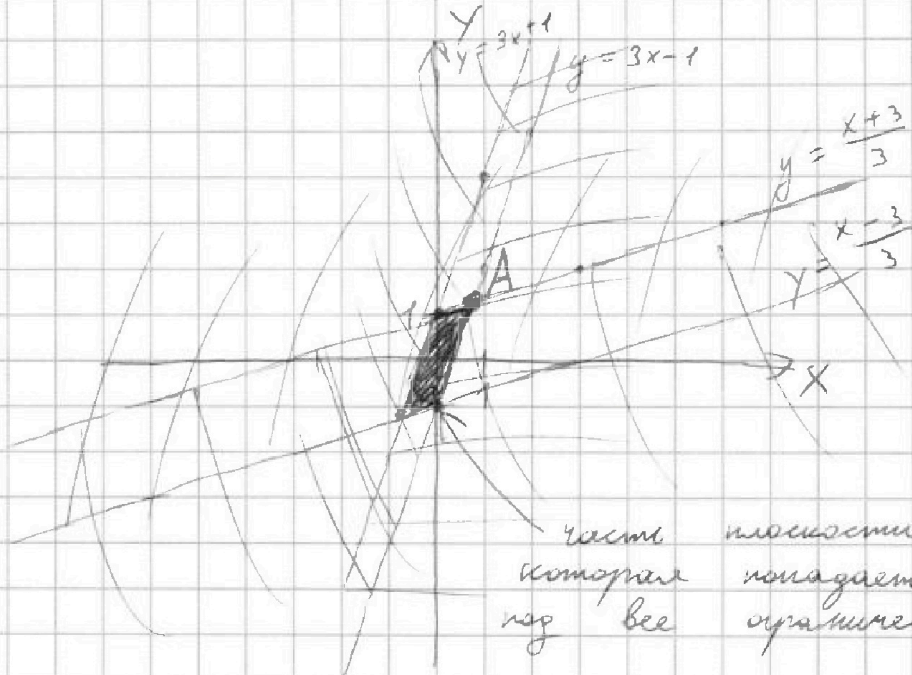
w2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$4y + 6x \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \\ y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

Отобразим эти ограничения на координатной плоскости



Заметим, что у закрашенной части плоскости точка максимума x и максимума y совпадет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дает и находится в т. А. (в любой другой точке принадлежащей закрашенной части плоскости одновременно и X и Y меньше чем в т. А \Rightarrow в т. А будет максимум $4y + 8x$ т.к эта функция неотрицательно зависит от обеих переменных).

т. А - точка пересечения $y = 3x - 1$ и

$y = \frac{x+3}{3} \Rightarrow$ находится т. А:

$$3x - 1 = \frac{x+3}{3}$$

$$2\frac{2}{3}x = 2$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3-3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right) \quad x_{\max} = \frac{3}{4} \quad y_{\max} = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: максимальное значение $4y + 8x$ при данных ограничениях 11.

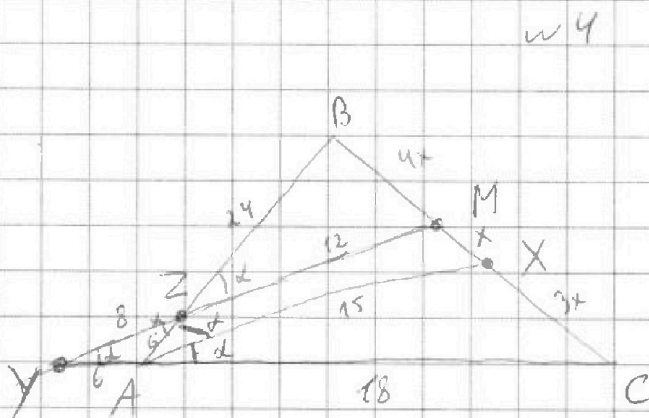
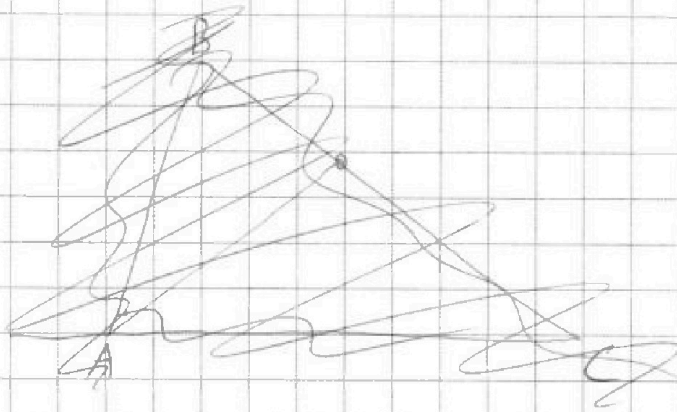


