$(\cos^{-2})' = -2\cdot\cos^{-3}\cdot\cos' = -2\cos^{-3}\cdot(-\sin) = 2\cos^{-3}\cdot\sin$ $\quad 164 \times 400 = 25600 \quad 25600$

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

$tg' = \left(\frac{\sin}{\cos}\right)' = \frac{\sin'\cos - \cos'\sin}{\cos^2} = \frac{\cos^2+\sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2}$ $\quad 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16 \quad 16 \times 16 \quad 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}40$

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча. $\quad \cos = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2}}$

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка? $\quad 20 - 3{,}6 = 16{,}4$

Ускорение сво бодного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

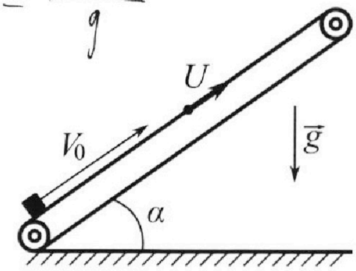
$t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g} \qquad L = v_0\cos\alpha\, t = v_0\cos\alpha\cdot\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

$H = v_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} - \frac{2v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.

Движение коробки прямолинейное. $\quad S_m = \frac{v_0^2}{2a}$



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

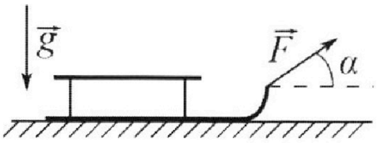
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое вр емя T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с? 2с

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

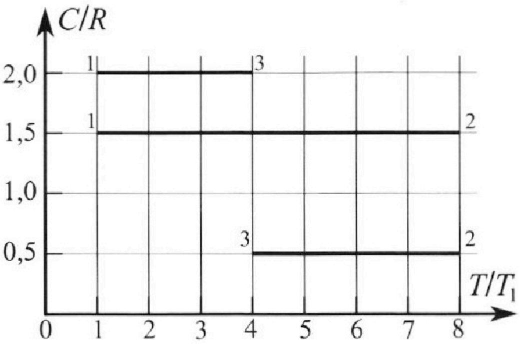
$A_{тр} = \mu N S \Rightarrow S = \frac{A_{тр}}{\mu mg} = \frac{K}{\mu mg}$

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.

$A(T) = \frac{R}{2}\cdot \nu T = \frac{\nu R T}{2} =$

$A = -\nu RT = -\Delta pV$

$C = \frac{Q}{\nu \cdot T} = \frac{\Delta U + A}{\nu \cdot T} =$

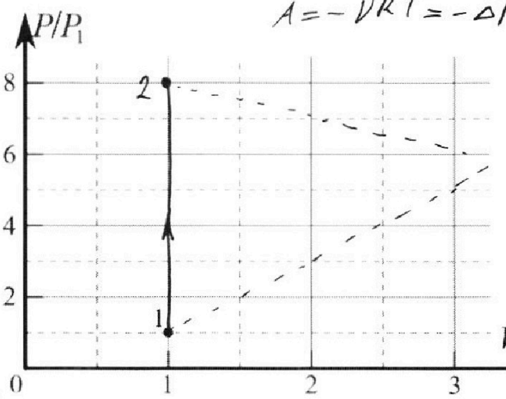
$= \frac{\frac{3}{2}\nu RT}{\nu T} + \frac{A}{\nu T} = \frac{3}{2}R + \frac{A}{\nu T}$

$831 \times 3 = 2493$

$\frac{pV}{2} - \frac{p_0 V_0}{2}$

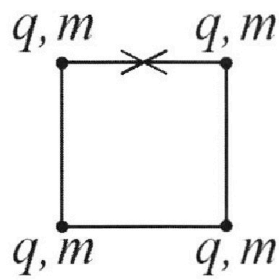
$C_p = \frac{i+2}{2}R;\ C_V = \frac{i}{2}R$

$pV = \nu RT$



$A^{(31)} = \frac{(p_3 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} + p_1 V_1 = (V_3 - V_1)\left(\frac{p_1 + p_3}{2}\right)$

5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическ ая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

$19\cdot 7 = 140 - 7 = 133$

$133 \times 4 = 532$

$23 \times 3 = 69$

$69 + 28 = 97$

$97 \times 13 = 291 + 97 = 1261$

$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) + \frac{p_1+p_3}{2}(V_3 - V_1) =$

$= \frac{3}{2}\cdot\frac{13\cdot 23}{16}p_1V_1 + \frac{7}{4}p_1 19 V_1 =$

$W = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №1.

