

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

] d - разность прогрессии.

$$d = \frac{a_5 - a_3}{5-3} = \frac{a_9 - a_3}{9-3} = \frac{a_9 - a_5}{9-5}$$

$$d = \frac{(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3}{2} = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6} = \frac{3x^2 - (x^2 + 2x)^2}{4}$$

$$1) 6((x^2 + 2x)^2 - 3(x+1)) = (3x^2 - 3x - 3) \cdot 2;$$

$$3(x^2 + 2x)^2 - 9(x+1) = 3x^2 - 3x - 3;$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3(x+1) = x^2 - x - 1;$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 - 3x - 3 = x^2 - x - 1;$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0;$$

$$x = -1 \text{ корень т.к. } 1 + 4 + 3 + 2 - 2 = 0.$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 & x+1 \\ -x^4 + x^3 & \hline \hline -3x^3 + 3x^2 & \\ -3x^3 - 3x^2 & \\ \hline \cancel{0x^3} - 2x - 2 & \\ \cancel{0x^3} + 2x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 - 3x^2 - 2) = 0.$$

$$2) 2(x^4 + 4x^2 + 4x^3 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^4 + 4x^2 + 4x^3);$$

$$3(x^4 + 4x^2 + 4x^3) = 3x^2 + 3x + 3;$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 = x^2 + x + 1;$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0,$$

$$x = -1 \text{ корень, т.к. } 1 - 4 + 3 + 1 - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 1 & x+1 \\ -x^4 + x^3 & \hline \hline 3x^3 + 3x^2 & \\ -3x^3 + 3x^2 & \\ \hline \cancel{0x^3} - x - 1 & \\ \cancel{0x^3} - x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 1) = 0.$$

Если у этих 2х ур-ий есть общ. корень, отличный от $x+1$, то

разность $(x^3 - 3x^2 - 2) - (x^3 + 3x^2 - 1)$ кратна этому корню

$$x^3 - x^3 - 3x^2 - 3x^2 - 2 + 1 = 6x^2 - 1 = 6(x - \sqrt{\frac{1}{6}})(x + \sqrt{\frac{1}{6}}), \text{ но } x = \pm \sqrt{\frac{1}{6}} \text{ не корень ур-я } x^3 + 3x^2 - 1$$

Значит $x = -1$ - единственный корень ур-ий.

$$d = \frac{(1+2)^2 + 3 - 3}{2} = \frac{3 + 3 - 3}{6} = \frac{3 - (1-2)^2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $x = -1$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |0x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1; \end{cases}$$

1. $|x - 3y| \leq 3.$

1) $x - 3y \geq 0:$

$$\begin{cases} x \geq 3y \\ x - 3y \leq 3 \end{cases}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$y \geq \frac{x-3}{3}$$

$$y \geq \frac{x}{3} - 1 \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \\ y & -1 \end{array}$$

2) $\begin{cases} x - 3y < 0, \\ -x + 3y \leq 3; \end{cases}$

$$3y \leq x + 3;$$

$$y \leq \frac{x}{3} + 1; \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \\ y & 1 \end{array}$$

на графике область III.

2. $|3x - y| \leq 1$

1) $\begin{cases} 3x - y \geq 0 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} y \leq 3x \\ y \geq 3x - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \\ y & 1 \end{array}$$

2) $\begin{cases} 3x - y \geq 0 \\ -(3x - y) \leq 1 \end{cases}$

на графике область III.

Значит решение системы - параллелограмм с координатами в точках

$(0; 1); (0; -1); B; C.$

$$B: \begin{cases} -3x + y - 1 = 0, \\ x - 3y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 + 3x, \\ x - 3 - 9x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 1 + \frac{9}{8} = \frac{8-9}{8} = -\frac{1}{8} \\ x &= -\frac{9}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 1 + \frac{9}{4} = \frac{4-9}{4} = -\frac{5}{4} \\ x &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