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BM = MC$$

$$AX - \text{биссектриса}$$

$$ZM \parallel AX$$

$$BC = ?$$

$$1) \angle BAX = \angle XAC = \alpha$$

(AX - биссектриса)

$$\angle BZM = \angle BAM = \alpha$$

(ZM \parallel AX; соответственные)

$$\angle BZM = \angle YZA = \alpha$$

(вертикальные)

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$$

(смежные)

$$\angle ZYA \stackrel{\parallel}{=} 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha$$

(по сумме углов в Δ)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\Delta YAZ - \text{равнобедренный} \\ &(\angle ZYA = \angle AZY = \alpha) \\ &\Downarrow \\ &ZA = YA = 6 \end{aligned}$$

2) по м. Менелая

$$\begin{aligned} \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} &= 1 \\ 1 \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} &= 1 \quad \left(CM = MB \Rightarrow \frac{CM}{MB} = 1 \right) \\ &\Downarrow \\ BZ &= 24 \end{aligned}$$

3) $\Delta BZM \sim \Delta BAX$
($\angle B$ - общий; $\angle BZM = \angle BAX = \alpha$)

$$\frac{ZM}{AX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \frac{BM}{BX}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ ZM &= 4y \quad AX = 5y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ BM &= \frac{1}{2} BC \quad (\text{по усл. } CX = CM) \\ &\Downarrow \\ BX &= x \end{aligned}$$

4) $\Delta YMC \sim \Delta AXC$
($\angle MYA = \alpha = \angle XAC$; $\angle C$ - общий)

$$\frac{XA}{YM} = \frac{XC}{CM} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ CX &= CM - BX = \\ &= 4x - x = 3x \\ &(\text{CM} = \frac{1}{2} BC = 4x) \end{aligned}$$

$$\frac{5y}{4y+8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 20y = 12y + 24$$

$$\begin{aligned} y &= 3 & AX &= 15 \\ ZM &= 12 & YM &= 20 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) По теореме косинусов для $\triangle YAZ$

$$AZ^2 = YZ^2 + AY^2 - 2 \cdot YZ \cdot AY \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$36 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~6) По теореме косинусов для $\triangle AXC$~~

~~$$XC^2 = AX^2 + AC^2 - 2 \cdot AX \cdot AC \cdot \cos \alpha$$~~

~~$$9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$$~~

~~$$9x^2 = 225 + 324 - 360$$~~

6) По теореме косинусов для $\triangle YMC$

$$MC^2 = 400 + 576 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3}$$

$$MC^2 = 376 - 640$$

~~MC = 20~~

~~BC = 24~~

$$MC = \sqrt{336}$$

$$BC = 2\sqrt{336}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Заметим, что у большинства раскрасок 4 способа получения (без поворота, с поворотом на 30° , с поворотом на 180° , с поворотом на 270°), но если учесть x и y , то у которых 2 способа получения. Т.к. центр квадрата не движется при повороте, то все рисунки (раскраски) симметричны относительно центра квадрата, будут иметь лишь 2 способа получения (без поворота и с поворотом на 90°), т.к. если повернуть на 180° , то эта раскраска будет такой же как и без поворота. (пары симметричных узлов 40, т.к. всего узлов 81 и все края центрально-полюс составят в симметричных парах \Rightarrow пар 40).

$$\text{Всего способов раскрасок} = \binom{81}{2} = \frac{81!}{79!2!} = 3240$$

из них 3200 способов для раскраски итегов и 40 способов для раскраски итегов 2 способа получения

$$\text{Эквивалентная раскрасок} = \frac{3200}{4} + \frac{40}{2} = \underline{\underline{820}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + d \cdot 2 = 3x + 3 \\ a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 324 + 225 - 2 \cdot 16 \cdot \frac{5}{3} \\ - 36 \cdot 360 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 + 4x + 4) \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 = 3(x^2 - x - 1)$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\Downarrow \\ a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4 = -(x^2 - 4x - 4)$$

$$\cancel{-x^2 + 4x + 6 + 4x^2 - 4x - 12 = 3x^2}$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{при } x = -1 \quad x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