Дано:

$\alpha = 45^\circ$

$L = 20 м$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

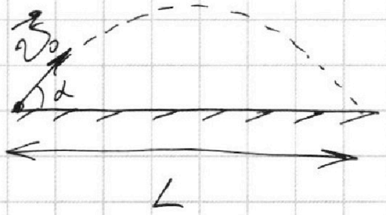
$H = 3{,}6 м$

1) $v_0 = ?$

2) $S = ?$

Решение:

1)



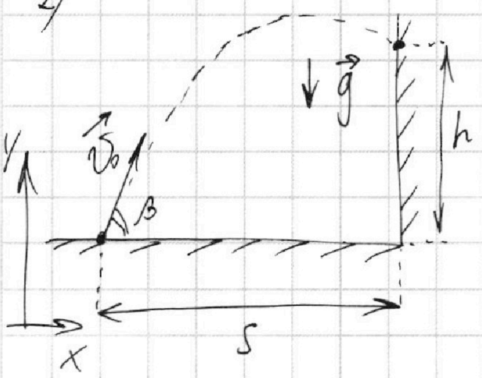
По формуле дальности полёта тела, брошенного под углом к горизонту:

$$L = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 20 м}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = \sqrt{200 \frac{м^2}{с^2}} = 10\sqrt{2} \frac{м}{с}$$

2)



Пусть футболист пнул мяч под углом β к горизонту и он прилетел в стенку на высоте h. Тогда уравнение движения мяча:

$S = v_0 \cos\beta \cdot t$ (движение по горизонтали равномерное);

$h = v_0 \sin\beta\, t - \frac{gt^2}{2}$ (движение по вертикали равноускоренное).

$$t = \frac{S}{v_0 \cos\beta} \Rightarrow h = v_0 \sin\beta \frac{S}{v_0 \cos\beta} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{S}{v_0 \cos\beta}\right)^2 =$$

$$= S \operatorname{tg}\beta - \frac{gS^2}{2 v_0^2 \cos^2\beta}.$$

Известно, что H – это максимальная h, достигаемая при некотором угле. Пусть этот угол φ. Найдём этот угол.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

В максимуме функции производная равна нулю.

$$h'(\beta) = \frac{S}{\cos^2\beta} - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\frac{2\sin\beta}{\cos^3\beta} = \frac{1}{\cos^2\beta}\left(S - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot 2\,tg\,\beta\right)$$

$$\frac{1}{\cos^2\varphi}\left(S - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot 2tg\varphi\right) = 0;\ \frac{1}{\cos^2\varphi}\neq 0 \Rightarrow S - \frac{gS^2}{v_0^2}tg\,\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{gS}{v_0^2}tg\,\varphi = 1 \Rightarrow tg\,\varphi = \frac{v_0^2}{gS}.$$

Косинус угла выражается через тангенс как

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2\varphi}} \Rightarrow \cos^2\varphi = \frac{1}{1+\left(\frac{v_0^2}{gS}\right)^2} = \frac{(gS)^2}{(gS)^2 + v_0^4}$$

$h(\varphi) = H$, т.е. $S\,tg\,\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\varphi} = H$

$$S\cdot\frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2\cdot\frac{g^2S^2}{g^2S^2+v_0^4}} = H$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{g^2S^2+v_0^4}{2v_0^2 g} = H \Rightarrow g^2S^2 + v_0^4 = \left(\frac{v_0^2}{g} - H\right)\cdot 2v_0^2 g$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g}-H\right)\cdot 2v_0^2 g - v_0^4}}{g} = \frac{\sqrt{\left(\frac{200\frac{м^2}{с^2}}{10\frac{м}{с^2}} - 3{,}6м\right)\cdot 2\cdot 200\frac{м^2}{с^2}\cdot 10\frac{м}{с^2} - \left(200\frac{м^2}{с^2}\right)^2}}{10\frac{м}{с^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(16{,}4\cdot 4000 - 40000)\frac{м^4}{с^4}}}{10\frac{м}{с^2}} = \frac{\sqrt{25600}}{10}м = \sqrt{256}\,м =$$

$= 16$ м.