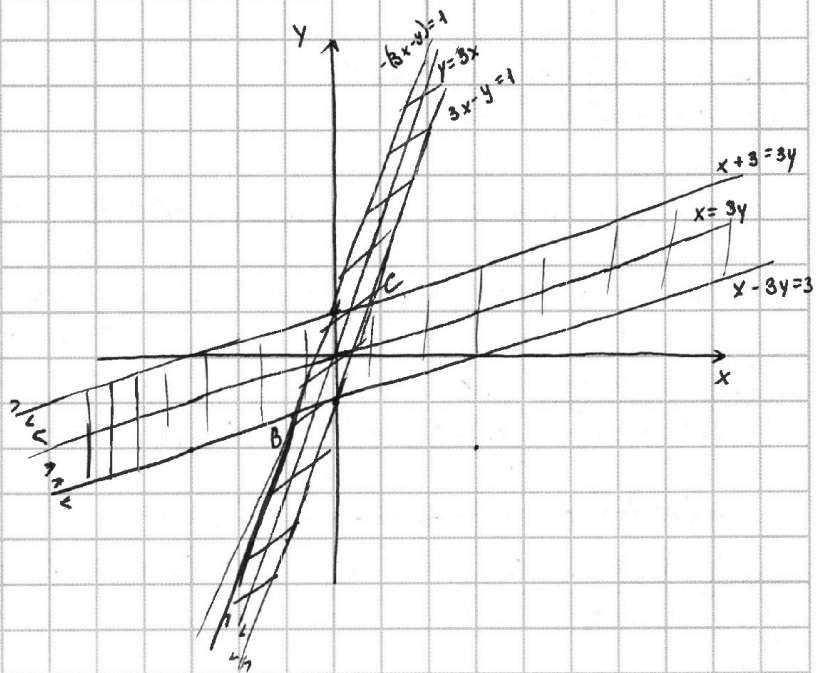
$$B \left(-\frac{3}{4}; -\frac{5}{4} \right)$$

$$C \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4} \right)$$

Заметим, что наибольшее значение в точке C, т.к. это самая высокая точка с самой большой абсциссой и ординатой.

$$4y + 8x = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11.$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Заметим, что $A : 2$, т.к. если $m+n$ - четное, то $(m+n) : 2 \Rightarrow A : 2$, а если $m+n$ - нечетное, то $m+n-9$ - четно $\Rightarrow A : 2$, значит $A = 13 \cdot 4$ или $A = 45 \cdot 4$.

$$\left\{ \begin{array}{l} m+n = x; \\ mn = y \end{array} \right. \Rightarrow x, y \in \mathbb{N}, \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 9x = 13 \cdot 4 \\ y(x-3) = 45 \cdot 4^2 \\ x^2 - 9x = 45 \cdot 4 \\ y(x-3) = 13 \cdot 4^2 \end{array} \right.$$

$$1) x^2 - 9x - 13 \cdot 4 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 4 \cdot 13 = (17)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 17}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{9-17}{2} < 0, \text{ не угод. } x = \frac{9+17}{2} = 13.$$

$$y(13-3) = 45 \cdot 4^2$$

$$10y = 45 \cdot 4^2$$

$$2y = 15 \cdot 4^2, \text{ значит } 4^2 = 4, \text{ т.к. } 2y : 2 \text{ и } 15 \cdot 4^2 : 2.$$

$$y = \frac{15 \cdot 4}{2} = 15 \cdot 2 = 30.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m=3 \\ n=10 \end{array} \right. ; \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} m=10 \\ n=3 \end{array} \right. ;$$

$$2) x^2 - 9x = 45 \cdot 4$$

$$D = 81 + 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 = 3(3 \cdot 9 + 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5), \text{ значит } D \text{ - не полный квадрат } \Rightarrow x, y \notin \mathbb{N}, \text{ противор.}$$

Значит пары, которые нам нужны (3; 10) и (10; 3)

Ответ: (3; 10) ; (10; 3)