\Downarrow
 $x = -1$ - корни уравнения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\
 - x^4 + x^3 \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 \\
 - 3x^3 + 3x^2 \\
 \hline
 0 + 2x - 2 \\
 - 2x + 2 \\
 \hline
 -0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 |x+1 \\
 \hline
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\
 = x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 = \\
 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\
 &= (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 - x^3 + x^2 \\
 \hline
 2x^2 - 2 \\
 - 2x^2 + 2x \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 - 2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$x = -1$ $D = 4 + 8 = 12$ $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

$$\begin{array}{l}
 |x+1 \\
 \hline
 x^2 + 2x - 2 \\
 (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = \\
 = x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + \\
 + 2x - 2 = x^3 + 3x^2 - 2
 \end{array}$$

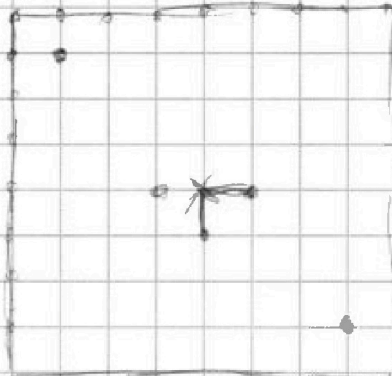
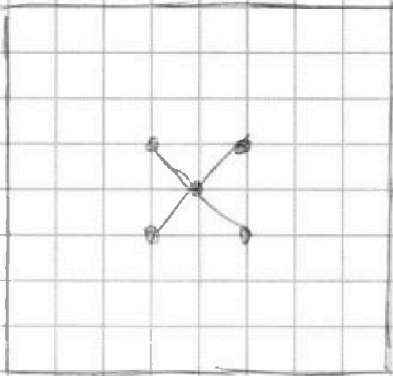


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.

$$C_{81}^2 = \frac{81!}{2! \cdot 79!} = \frac{81 \cdot 80}{2} = 3240$$

$$\begin{array}{r} 63-3 \\ \underline{32} \\ + 126 \\ \underline{189} \\ 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 4 \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3200 \overline{) 4} \\ \underline{1800} \\ 800 \end{array}$$

из них, 40 - 2 см.

$$\begin{array}{r} 2016 - 32 = 1984 \\ \underline{32} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1984 \overline{) 4} \\ \underline{16} \\ 38 \end{array} \quad 4 \text{ см.}$$

1984

$$x+1 + 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-4y^2} \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$y^4 - x^4 + 5(y^2 - x^2) + \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0$$

$$(y^2 - x^2) \cdot (y^2 + x^2) + 5(y^2 - x^2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) = (x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y) = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(x + y) \cdot (x^2 + y^2)}$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) / (x + y)$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)^2$$

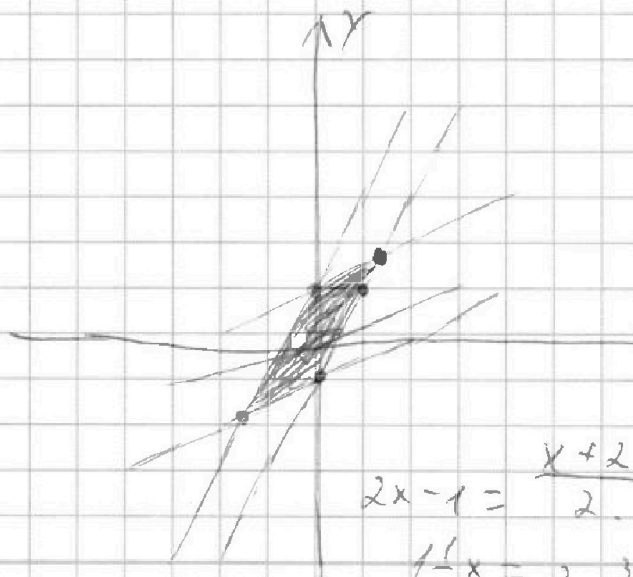
~~$$(x^2 - y^2) - (x^2 + y^2)^2 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$~~

