



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} \div \{a_n\}: a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18 \\ a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x - ? \end{array} \right.$$

$$a_{11} - a_7 = a_1 + 10d - (a_1 + 6d) = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$d = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4}$$

$$a_6 = a_5 + d = \frac{a_5 + a_7}{2} = 6x + 18 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4} = \frac{6x + 18 + (x^2 - 4x)^2}{2} \quad | \cdot 4$$

$$24x + 18 \cdot 4 - 3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 12x + 18 \cdot 2 + 2(x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 18 \cdot 2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 12x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 12x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 - 7) = 0$$

$$(x-2)^2(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: 2;  $2 \pm \sqrt{7}$ .



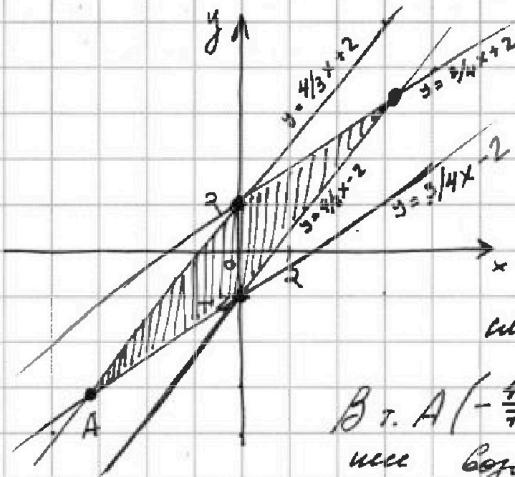
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} |3y-4x| \leq 6 \\ |4y-3x| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x-6 \leq 3y \leq 4x+6 \\ 3x-8 \leq 4y \leq 3x+8 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{3}x-2 \leq y \leq \frac{4}{3}x+2 \\ \frac{3}{4}x-2 \leq y \leq \frac{3}{4}x+2 \end{cases}$$



Наименьшее значение  $14x+7y$  достигается при наименьших значениях  $x$  и  $y$ .

В т. А  $(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7})$  и  $y$ , и  $x$  принимают наименьшие возможные значения.

$$\begin{aligned} \text{A: } & \frac{4}{3}x+2 = \frac{3}{4}x-2 \\ & 16x+24 = 9x-24 \\ & 7x = -48 \\ & x = -\frac{48}{7} \Rightarrow y = \frac{4}{3}\left(-\frac{48}{7}\right)+2 = \\ & \quad = -\frac{50}{7} \end{aligned}$$

Значит, наименьшее значение  $14x+7y$  достигается при этих  $x$  и  $y$ . Вычислим:

$$\text{мин: } 14\left(-\frac{48}{7}\right) + 7\left(-\frac{50}{7}\right) = -96 - 50 = -146$$

От-т:  $-146$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) m = 3 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m-n+3=q^2 \end{cases} \Rightarrow q = \pm 2\sqrt{2} \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не простое.}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q = 3 \leftarrow \text{подходит}$$

$$\begin{cases} n=q^2 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q = \pm\sqrt{2} \leftarrow$$

$$3) m = 3q \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q = -1 \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не простое.}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q = -1 \leftarrow$$

$$4) m = q \Rightarrow \begin{cases} m=q \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q = q \leftarrow \text{подходит}$$

$$\begin{cases} m=q \\ n=3 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q = 1 \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q \text{ - не простое.}$$

$$\begin{cases} m=q \\ n=1 \\ m-n+3=3q \end{cases} \Rightarrow q = 1 \leftarrow$$

$$5) m = 3q^2 \Rightarrow \begin{cases} m=3q^2 \\ n=1 \\ m \cdot n + 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow q^2 = -\frac{1}{3} \leftarrow \emptyset$$

Итого найм. на разности множителей подходит 2 варианта.