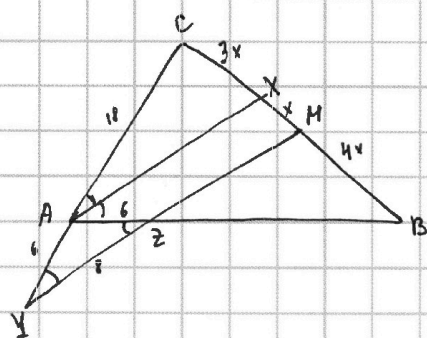
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18; AX = 6; YZ = 8.$$

т.к. $AX \parallel YZ$ то $\angle CAZ = \angle YAB = \angle AZY = \angle AXZ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle AZY$ - равнобедренный. $\Rightarrow AZ = AY = 6.$

$$\frac{AC}{AZ} = \frac{CX}{XM} = \frac{18}{6} = \frac{3}{1} \Rightarrow 3XM = 3CX.$$

$$3XM = x \Rightarrow CX = 3x; CM = MB = 4x$$

$$\frac{XM}{MB} = \frac{AZ}{ZB} = \frac{1}{4} \Rightarrow ZB = 4 \cdot AZ = 24. \Rightarrow AB = 24 + 6 = 30$$

$$\angle AZY = \alpha \Rightarrow \angle CAB = 2\alpha.$$

$$\text{т. косинусов } \triangle AZY: \cos \alpha = \frac{36 - 36 + 64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\text{т. косинусов } \triangle ABC: BC^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 18 \cdot 30 = 6 \cdot 6 (9 + 25 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 3 \cdot 5) =$$

$$= 6 \cdot 6 \cdot (34 + \frac{10}{3}) = \frac{6 \cdot 6 \cdot 112}{3} = 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 56 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = (8\sqrt{21})^2$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

Рассмотрим 2-ое ур-е системы: $x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$.

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}, \text{ рассмотрим } f(t) = t^4 + 5t^2 + \sqrt{t}, t \geq 0, \text{ т.к. } t \in \mathbb{D}f.$$

$$f'(t) = 4t^3 + 5 \cdot 2t + \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} > 0, \text{ т.к. } t > 0. \Rightarrow f(t) \nearrow_{t \in \mathbb{R}^+}$$

Значит $x=y$. $x \leq 6, x > 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} (1 - 2\sqrt{6-x}) - \sqrt{6-x} + 5 = 0$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(x+1)(6-x) + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \sqrt{(x+1)(6-x)};$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = k; k \geq 0$$

$$4 - 2k = 4k^2 + 25 - 20k;$$

$$4k^2 - 18k + 18 = 0;$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0;$$

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9 = 3^2$$

$$k_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow k_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}; k_2 = 9$$

$$1) (x+1)(6-x) = \frac{3}{2};$$

$$6+5x-x^2 = \frac{3}{2};$$

$$12+10x-2x^2=3;$$

$$2x^2-10x-9=0.$$

$$D = 100 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 28 = 4 \cdot 7 \cdot 142$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 4\sqrt{7}}{2 \cdot 2} \quad x = \frac{10 + \sqrt{192}}{2 \cdot 2} > 6, \text{ противор.}$$

$$2) (x+1)(6-x) = 3$$

$$6+5x-x^2 = 3$$

$$x^2-5x-3=0$$

$$x_1 = \frac{5 \pm \sqrt{25+12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}. \quad x = \frac{5 - \sqrt{37}}{2} \text{ не ур. т.к. } < 0.$$

$$\text{Ответ: } \frac{5 + \sqrt{37}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 3m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Если m и n одной четности, то $(m+n) \equiv 2$ значит $A \equiv 2$

Если m и n разной четности, то $m+n$ нечетно, значит $(m+n-9) \equiv 2$ и $(m+n-3) \equiv 2 \Rightarrow A \equiv 2$ и $B \equiv 2$.

