



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член арифм. прогрессии равен  $a_1$ , тогда

$$\text{второй член } a_2 = a_1 + k$$

$$\text{третий } a_3 = a_1 + 2k$$

$$\text{четвертый } a_4 = a_1 + 3k$$

$$\text{восьмой } a_8 = a_1 + 7k$$

Тогда рассмотрим разности данных членов арифметической прогрессии:

$$a_4 - a_2 = a_1 + 3k - (a_1 + k) = 2k$$

$$a_8 - a_4 = a_1 + 7k - (a_1 + 3k) = 4k \Rightarrow$$

$$a_8 - a_2 = a_1 + 7k - (a_1 + k) = 6k$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4; \quad (1)$$

$$\Rightarrow \cancel{3(a_4 - a_2)} = a_8 - a_4; \quad (2)$$

По условию:  $a_2 = 12 - 12x$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -6x^2$$

Подставим  $a_2$ ,  $a_4$ ,  $a_8$  в уравнение (1) и решим его:

$$2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x)) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 24 + 24x + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0$$

Замена:  $x^2 + 4x = t$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 = 36$$

$$t_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$t_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

1) при  $t = 2$ :

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

а) при  $x = -2 + \sqrt{6}$ :

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 12 + 24 - 12\sqrt{6} = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(4 - 4\sqrt{6} + 6) = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим  $a_2$ ,  $a_4$  и  $a_8$  в уравнение (2):

$$3(4 - 36 + 12\sqrt{16}) = -60 + 24\sqrt{16}$$

$$-96 + 12\sqrt{16} = -60 + 24\sqrt{16}$$

$$12\sqrt{16} = -36$$

Проверим  $\Rightarrow x = -2 + \sqrt{6}$

1) при  $x = -2 - \sqrt{6}$

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 12 + 24 + 12\sqrt{6} = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(2 + \sqrt{6})^2 =$$

$$= -6(4 + 6 + 4\sqrt{6}) = -60 - 4\sqrt{6}$$

Подставим  $a_2$ ,  $a_4$  и  $a_8$  в уравнение (2):

$$3(4 - 36 - 12\sqrt{6}) = -60 - 4\sqrt{6}$$

$$-96 - 36\sqrt{6} = -60 - 4\sqrt{6}$$

Проверим  $\Rightarrow x = -2 - \sqrt{6}$

2) при  $t = -4$ :

$$x^2 + 4x = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

при  $x = -2$ :

$$a_2 = 12 - 12 \cdot (-2) = 12 + 24 = 36$$

$$a_4 = (2^2 + 4(-2))^2 = (4 - 8)^2 = 16$$

$$a_8 = -6 \cdot 2^2 = -6 \cdot 4 = -24$$

Подставим  $a_2$ ,  $a_4$  и  $a_8$  в ур-е (2):

$$3(16 - 36) = -24 - 36$$

$$3(-20) = -60$$

$$-60 = -60$$

Значит  $x = -2$  подходит

Ответ:  $x = -2$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$= (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13) \Rightarrow \text{разность наших-то двух делителей числа } A \text{ равна } m - 2n + 13 - m + 2n = 13$$

④ Рассмотрим случай, когда  $A = 17p^2$ . Тогда рассмотрим все возможные разности делителей числа  $A$  и попробуем приравнять их к 13 — необходимой нам разности.

а)  $17p^2 - p = 13$   
 $17p^2 - 14$   
 $p \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$   
 не подходит

б)  $17p - p = 13$   
 $16p = 13$   
 $p \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

в)  $17 - p^2 = 13$   
 $p^2 = 4$   
 $p = 2$  — подходит  
 $p = -2$  — не у-т условию, так  $p$  — простое, натуральное число

г)  $p^2 - 17 = 13$   
 $p^2 = 30$   
 $p \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

д)  $p - 17p = 13$   
 $-16p = 13$   
 $p \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

е)  $1 - 17p^2 = 13$   
 $17p^2 = -12$   
 $p \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