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & y = \frac{x-2}{2} \\ x - 2y \geq -2 & y = \frac{x+2}{2} \\ 2x - y \leq 1 & y = 2x - 1 \\ 2x - y \geq -1 & y = 2x + 1 \end{cases}$$



$$2x - 1 = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = 2 \quad y = \frac{1}{3}$$

$$2x - 1 = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \quad \frac{3}{2}x = 2$$

$$\frac{2-6}{3} + 3 = \frac{1}{3} = 5$$

$$y = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4y + 8x &\rightarrow \max \\ 4(y + 2x) &\rightarrow \max. \end{aligned}$$

(1): $|x - 3y| \leq 3$
 $-3 \leq x - 3y \leq 3$

(2): $|3x - y| \leq 1$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 & y \geq 3x - 1 \\ 3x - y \geq -1 & y \leq 3x + 1 \\ x - 3y \leq 3 & y \geq \frac{x-3}{3} \\ x - 3y \geq -3 & y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

$$3x - y \quad y + 1 \leq x \leq y + 1$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 5 + 6 = 11$$

$$2 \frac{2}{3} x = 2$$

$$\frac{8}{3} x = 2$$

$$\begin{aligned} 8x &= 6 \\ x &= \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x \rightarrow \max, 25x = 1$$

$$12y + 8 \rightarrow \max, x = \frac{9}{5}$$

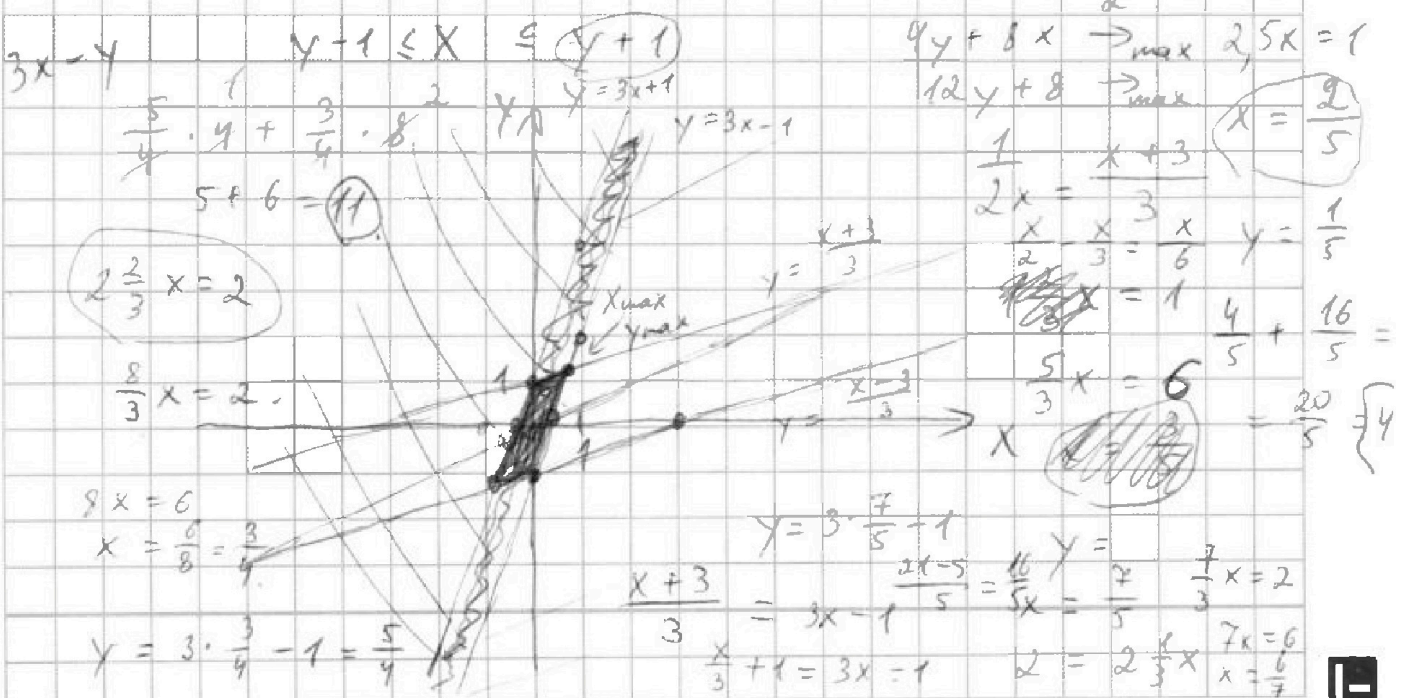
$$\begin{aligned} 2x &= \frac{x+3}{3} \\ \frac{2}{3}x - \frac{x}{3} &= \frac{x}{3} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{3}x &= 6 \\ x &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3 \cdot \frac{7}{5} - 1 \\ \frac{x+3}{3} &= 3x - 1 \\ \frac{x}{3} + 1 &= 3x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x &= 2 \\ x &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$2 = 2 \frac{1}{3} x \quad 7x = 6 \quad x = \frac{6}{7}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{5y}{3} = \frac{3}{4}$
 $8+4y = 3$
 $8y = 24$
 $20y = 12y + 24$
 $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