Ответ: 1) $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$,

2) $S = \frac{\sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g}-H\right)\cdot 2v_0^2 g - v_0^4}}{g} = 16$ м.

ЗАДАЧА №2.

ДАНО:

$\alpha = \arcsin(0{,}6)$

$v_0 = 6\ \frac{м}{с}$

$\mu = 0{,}5$

$T = 1\ с$

$u = 1\ \frac{м}{с}$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

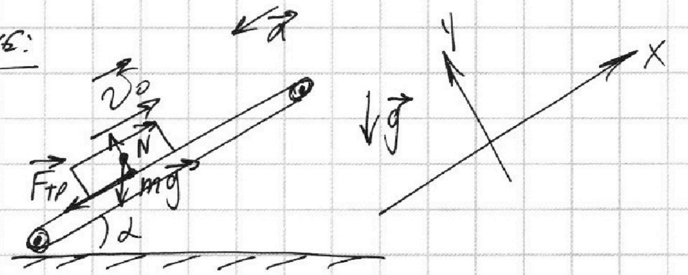
1) S — ?

2) T_1 — ?

3) L — ?

РЕШЕНИЕ:

1)



Второй закон Ньютона для коробки:

$\vec{F_{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$, где $F_{тр}$ — сила трения между коробкой и лентой, N — сила нормальной реакции опоры, a — ускорение коробки.

В силу конструкции транспортёра a направлено вдоль ленты. Введём ось X в этом направлении, направленную вверх. Тогда:

$OX: \ -F_{тр} - mg\sin\alpha = -ma \Rightarrow a = \frac{F_{тр} + mg\sin\alpha}{m} =$

$= \frac{\mu N + mg\sin\alpha}{m}$

$OY\ (\perp OX): \ N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha}{m} = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$

В этом случае скорость обратится в ноль, т.е. коробка развернётся, через время $t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\mu\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sin\alpha)}$.

Это время $t = \frac{6\ \frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}(0{,}5\cdot 0{,}8 + 0{,}6)} = 0{,}6\ с$, что меньше времени $T = 1\ с$. Это значит, что коробка успеет раз-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

вернуться и начать движение вниз. Тогда:

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2} + \frac{a_1 (T-t)^2}{2}.$$

Ускорение при движении вниз a_1 будет другим, т.к. $F_{тр}$ сменит своё направление.

$$a_1 = \frac{mg\sin\alpha - F_{тр}}{m} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

$$S = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{a_1(T-t)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{g\left(\sin\alpha - \mu\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)}{2}\cdot\left(T - \frac{v_0}{a}\right)^2$$

$$= \frac{v_0^2}{2g\left(\sin\alpha + \mu\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)} + \frac{g\left(\sin\alpha - \mu\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)}{2}\cdot\left(T - \frac{v_0}{g\left(\sin\alpha+\mu\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)}\right)^2$$

$$S = \frac{6^2\,\frac{м^2}{с^2}}{2\cdot 10\,\frac{м}{с^2}} + \frac{10\,\frac{м}{с^2}\cdot 0{,}2}{2}\cdot\left(1с - \frac{6\,\frac{м}{с}}{10\,\frac{м}{с^2}}\right)^2 = 0{,}3м + 0{,}16м =$$

$$= 0{,}46\ м.$$

2) Возможно два случая, два направления скорости коробки. При направлении вверх эта ситуация идентична остановке коробки в первом случае, т.к. лента — инерциальная с.о. Тогда $T_1 = t =$

$$= \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}6\ с.$$

Если же скорость направлена вниз, то это равносильно движению вниз со скоростью $2u$ в первом случае. Тогда:

$$T_1 = t + \frac{2u}{a_1} = \frac{v_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{2u}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