Рассмотрим 2 случая, когда $A \equiv 2$ и $B \equiv 2$; тогда p и $q \equiv 2$, значит $A \equiv$

$$\begin{cases} A = 13 \cdot 4 \\ B = 45 \cdot 4 \\ A = 75 \cdot 4 \\ B = 13 \cdot 4 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} (m+n)^2 - 9(m+n) = 13 \cdot 4 \\ mn(m+n-3) = 45 \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+n)^2 - 9(m+n) = 13 \cdot 4 \\ mn(m+n-3) = 45 \cdot 4 \end{cases}$$

$x, y > 0$, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$ и $x, y \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} m+n = x, \text{ а } mn = y, \text{ тогда } \begin{cases} x^2 - 9x = 13 \cdot 4 \\ y(x-3) = 45 \cdot 4 \end{cases} \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 17}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{9-17}{2} < 0, \text{ не } y \in \mathbb{N}; x_2 = \frac{9+17}{2} = 14.$$

$$y = \frac{45 \cdot 4}{x-3} = \frac{45 \cdot 4}{14-3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4}{11} \notin \mathbb{N}, \text{ не } y \in \mathbb{N}.$$

$$2) \begin{cases} m+n = x, \text{ } mn = y, \text{ } x, y > 0 \text{ и } x, y \in \mathbb{N}, \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 9x = 75 \cdot 4 \\ y(x-3) = 13 \cdot 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 9x - 75 \cdot 4 = 0$$

$D = 81 + 4 \cdot 75 \cdot 4$ - не точный квадрат $\Rightarrow x \notin \mathbb{N}$, противб.

1 случай: если $A \equiv 2$, а $B \not\equiv 2$

$$m+n = x; mn = y; x, y \in \mathbb{N}, \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}.$$

$$\begin{cases} x^2 - 9x = 13 \cdot 4 \\ y(x-3) = 75 \cdot q^2; \end{cases}$$

$$1) x^2 - 9x = 13 \cdot 4 \Rightarrow x = 14.$$

$$y(14-3) = 75 \cdot q^2$$

$$y \cdot 11 = 75 \cdot q^2$$

$$75 \nmid 11 \Rightarrow q^2 \vdots 11 \Rightarrow y \cdot 11 = 75 \cdot 11^2 \Rightarrow y = 75 \cdot 11$$

$$\begin{cases} m+n = 14, \\ mn = 75 \cdot 11; \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4y + 8x$

$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$

$x-3y \geq 3$

$(m+n)^2 - 9(m+n) = 13p^2$ $y = \frac{x+3}{3}$

$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$

$13-9 = 4$ $x=3y$ $y = \frac{x}{3}$

$x-3y = k$

$mn(m+n-3) = 45p^2$

$3x-y \geq 1$

$3x-y = k$

$3x-y = k$

$y = 3y$

$mn(m+n-3) = 13p^2$ $x \geq 3y$

$x-3y \leq 3$

$x-3y \leq 3$

$x-3 \leq 3y$

$y \geq \frac{x}{3} - 1$

$1 \geq \frac{5}{2} - 1$

$\frac{18x}{18x} = \frac{AB}{10x}$

$AB = \frac{18 \cdot 10x}{18x} = 10$

$BC^2 = 18^2 + 10^2 + 2 \cdot 18 \cdot 10 \cdot \frac{1}{9}$

$18(18 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{9}) + 100$

$2 \cdot 2 \cdot 10 = 40$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{36 - 36 - 64}{-2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{-64}{-96} = \frac{2}{3}$

$13 \cdot 4$ $(m+n-9) = 4$ $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

$45 \cdot 4$ $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

$(m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 4 \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\frac{2}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$mn(m+n-3) = 13p^2$

$13p^2$

$36 - 36 - 64 = -64$

$\frac{-64}{-96} = \frac{2}{3}$

$18x$ 18 $3x$ x $6x$ $4x$ 4 6 8 2 6 3 2 8

$\cos \alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{18x}{18x} = \frac{AB}{10x}$

$AB = \frac{18 \cdot 10x}{18x} = 10$

$BC^2 = 18^2 + 10^2 + 2 \cdot 18 \cdot 10 \cdot \frac{1}{9}$

$18(18 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{9}) + 100$

$2 \cdot 2 \cdot 10 = 40$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{36 - 36 - 64}{-2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{-64}{-96} = \frac{2}{3}$