Такими образом, нам подходит вариант, когда больший делитель числа  $A$  равен 17, а меньший равен  $p^2 = 2^2 = 4$ , т.е.  
 $m - 2n = 4$        $m - 2n + 13 = 17$   
 $m = 2n + 4$

$$\text{Тогда } B = mn(m - 2n - 2) = (2n + 4)n(2n + 4 - 2n - 2) =$$

$$= (2n + 4) \cdot 2n = 4n^2 + 8n = 4n(n + 2) = 15q^2$$

так  $q$  — простое  $\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$   
 $q = -2$  — не у-т условию

$$n(n + 2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5$$

$$\Rightarrow m = 2 \cdot 3 + 4 = 10 \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{matrix} m = 10 \\ n = 3 \end{matrix}}$$

Продолжим на след. странице.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Рассмотрим случай, когда  $A = 15q^2$ . Тогда рассмотрим все возможные разности делителей числа  $A$  и попытаемся угадать их и 13 - кратной или разности:

а)  $15q^2 - 1 = 13$   
 $15q^2 = 14$   
 $q^2 \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

б)  $5q^2 - 3 = 13$   
 $5q^2 = 16$   
 $q^2 \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

в)  $3q^2 - 5 = 13$   
 $q^2 = 6$   
 $q^2 \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

г)  $q^2 - 15 = 13$   
 $q^2 = 28$   
 $q^2 \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

д)  $5q - 3q = 13$   
 $2q = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

е)  ~~$15q - q = 13$~~   
 $14q = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

ж)  $1 - 15q^2 = 13$   
 $15q^2 = -12$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

з)  $3 - 5q^2 = 13$   
 $5q^2 = -10$   
 $q^2 = -2$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

и)  $5 - 3q^2 = 13$   
 $3q^2 = -8$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

к)  $15 - q^2 = 13$   
 $q^2 = 2$   
 $q^2 \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

л)  $3q - 5q = 13$   
 $2q = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

м)  $q - 15q = 13$   
 $-14q = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$   
 не подходит

Таими образом,  $A$  не может быть равно  $15q^2$ .  
 Значит единственной подходящей парой чисел  $(m, n)$  является пара  $(10, 3)$

Ответ:  $(10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

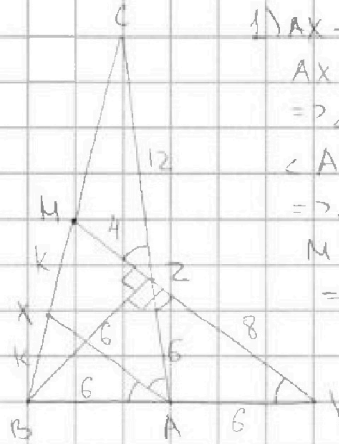
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$   
 $AX$  - биссектриса  
 $MY$  - медиана  $BC$   
 $прямая AM \parallel AX$   
 $T \in AC$   
 $AT \perp AC = TZ$   
 $AT \perp AB = TY$   
 $AC = 18$   
 $AZ = 6$   
 $YZ = 8$



Решение:

1)  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \angle BAX = \angle XAZ$   
 $AX \parallel MY, AC$  - секущая  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle XAZ = \angle YZA$   
 $\angle AZY$  и  $\angle MZC$  - верт.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle MZC$   
 $MY \parallel AX, BY$  - секущая  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle ZYA = \angle XAB$  (соотв.)  
~~Тогда имеем:~~  
 $\angle BAX = \angle XAZ = \angle AZY =$   
 $= \angle MZC = \angle ZYA$

2) ~~AC=18~~  $AC=18$  |  $\Rightarrow CZ = AC - AZ = 12$   
 $AZ = 6$

4) Рассмотрим  $\triangle AZY$ :  $\angle AZY = \angle ZYA \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \triangle AZY$  - равнобедренный  $\Rightarrow AZ = ZY = 6$   
 3) Рассмотрим  $\triangle CZM$  и  $\triangle CAX$ :  
 $\angle CZM = \angle CAX$  (по 1))  $\Rightarrow \triangle CZM \sim \triangle CAX \Rightarrow$   
 $\angle C$  - общий (по 2 углам)  
 $\Rightarrow \frac{MC}{XC} = \frac{CZ}{CA} = \frac{MZ}{XA} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{MC}{XC} = \frac{2}{3} \Rightarrow XC = \frac{3}{2} MC$   
 $\Rightarrow \frac{MZ}{XA} = \frac{2}{3} \Rightarrow XA = \frac{3}{2} MZ$