В этом случае $T_1 = 0{,}6\ с + \dfrac{2\ \frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}(0{,}6-0{,}4)} = 1{,}6\ с.$

3) Это равносильно движению назад со скоростью u в первом опыте, тогда время τ до этого момента равно:

$$\tau = t + \frac{u}{a_1} = t + \frac{u}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 0{,}6\ с + \frac{1\ \frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}\cdot 0{,}2} = 1{,}1\ с.$$

$$L = v_0 t - \frac{at^2}{2} - \frac{a_1(\tau - t)^2}{2} + u\tau =$$

$$= \frac{v_0^2}{2a} - \frac{a_1(\tau-t)^2}{2} + u\tau = \frac{6^2\ \frac{м^2}{с^2}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} -$$

$$- \frac{0{,}2\frac{м}{с^2}(1{,}1с - 0{,}6с)^2}{2} + 1\frac{м}{с}\cdot 1{,}1с = 1{,}8м - 0{,}025м + 1{,}1м =$$

$$= 2{,}875м \simeq 2{,}9\ м$$

<u>Ответ</u>: 1) $S = \dfrac{v_0^2}{2a} + \dfrac{a_1(T-t)^2}{2} = 0{,}46\ м;$

2) $T_1 = t = 0{,}6\ с$ или $T_1 = t + \dfrac{2u}{a_1} = 1{,}6\ с;$

3) $L = \dfrac{v_0^2}{2a} - \dfrac{a_1(\tau-t)^2}{2} + u\tau = 2{,}9\ м.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЗАДАЧА №3.

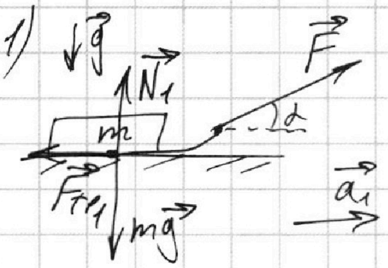
Дано: k, α, g

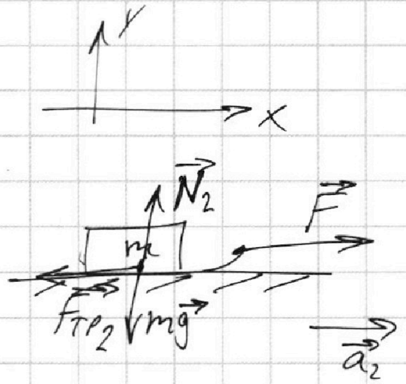
1) $\mu = ?$

2) $S = ?$

Решение:

1)





Пусть в первом случае на санки действуют силы трения $F_{тр1}$ и реакции опоры N_1, а во втором — соответственно $F_{тр2}$ и N_2. Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F}_{тр1} + \vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_1; \qquad \vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_2,$$

где a_1 и a_2 — ускорения в первом и втором случаях соответственно.

OX: $F\cos\alpha - F_{тр1} = ma_1$; $\qquad F - F_{тр2} = ma_2$;

OY: $N_1 = mg - F\sin\alpha$; $\qquad N_2 = mg$.

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = ma_1; \quad F - \mu mg = ma_2.$$

Поскольку k в двух случаях одинаково и участки пути равны, ускорения также равны.

$$a_2 = \frac{F - \mu mg}{m} \Rightarrow F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = ma_1 = ma_2 =$$

$$= m\frac{F - \mu mg}{m} = F - \mu mg \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = F \Rightarrow \mu = \frac{F - F\cos\alpha}{F\sin\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2) Пусть после окончания разгона санки движутся со скоростью v. Тогда:

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Равноускоренное движение:

$$S = \frac{v^2}{2a},$$ где a – ускорение в этом случае;

$$S = \frac{2K}{2ma} = \frac{K}{ma}$$

$$a = \frac{F_{тр}}{m} = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g \Rightarrow S = \frac{K}{\mu mg}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

2) $S = \frac{K}{\mu mg}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №4.

Дано:
$\nu = 1$ моль
$T_1 = 200$ K
$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль\cdot K}$

1) A_{31} – ?
2) η – ?