1)  $m = 3$  и  $n = 3$  или  $B = 3q^2$       2)  $m = q$  и  $n = 3$  или  $B = 3q^2$

проверим их:

$$1) A = (m-n)(m-n+3) = (3-3)(12-3) = 13p^2 = 0 \Rightarrow p = 0 \leftarrow \text{не подходит}$$

2)  $m = q$  и  $n = 3$ :

$$A = (q-3)(q+6) = q^2 + 6q - 18 = 13p^2$$

5 случаев:  $q-3 = 1 \Rightarrow q = 4 \leftarrow$  не простое, не подходит.

$$q-3 = 13 \Rightarrow q = 16 \leftarrow$$

$$q-3 = p \Rightarrow q^2 + 6q - 18 = 13q^2 - 13 \cdot 6q + 13 \cdot 9.$$

$$(q-3)(q+6 - 13q + 13 \cdot 3) = 0$$

$$\begin{cases} q=3 \\ q = -\frac{6+13 \cdot 3}{12} \Leftrightarrow q=3 \Rightarrow p=0 \leftarrow \text{не подходит.} \\ q > 0 \end{cases}$$

$$q-3 = 13p \Rightarrow (q-3)(q+6 - p) = 0.$$

$$(q-3)(q+6 - \frac{2 \cdot 3}{13}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \leftarrow \text{не подходит} \\ q = \frac{3-6 \cdot 13}{12} \leftarrow \text{подходит} \end{cases}$$

$$q-3 = p^2 \Rightarrow (q-3)(q-7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \leftarrow \text{не подходит} \\ q=7 \Rightarrow q=7=m \Rightarrow p=2 \leftarrow \end{cases}$$

$$q-3 = 13p^2 \Rightarrow (q-3)(q+5) = 0 \leftarrow \text{не подходит.}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти, нам какой единственный вариант:

$$m = 7 \text{ и } n = 3$$

$$\text{От } m - n: (7; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - amn + n^2 + 5m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

1)  $B = 13p^2 = m \cdot n \cdot (m-n+3)$

м.к. Возможно 3 случая: 1)  $m = 13 \Rightarrow$

$$\begin{cases} m-n+3=p \\ n=p \\ m-n+3=1 \\ n=p^2 \\ m-n+3=p^2 \\ n=1 \\ m=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=13 \text{ не пох-м, т.к.} \\ n=8 \text{ 8-не простое ч.} \\ m=13 \\ n=15 \text{ не пох-т, т.к.} \\ p \text{ не целое.} \\ m=13 \\ p^2=15 \end{cases}$$

$$2) m = 13p \Rightarrow \begin{cases} m=13p \\ n=0 \\ m=13p \\ n=1 \\ (m-n+3)m \cdot n = 13p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=13p \text{ не пох-т, т.к.} \\ 12p^2=2 \text{ } p < 0 \\ m=13p \\ 13p=-1 \text{ не пох-т, т.к. } p < 0 \end{cases}$$

$$3) m = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} m=13p^2 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13p^2=-1 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \text{ не пох-т.}$$

$$4) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ (m-n+3)n = 13p^2 \\ n(4-n) = 13p^2 \end{cases} \begin{cases} m=1 \\ n(4-n) = 13p^2 \end{cases}$$

не пох-т, м.к.  $n > 0 \Rightarrow 4-n > 0 \Rightarrow 0 < n < 4$   
 $\Rightarrow n(4-n) < 16$ , а  $13p^2 > 16$  при  $\forall$  простом  $p$ .

$$5) m = p \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=p \\ m-n+3=13p \\ m=p \\ m-n+3=13 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{1}{6}, \text{ не пох-т}$$

$$\begin{cases} n=p \\ m=p \\ m-n+3=13 \end{cases} \Rightarrow 3 = 13 \text{ } \emptyset$$

$$\begin{cases} n=15 \\ m=p \\ m-n+3=p \end{cases} \Rightarrow p = 8, \text{ не пох-т, т.к. не простое}$$

$$\begin{cases} n=13p \\ m=p \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{1}{6} < 0 \text{ не пох-т}$$