5) Рассмотрим  $\triangle MYB$  и  $\triangle XAB$ .  
 $\angle MYB = \angle XAB$  (по 1))  $\Rightarrow \triangle MYB \sim \triangle XAB \Rightarrow$   
 $\angle B$  - общий (по 2 углам)  
 $\Rightarrow \frac{MY}{XA} = \frac{YB}{AB} = \frac{MB}{XB} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{MZ+8}{\frac{3}{2} MZ} = \frac{6+AB}{AB} = \frac{MC}{2MC-XC} = \frac{MC}{2MC-\frac{3}{2}MC} = \frac{MC}{\frac{1}{2}MC} = 2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{MZ+8}{\frac{3}{2} MZ} = 2 \Rightarrow MZ+8 = 3MZ \Rightarrow MZ=4 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MY = MZ + ZY = 4+8=12 \Rightarrow \frac{12}{XA} = 2 \Rightarrow XA=6$   
 $\frac{MY}{XA} = 2$   
 $\Rightarrow \frac{6+AB}{AB} = 2 \Rightarrow AB=6$

Продолжение на след. странице



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MB}{XB} = 2 \Rightarrow MB = 2XB = XM + XB \Rightarrow XM = XB$$

~~Рассм.  $XM = XB = a$~~

Обозначим  $XM = XB = k \Rightarrow MB = 2k \Rightarrow BC = 2MB = 4k$

6) Рассм.  $\Delta BZY$  - вписан в окр-ть с центром в т. А, с радиусом  $BA = ZA = YA \Rightarrow BY$  - диаметр  $\Rightarrow \Delta BZY$  - п/у,  $\angle BZY = 90^\circ$  (т.к. треугольник, описанный на диаметр описанной окружности - прямоугольный).

7)  $\angle MZB = 180^\circ - \angle BZY = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

8) Рассм.  $\Delta BZY$  - п/у. По т-ме Пифагора:  
 $BZ = \sqrt{BY^2 - ZY^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80}$

9) Рассм.  $\Delta BZM$  - п/у. По т-ме Пифагора:  
 $BM = \sqrt{MZ^2 + BZ^2} = \sqrt{16 + 80} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} = 2k \Rightarrow k = 2\sqrt{6} \Rightarrow BC = 4k = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$

Ответ:  $BC = 8\sqrt{6}$



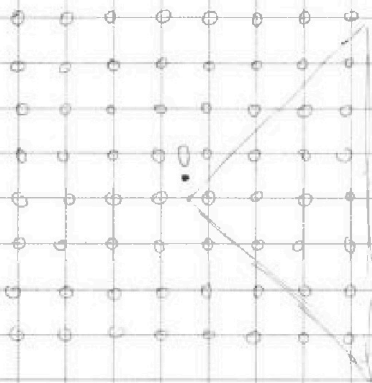


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Количество способов выбрать 2 узла (без учета поворотов) равно  $C_2^{3 \cdot 3} = C_2^{64} = \frac{64!}{2! \cdot (64-2)!} = \frac{63 \cdot 64}{2} = 63 \cdot 32$ .

Рассмотрим прицельным, отмеченный на рисунке для всех узлов, находящихся внутри него можно найти ~~один~~ узел, симметричный данному относительно т.О - центра квадрата. Расстояние 2 между точками мы получим

расстояние, которое через 2 поворота переходит в себя  $\times 2$ . Значит она была учтена 2 раза. Этого пар точек, учтенных два раза будет 16. Остальные пары будут учтены по 4 раза.  $63 \cdot 32 - 16 \cdot 2 = 62 \cdot 32$  - число пар точек, учтенных 4 раза, умноженное на 4. Тогда, если все умножить на 4, получим

$$\frac{62 \cdot 32}{4} + 16 = 62 \cdot 8 + 8 \cdot 2 = 8 \cdot 64 = 8^3 = 512$$

Ответ:  $8^3 = 512$

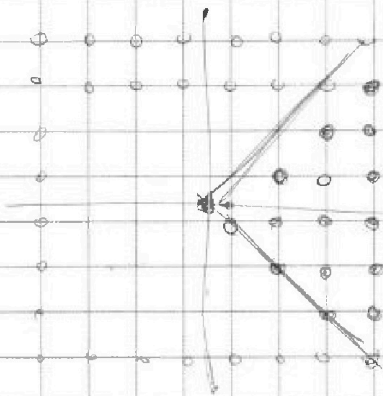


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ 2 \_  
ИЗ  
\_ 7 \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



16 пар точек можно  
6 точек, где можно выбрать  
линии, только, значит 2 пара.