$\frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$
 $\frac{CM}{MB} = \frac{BZ}{ZA} = \frac{YA}{YC} = 1$
 $\frac{BZ}{6} = \frac{YA+18}{6} = 1$
 $\frac{XC}{18} = \frac{BX}{6+BZ}$
 $BX = \frac{30}{18}XC$
 $BX = \frac{5}{3}XC$
 $\frac{BZ}{6} = \frac{6}{24} = 1$
 $BZ = 24$
 $6^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$
 $36 = 64 + 36 - 96 \cos \alpha$
 $96 \cos \alpha = 64$
 $\cos \alpha = \frac{64}{96} = \frac{32}{48} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 $225 + 324 - 360$
 $225 - 36$
 $\sqrt{336}$
 $9x^2 = 324 + AX^2 - 2 \cdot AX \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$
 $9x^2 = 324 + AX^2 - 24AX$
 $18^2 =$
 $AX^2 = 24AX + 324 - 9x^2$
 $24^2 = 4 \cdot 324 + 36x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - y^2 = t$$

$$(x-y)(x+y) = t$$

~~$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5$$~~

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 + y^2)t + 5t + \frac{t}{\sqrt{x+y}} = 0$$

$$t =$$

$$x+3 = y+3$$

$$t = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x^2 + y^2 + 5}$$

$$x^2 + 2x + 4 = y^2 + 2y + 4$$

$$(x-y)(x+y) + 2(x-y) = 0 \quad (x-y)(x+y+2) = 0$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6 - y = 2(6+5x-y^2) -$$

$$x=y \quad x = -y-2$$

$$-20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$20\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{6x-y-xy+6} = -2y^2 + 11x + 12 +$$

$$20(6+5x) \quad y \frac{-7+25}{+18}$$

$$\frac{t^2 + 4\sqrt{t}}{x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}} = \frac{y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}}{y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}} = -2y^2 + 11x + y + 30$$

$$x > 0 \quad y > 0$$

$$\sqrt{5x+6-x^2} = 5$$

$$5x+6-x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x=y$$

~~$$\frac{3}{4} - 6$$~~

$$9-24 = -15$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \right] \quad x^2 - 5x + \frac{45}{4} = 0 \quad D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$D = 324 - 4 \cdot 18 \cdot 4 = 36$$

$$\frac{1}{x+1} - 2\sqrt{(5x+6-x^2)} + 6-x = 2\sqrt{4 \cdot (6+5x-x^2)}$$

$$x+1 - 2t + 6-x = 4t^2 - 20t + 25 \sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

WS

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \end{cases} \quad (2)$$

$$(2): x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

003

$x > 0$

$y > 0$

$$x = y$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = \sqrt{(x+1)(6-x)} = t \quad t > 0$$

$$x+1 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 36$$

$$t_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{3}{2}, 1,5 \right]$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow |x^2 - 5x + 6| = 0$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 1,5$$

$$x^2 - 5x - \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2,5 \pm \sqrt{10}$$

Ответ:

$$\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$(2,5 + \sqrt{10}; 2,5 + \sqrt{10})$$

$$(2,5 - \sqrt{10}; 2,5 - \sqrt{10})$$

$$D = 25 - 12$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$