2)  $B = 3q^2$ . Здесь тоже возможно 5 случаев:

$$1) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=1 \\ m-n+3=3q^2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{3} \leftarrow \text{не пох-т, т.к. } q \text{ не простое}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=1 \\ m-n+3=q^2 \end{cases} \Rightarrow q = \pm 1$$

$$\begin{cases} n=q \\ m=1 \\ m-n+3=3q \end{cases} \Rightarrow q = 1$$

$$\begin{cases} n=3q^2 \\ m=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q = \pm 1$$



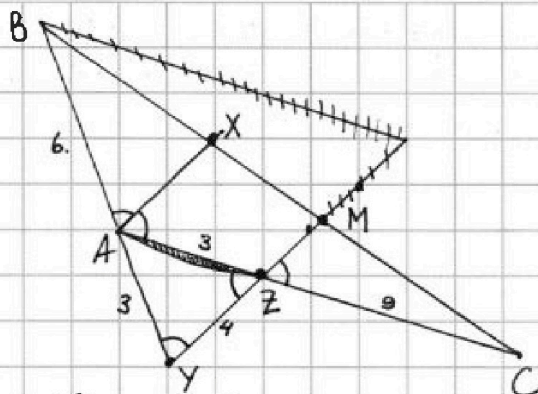


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $[AX]$  - бис-са  $\angle CAB$   
 $M \in [BC] \parallel BM = MC$ ,  $MZ \parallel AX$ ,  $Z \in [AC]$   
 $Y = AB \cap MZ$ ,  $|AC| = 12$ ,  $|AZ| = 3$ ,  $|YZ| = 4$

Найти:  $|BC|$

Решение:

- 1)  $\widehat{XAC} = \widehat{BAX}$  ( $[AX]$  - бис-са)
- 2)  $\widehat{XAC} = \widehat{MZC}$  ( $MZ \parallel AX$ ,  $AC$  - сск.,  $\angle$  - соотв.)
- 3)  $\widehat{MZC} = \widehat{AZY}$  (вертик.)
- 4)  $\widehat{BAX} = \widehat{AYZ}$  (соотв.,  $AX \parallel MZ$ ,  $BY$  - сск.)
- 5)  $\widehat{BAX} = \widehat{AYZ} = \widehat{AZY} = \widehat{MZC} = \widehat{XAC} \Rightarrow \triangle AYZ$  - р/б  $\Rightarrow |AY| = |AZ| = 3$
- 6)  $|ZC| = |AC| - |AZ| = 12 - 3 = 9$
- 7) Пусть  $|MC| = 9x = |BM|$ ,  $x > 0$
- 8)  $\triangle ZMC \sim \triangle XAC$  (по 2  $\angle$ :  $\widehat{XAC} = \widehat{MZC}$ ,  $\angle C$  - общ.)  $\Rightarrow$   

$$\Rightarrow \frac{|MC|}{|XC|} = \frac{|MC|}{|MC| + |XM|} = \frac{9x}{9x + |XM|} = \frac{|ZC|}{|AC|} = \frac{9x}{12} = \frac{3}{4}$$

$$|XM| = \frac{9x \cdot 4}{3} - 9x = 3x$$

9)  $|BX| = |BM| - |XM| = 9x - 3x = 6x$

10)  $\triangle ABC$  ( $[AX]$  - бис-са)  $\Rightarrow \frac{|AB|}{|BX|} = \frac{|AC|}{|XC|} = \frac{|AC|}{|XM| + |MC|} = \frac{12}{12x}$

$$|AB| = \frac{12 \cdot 6x}{12x} = 6$$

11)  $\triangle AYZ$ : по Т. кос:  $|YZ|^2 = |AZ|^2 + |AY|^2 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot |AZ| \cdot |AY|$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot 9$$

$$\cos \widehat{YAZ} = \frac{1}{9}$$

12)  $\cos(\widehat{BAC}) = -\cos(180^\circ - \widehat{BAC}) = -\cos(\widehat{YAZ}) = -\frac{1}{9}$