$13 \cdot 4$ $(m+n-9) = 4$ $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

$45 \cdot 4$ $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

$(m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 4 \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\frac{2}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$mn(m+n-3) = 13p^2$

$13p^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

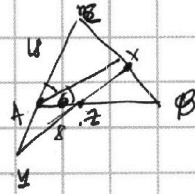
$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$d = \frac{a_5 - a_3}{5 - 3} = \frac{(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3}{2}$$

$$d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{3x^2 - (x^2 + 2x)^2}{6}$$

$$d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6} = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$



$$2(x^2 + 2x)^2 - 3(x + 1) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \quad A = m^2 + 2mn + n^2$$

$$2(x^2 + 2x)^2 + (x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 3(x + 1) \quad (m+n)^2 - 9(m+n)^2 = x^4 - 4x^2 - 4x = 2x^2 - 2x - 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + (x + 1) \quad (m+n)(m+n-9) = 9p^2 \quad x^4 + 3x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 = x^2 + x + 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$x=1: 1 + 4 + 3 - 1 - 1$$

$$x=-1: 1 - 4 + 3 + 1 - 1$$

$$x = -1$$

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - x - 1}{x^4 + x^3} \Big| x + 1$$

$$\frac{-3x^3 + 3x^2}{-3x^3 + 3x^2}$$

$$\frac{-x - 1}{-x - 1}$$

$$0$$

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$-\frac{1}{8} + \frac{3}{4} - 1$$

$$x^2(x + 3) = 1$$

$$x^3 + 3x^2 - 1 = x^3 - x^2 + 4x - 2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 = 12$$

$$(x - 2)^2 = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x - 3x - 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 3x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\frac{x^4 + 3x^2 + 2x - 2}{x^4 + x^3} \Big| x + 1$$

$$\frac{-x^3 + 3x^2}{-x^3 + 3x^2}$$

$$\frac{4x^2 + 2x}{4x^2 + 4x}$$

$$\frac{-2x - 2}{-2x - 2}$$

$$0$$

$$+1 + 3 - 2 - 2$$

$$16 + 3 \cdot 4 + \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1}{6}} + \frac{3}{6} - 1$$

$$x^3 - x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$1 - 1 + 4 - 2$$

$$4 - 4 + 8 - 2$$

$$-8 - 4 + 8$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$1) |x - 3y| = 3$$

$$1) x \geq 3y$$

$$|x - 3y| \geq 0 \Rightarrow x - 3y$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2 - 2$$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 3 = 3y \end{cases}$$

$$y = 3x - 1$$

$$x + 3 = 9x - 3$$

$$6 = 8x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m+n$

$$x^2 - 9x = 52$$

$$b = 81 -$$

$$D = 81 + 4 \cdot 52 =$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 41 \\ \hline 524 \\ \times 108 \\ \hline 1299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 13 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 13 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 208 \\ 13 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$13 \cdot 4 \cdot 4 + 9^2$$

$$81 + 16$$

$$\begin{array}{r} \times 72 \\ 12 \\ \hline 1152 \\ \times 12 \\ \hline 288 \end{array}$$

122

-9

$$\begin{array}{r} 755 \\ 13 \\ \hline 5805 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 5 \cdot 3 \\ 14 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 4 \cdot 4 \cdot 2^2 \end{array}$$

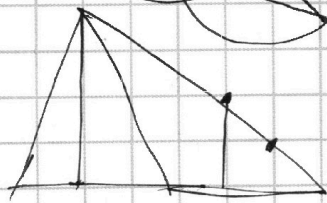
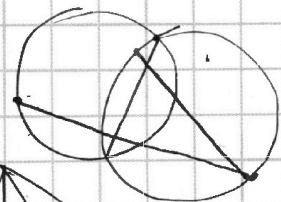
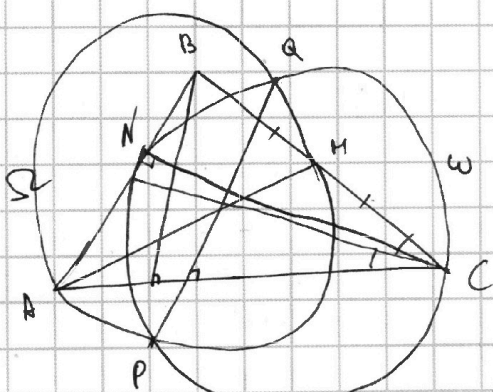
$$\frac{16}{32}$$

$m+n$

н.м.