Остаток 4 пара.

Всего 8 пар кубов:

$$\frac{63 \cdot 64}{2} = 32 \cdot 63$$

$$C_2^{64} = \frac{64!}{(64-2)! \cdot 2!}$$

~~Всего 32~~

Учитываем 2 пара:

$$) 16 = 32$$

$$32 \cdot 63 - 22 =$$

$$= 32 \cdot 62 - \text{учтено}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8 \cdot 62 + 16} =$$

$$= 8 \cdot 62 + 8 \cdot 2 =$$

$$= 8 \cdot 64 = 8^3$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$\begin{aligned} (x+4)(3-y) &= \\ &= 3x + 12 - xy - 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = \\ &= (m-2n)^2 + 13(m-2n) = \\ &= \underbrace{(m-2n)}_{\text{неч.}} \underbrace{(m-2n+13)}_{\text{неч.}} \Rightarrow \text{делители отличаются на } 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= m^2n - 2mn^2 - 2mn = \\ &= mn(m-2n-2) \Rightarrow m, n - \text{нечетные} \end{aligned}$$

Рассмотрим число B: при  $B = 17p^2$ ,  $A = 15q^2$   
его делители:  $m, n, (m-2n-2)$

$$\begin{aligned} 1) \quad m &= 17 \\ n &= (m-2n-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \text{при } B &= 17p^2 - \text{нечетное, } p \neq 2 \\ A - \text{целое} &\Rightarrow A = 15q^2 = 15 \cdot 2^2 = 15 \cdot 4 = 60 \\ (m-2n)(m-2n+13) &= 60 \\ \begin{cases} m-2n = 15 \\ m-2n+13 = 4 \end{cases} &\Rightarrow \end{aligned}$$

Заметим, что разность чисел A отличается на 13

$$\begin{aligned} 1) \quad \text{при } B - \text{нечетное } m, n - \text{нечетные} &\Rightarrow \\ \Rightarrow m-2n - \text{неч.}; m-2n+13 - \text{нечетное} & \\ \text{а) при } B = 17p^2: & \\ A = 15p^2 = 15p^2 & \end{aligned}$$

2) при B четное:

1) при m четном:

$17$ и $p^2$	$p$ и $p^2$	$17$	при $A = 17p^2$ :
$p^2 - 17 = 13$	$17 - p^2 = 13$	$17p - p = 13$	$17p^2 - 1 = 13$
$p^2 = 13 + 17$	$p^2 = 4$	$16p = 13$	$17p^2 = 14$
$p^2 = 30$	$p = 2$	$p \neq 2$	$p \neq 2$
$p \notin \mathbb{Z}$	$p = 2$		





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10x + 9y \\ |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

① при  $2x - 3y < 0, x, y \in \mathbb{R}$   
 ② при  $3x - 2y < 0$

$$\begin{cases} |2x - 3y| < 0 \cdot 3 \\ |3x - 2y| < 0 \cdot 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 9y < 0 \\ 6x - 4y < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -9y + 4y < 0 \\ 6x - 4y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y < 0 \\ 6x - 4y < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ y < 1.5x \end{cases}$$