13)  $\triangle ABC$ : по Т. кос:  $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos(\widehat{BAC}) \cdot |AB| \cdot |AC|$

$$|BC|^2 = 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12$$

$$|BC|^2 = 180 + 16 = 196$$

$$|BC| = 14$$

От-м: 14



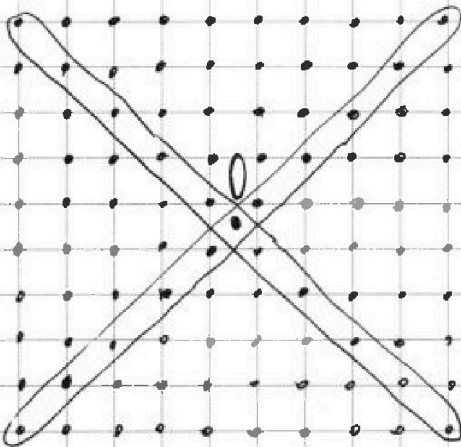


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Точка = узел

Число способов выбрать 2 точки из 100 =  $C_{100}^2$

Заметим, что обычно, выбирая 2 точки, мы <sup>учитываем</sup> ~~не учитываем~~ <sup>одну</sup> такую же раскладку еще ~~четыре~~ <sup>три</sup> способами — 3 поворота на 90°. Т.к., повороты квадрата 4 раза дают попарно 4 различных <sup>пар точек</sup> ~~расположений~~.

Выбор в ~~каждой~~ <sup>каждой</sup> из 1 др. точки.

Но ~~сначала при повороте квадрата, когда наши 2 перекрещивающиеся точки лежат на диагонали симметрии относительно центра квадрата (O), мы учитывали только эту раскладку лишь дважды.~~

Всего таких "особенных" <sup>пар точек</sup> раскладок = 10

Итого: число пол-во способов перекрестить 2 угла в

$$\text{Всего ответов} = \frac{C_{100}^2 - 10}{1} + \frac{10}{2} = \frac{50 \cdot 99 - 10}{1} + 5 = \frac{10(5 \cdot 99 - 1)}{1} + 5 =$$

$$= 244 \cdot 5 + 5 = 5 \cdot 248 = 1240$$

От-т: 1240.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, d.

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = 6x + 18 + 2d = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = (-3x^2)$$

$$4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$d = \frac{-3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2}{4}$$

$$a_1 = 6x + 18 - 4d$$

$$a_8 = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{6x + 18 - 3x^2 + (x^2 - 4x)^2}{2} = \frac{3x^2 + x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 6x + 18}{4}$$

$$12x + 36 - 6x^2 = 4x^4 - 4 \cdot 8x^3 + 16x^2 - 3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$12x + 36 - 6x^2 = 4x^4 - 24x^3 - 3x^2$$

$$4x + 12 - 2x^2 = x^4 - 8x^3 - x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \ -8 \ 1 \ -4 \ -12 \\ 1 \ 1 \ -7 \ -6 \ -10 \\ -1 \ 1 \ -8 \ -10 \ -14 \\ -2 \ 2 \ -10 \ 2 \end{array}$$

$$x \ 2 \ 1 \ -6 \ -1 \ 11 \ 5 \ 6$$

$$x^2 - 8x + 11 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 44}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{20}}{2} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3x \leq 6 \\ -8 \leq 4x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 4x - 3x \leq 6 \\ 0 \leq 4x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 4x - 3x \leq 6 \\ 0 \leq 4x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + \sqrt{5} \leq x \\ 4 - \sqrt{5} \leq x \\ 2 - \sqrt{5} \leq x \end{cases}$$