н.м.

75-11

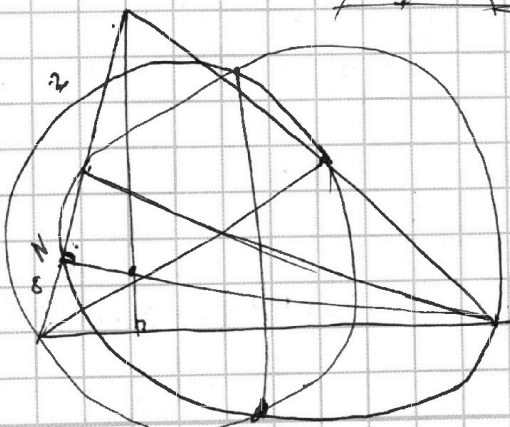


$$3(5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 + 9 \cdot 3)$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 20 \\ \hline 400 \\ \times 27 \\ \hline 424 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ (14 - 4) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1281 \\ 822 \\ \hline 12 \cdot 3 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} n^2 \\ n^2 + 14n + 45 \cdot 11 \end{array}$$

169

$$\begin{array}{r} 75 \\ 75 \\ \hline 822 \end{array}$$

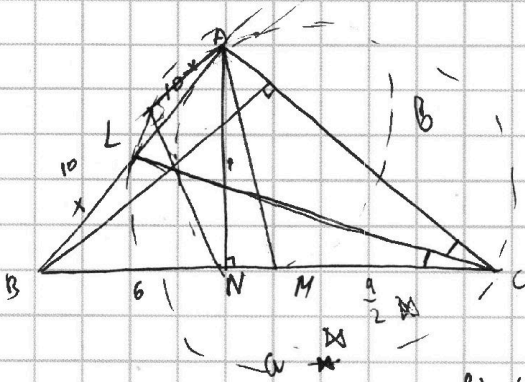


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x}{10-x} \cdot \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a} = 1$$

$$\frac{x}{10-x} \cdot \frac{2 \cdot b}{a} \cdot \frac{a}{2a} = 1$$

$$bk + (a-b)k = 8$$

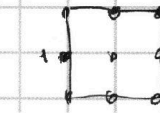
$$k(b+a-b) = 8$$

$$k = \frac{8}{b+a-b}$$

$$(x+1)(6-y)$$

$$6x + 6 - y - xy$$

$$6 + 5x + y^2 - y - xy$$



$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 13 \\ \hline 48 \\ 16 \\ \hline 208 \\ + 81 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$x^2 - 8x = 13 \cdot 4$$

$$f(x) = f(y)$$

$$\begin{array}{l} 5x + 5 - y^2 \\ (5x + 5 - y^2) \\ 1 + y^2 \end{array} \quad (1+y)(1-y)$$

$$6-y > 0$$

$$0 < y < 6$$

$$6 + 5x - y^2 > 0$$

$$k > \frac{y^2 - 6}{5} \approx 8 \cdot 9 \cdot \frac{10}{5} = \frac{180}{5} = 36$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot 4 \cdot 13 = 17 \cdot 4 = 68$$

$$\frac{8 \pm \sqrt{68}}{2} \Rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$$

$$f(x) = f(y)$$

$$f(x) - f(y); f'(x)$$

$$x^2(x^2 + 5) + \sqrt{x} = \sqrt{y} + y^2(5 + y^2)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1}$$

$$1(1+5) + 1 =$$

$$x, y > 0 \quad x = y$$

$$(x+1)(6-x)$$

$$f(4) =$$

$$4x^3 + 10x + \frac{1}{2}x$$

$$x+1 + 6+x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$