③  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$

$$BZ = 150$$
  

$$AC = \sqrt{80 + 144} = \sqrt{224} = 14\sqrt{2}$$
  

$$= 130 \cdot \frac{1}{2} = 41\sqrt{2}$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{2}{3}, \quad XC = \frac{3}{2} MC$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{CZ}{CA} = \frac{MZ}{XA} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{MZ}{XA} = \frac{2}{3}$$

$$3MZ = 2XA$$
  

$$XA = \frac{3}{2} MZ$$

$$\frac{B+AB}{AB} = 2$$
  

$$2AB = B+AB$$
  

$$AB = B$$

$$\frac{MB}{XB} = 2 \Rightarrow MB = 2XB = MZ + 8$$
  

$$2 \cdot \frac{3}{2} MZ = \frac{B+AB}{AB} = \frac{MC}{2MC - XC} = 2$$

$$\frac{12}{XA} = 2$$
  

$$XA = 6$$

$$\frac{MC}{2MC - \frac{3}{2}MC} = \frac{MC}{\frac{1}{2}MC} = 2$$

$$3MZ = MZ + 8$$
  

$$2MZ = 8$$
  

$$MZ = 4$$

$$AB \geq Y \in \text{окр-ти с центром в } T, R \in$$
  

$$\Rightarrow R \geq C \Rightarrow AB \geq Y = \frac{1}{2} AC = 7$$
  

$$\Rightarrow BZ^2 = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = 108$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при  $p=2$   $A = 17 \cdot 2^2 = 17 \cdot 4$

$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4$

$m-2n+13 = 17$

$m-2n = 4$

~~$4 \cdot 17 = 2 \cdot 2 \cdot 17$~~

~~$17 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 17$~~

$m = 2n + 4$

$B = mn(m-2n-2) = (2n+4)n(2n+4-2n-2) =$

$= (2n+4) \cdot 2n$

$B = 2(n+2) \cdot 2n = 4n(n+2) = 15q^2$

$q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$

$n(n+2) = 15$

$n^2 + 2n - 15 = 0$

$D = 4 + 4 \cdot 15 = 64$

$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$

$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5$  - не у нас

Ответ:

$m = 2 \cdot 3 + 4 = 10$   
 $n = 3$

при  $A = 15q^2 = 15q^2 \cdot 1 = 5q^2 \cdot 3 = 3q^2 \cdot 5 = 15 \cdot q^2 =$

~~$15q^2$~~   $= 5q \cdot 3q = 15q \cdot q$

$15q^2 - 1 = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

~~$5q^2 - 3 = 13$~~   
 $5q^2 = 16$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

$3q^2 - 5 = 13$   
 $3q^2 = 18$   
 $q^2 = 6$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

~~$15 - q^2 = 13$~~   
 $q^2 = 2$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

$q^2 - 15 = 13$   
 $q^2 = 28$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

$5q \cdot 3q = 13$   
 $15q^2 = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

$15q - q = 13$   
 $14q = 13$   
 $q \notin \mathbb{Z}$

Можно решить в целых числах.

при  $m=10$   
 $n=3$

$A = 100 - 120 + 36 + 130 - 26 \cdot 3 =$   
 $= 260 - 198 = 62 = 4 \cdot 17$

$B = 300 - 180 - 60 = 60 = 15 \cdot 4$

Ⓟ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6 \quad \text{касается} \quad 10x + 5y = ?$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

① при  $2x - 3y < 0$

$$2x < 3y$$

$$x < \frac{3}{2}y$$

$$-(2x - 3y) \leq 6$$

$$2x - 3y \geq -6$$

$$3y + 6 \leq 2x$$

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$(2x - 3y)(3x - 2y) \leq 24$$

$$6x^2 - 9xy - 4xy - 6y^2 \leq 24$$

$$6x^2 - 13xy - 6y^2 \leq 24$$

$10x + 5y = \text{касается}$  при  $x = \text{касает}$ ,  $y = \text{касает}$ .

$$2x \leq 6$$

$$3x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 10x + 5y = 10 \cdot \frac{4}{3} + 0 = \frac{40}{3}$$

$$\begin{cases} |2x - 3| \leq 6 \\ |3x + 2| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3 \\ 3x - 2y \leq 4 \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$6x - 9y \leq 18$$

$$6x - 8y \leq 8$$

$$-9y + 8y \leq 10$$

$$-y \leq 10$$

$$y \geq -10 \Rightarrow y \neq 10$$

$$4x - 6y \leq 12$$

$$9x - 6y \leq 12$$

$$4x - 9x \leq 0$$

$$-5x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x = 0 \quad y = 0$$