13p  
13p  
13p  
13p

$|4x - 3x| \leq 6$   
 $|3x - 4x| \leq 8$

$2 + \sqrt{5} \leq x$   
 $4 - \sqrt{5} \leq x$   
 $2 - \sqrt{5} \leq x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including diagrams and equations. The work is organized into several sections:

- Top Left:** A circled equation  $AC = \sqrt{249}$  and other calculations:  $BC^2 = 81 + 144 + \frac{5}{2} \cdot 8 \cdot 12$ ,  $BC^2 = 24 + 80 + 144 = 100 + 49 = 249$ .
- Top Right:** Algebraic expressions involving  $m$  and  $p$ :  $13p^2 = m^2 + 3 + 10$ ,  $15 = p^2$ ,  $13p + 3 = 13$ ,  $13p = 10$ ,  $13p + 2 = 1$ .
- Center:** A geometric diagram of a triangle with vertices  $A, B, C$  and points  $H, G, Z, X, Y$  on its sides and interior. Lines connect these points, forming various sub-triangles and segments.
- Bottom Left:** A circled equation  $n = 3$  and several algebraic manipulations:  $m + 6 = 13p^2$ ,  $m - 3 = p$ ,  $m + 6 = 13$ ,  $m = 7$ ,  $m - 3 = 13p^2$ ,  $m - 3 = p$ ,  $m + 6 = 13$ ,  $m = 7$ . There are also some messy scribbles and numbers like  $13p^2 = 13$ .
- Bottom Center:** A large equation:  $A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$ . Below it,  $B = m \cdot n \cdot (m-n+3)$ . To the right,  $B = 13p^2 \Rightarrow$  followed by a list of conditions:  $m=13, n=p, m-n+3=p, n=13, p=10$ .
- Bottom Right:** More algebraic work:  $13p^2 = (p-n+3)n$ ,  $13p^2 = p^2 - n^2 + 3n$ ,  $n^2 - p^2 + 3n = 0$ ,  $(n-p)(n+p) + 3n = 0$ ,  $n^2 - p^2 + 3n = 0$ ,  $n^2 - p^2 + 3n = 0$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4x^4 + 5\sqrt{x^2}x = 4x^4 + 5\sqrt{x^2}x + y$

$4x^4 + 5x^2 + x$

$12 + 10 + 14 = 36$

$4(x^2 - y^2) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (x - y) = 0$

$(x - y)(4(x^2 + y^2)(x + y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})) = 0$

$\sqrt{x + y} + 5 = \sqrt{5 - y} + 5\sqrt{30 - x - y^2}$

$x + y + 26 + 10\sqrt{x + y} = 5 - y + 4\sqrt{60 - x - y^2} + 4\sqrt{5 - y} \cdot \sqrt{30 - x - y^2}$

$x + y + 26 + 10\sqrt{x + y} = 130 - 4x - 4y^2 + 4\sqrt{5 - y} \cdot \sqrt{30 - x - y^2}$

$5x + 4y^2 + y + 25 = 4\sqrt{5 - y} \cdot \sqrt{30 - x - y^2} - 10\sqrt{x + y}$

$(x + y)(5 - x) = 5x - x^2 + 30 - x - y^2$

$e \cdot f \cdot g \cdot h$

$(\frac{4}{5}\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(4x^2 + y^2)$

$4(x^2 + y^2)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

$4x^4 - 4y^4 + 5\sqrt{x} - 5\sqrt{y} + x - y = 0$

$25x^2 - 9y^2 + 16y^2 + y + 100x + 60 = 25x^2 - 9y^2 + 16y^2 + y + 100x + 60$

$- 10 \cdot 94x + 10y^2 + 100x + 60$

$- 8 \cdot 94y - 94y^2 + 100x + 60$

$25x^2 - 9y^2 + 16y^2 + y + 100x + 60 - 8 \cdot 94x + 10y^2 + 100x + 60 - 8 \cdot 94y - 94y^2 + 100x + 60$

$248 / 2 = 124$

$26 \cdot 16 = 416$

$495$

$294 / 2 = 147$

$8 \cdot 9 - x \cdot 9$

$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x + y} = 4\sqrt{5 - y}$

$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x + y} = 4\sqrt{5 - y}$

$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x + y} = 4\sqrt{5 - y}$

$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x + y} = 4\sqrt{5 - y}$

$AN = 20$

$AB = 26$

$AC = ?$

$BC = ?$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18; a_7 = a_1 + 6d = x^2(x-4)^2; a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d.$$

$$4d = -3x^2 - x^2(x-4)^2 \quad \Rightarrow \quad 6x + 18 = -3x^2$$

$$a_1 = 6x + 18 + x^2(x-4)^2 + 3x^2$$

$$a_6 = 6x + 18 = \frac{3}{4}x^2 - \frac{x^2}{4}(x-4)^2 = \frac{6x + 18 + x^2(x-4)^2}{2} \cdot \frac{1}{x \cdot 4}$$

$$24x + 18 \cdot 4 - 3x^2 - x^2(x-4)^2 = 12x + 18 \cdot 2 + 2x^2(x-4)^2$$

$$12x + 36 - 3x^2 - 3x^2(x-4)^2 = 0$$

$$4x + 12 - x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 - 7) = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7}$$

1	-8	17	-4	-12
1	1	-7	10	6
2	1	-6	5	6
2	1	-4	-3	0

N 2.

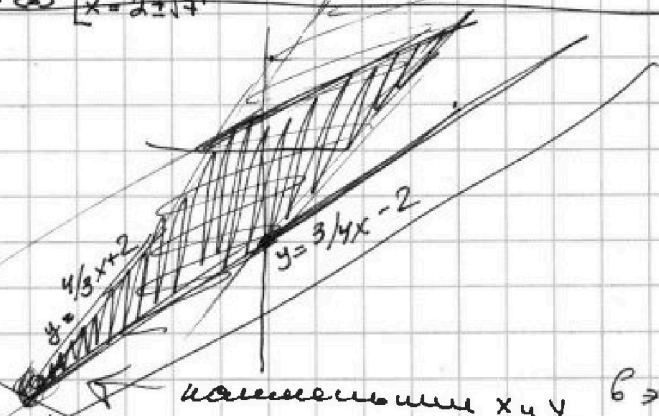
$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-6 \leq 3x - 4y \leq 6$$

$$4/3x - 2 \leq y \leq 4/3x + 2$$

$$-6 \leq 4x - 3x + 6 \Rightarrow 0 \leq x + 6$$

$$3/4x - 2 \leq y \leq 3/4x + 2$$



A:  $4/3x + 2 = 3/4x - 2$

$$\frac{16x - 9x}{12} = -4$$

$$1/4x = -8/12 \Rightarrow x = -8 \cdot 12 = -96$$

$$7x + 14y = -48 - 28 - 72 = -148$$

$$-96 - 14 - 36 = -146$$

наименьшие  $x$  и  $y$  в этой точке

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$3y \geq 4x - 6$$

$$4y \geq 3$$

$$7x + 4 \leq 7x \leq 7x + 14 \quad \min(7x) = 7y - 14$$

$$2x \geq 7y - 14 \geq 7x - 14$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 6$$

$$7y - 14 \leq 4x \leq 7y + 14$$

$$14y - 14 \cdot 2 + 7y \geq 21y - 28$$



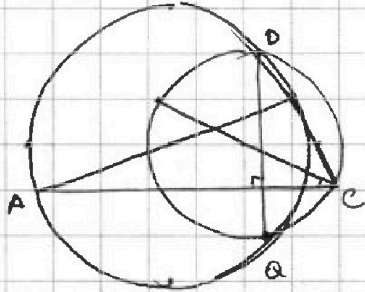


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





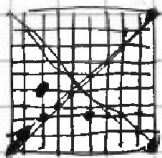
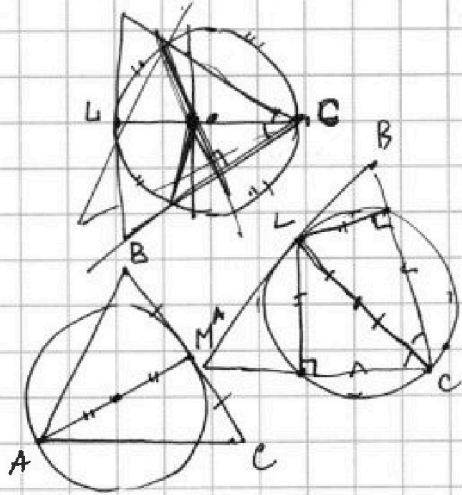
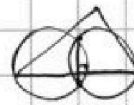
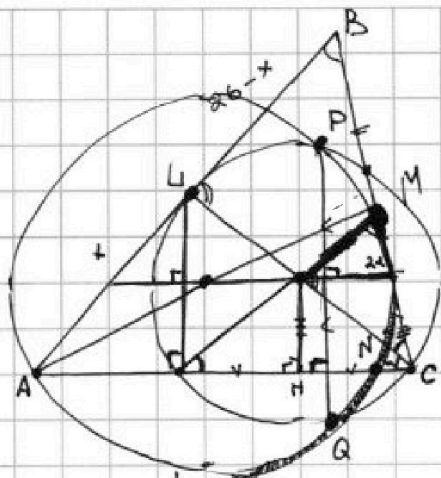
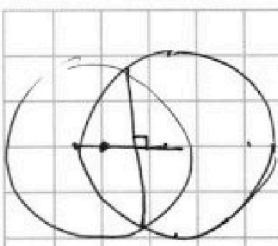


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C_{100}^2 = \frac{100 \cdot 99}{2} = 99 \cdot 50.$$

$$\frac{10.9 \cdot 2}{2} \quad \frac{99 \cdot 50 - 10.9}{4} + \frac{10.9}{2} =$$

$$06865 \quad 5 \leq 30 - x^2 \leq 30$$

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq x \leq 30 \end{cases}$$

$$9 \cdot 10(11.5 - 1) + 45 =$$

$$45 \cdot 27 + 45 = 45 \cdot 28.$$

по условию

$$x^{\frac{1}{4}}(4x^{\frac{15}{4}} + x^{\frac{3}{4}} + 5) = y^{\frac{1}{4}}(4y^{\frac{15}{4}} + y^{\frac{3}{4}} + 5) \quad f(x) = 4x^4 + 5 + 5\sqrt{x}$$

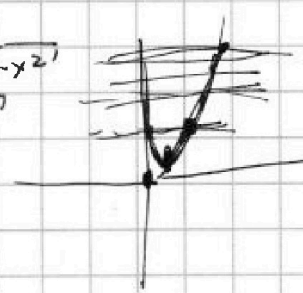
$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}) = 0. \quad x \geq 0.$$

$$x + 6 + 20 + 10\sqrt{x+6} = 4(30 - x - y^2) - y + 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$x + 26 + 10\sqrt{x+6} - 120 + 4x + 4y^2 + y = 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x+6} = 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$5(x+6) = 124 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x+6}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\div \{a_n\}: a_5 = 6x + 18 \quad a_7 = (x^2 - 4x)^2 \quad a_{11} = -3x^2 = \cancel{-2x^2}$$

~~$a_7 = (x^2 - 4x)$~~   
 ~~$= (x^2 - 4x)^2$~~

$$2d = x^2(x-4)^2 - 6x + 18$$

$$a_8 = \frac{6x + 18 - 3x^2}{2} = x^2(x-4)^2 + \frac{x^2(x-4)^2 - 6x - 18}{2}$$

$$6x + 18 - 3x^2 = 3x^2(x-4) - 6x - 18$$

$$\cancel{12x + 3}$$

$$4x + 12 - x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$