Решение:

1) Видно, что на участке 1–2 теплоёмкость равна теплоёмкости при постоянном объёме $C_V = \frac{3}{2}R$. Следовательно, 1–2 – изохора $\Rightarrow V_2 = V_1$

(V_1, V_2, V_3 – объёмы; p_1, p_2, p_3 – давления, T_1, T_2, T_3 – температуры в точках 1, 2, 3 соответственно). $V = \nu R \frac{T}{p} \Rightarrow \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$; из графика $T_2 = 8T_1$

$\Rightarrow p_2 T_1 = p_1 T_2 = p_1 \cdot 8T_1 \Rightarrow p_2 = 8p_1$.

$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U + A}{\nu \Delta T} = \frac{3}{2}R + \frac{A}{\nu\Delta T},$$ где ΔU – изменение внутренней энергии газа, A – работа газа.

$$A = \left(C - \frac{3}{2}R\right)\cdot \nu\Delta T \Rightarrow A_{31} = -\left(C_{31} - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu\cdot(T_1 - T_3)$$

$$= \left(2R - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu\cdot(T_3 - T_1) = \frac{R}{2}\nu(4T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R T_1.$$

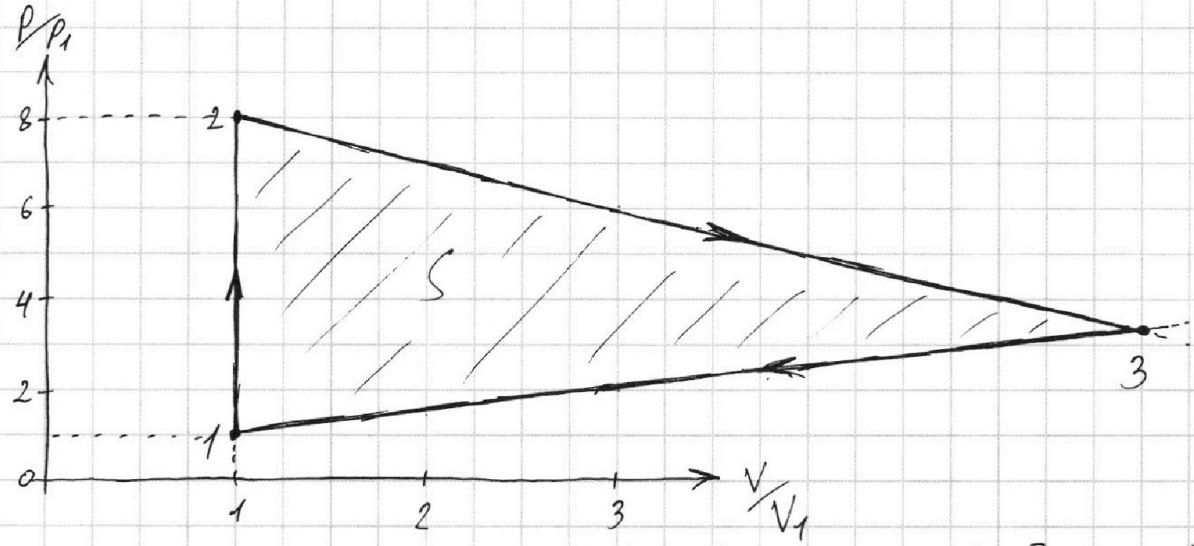
$$A_{31} = \frac{3}{2}\cdot 1\text{ моль}\cdot 8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot K}\cdot 200\text{ K} = 2493\text{ Дж}$$

2) На участке 2–3 $A = -\nu R\Delta T \Rightarrow$ участок представляет из себя прямую с коэффициентом наклона -1. На участке 3–1 $A = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$, т.е. это прямая с коэффициентом наклона $\frac{1}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Эти две прямые пересекаются в точке 3 с координатами $\left(3\frac{1}{4}P_1;\ 5\frac{3}{4}V_1\right) \Rightarrow P_3 = \frac{13}{4}P_1;$ $V_3 = \frac{23}{4}V_1.$

2) $\eta = \frac{A}{Q_н}$, где $Q_н$ – теплота, полученная газом

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}+Q_{23}} = \frac{S}{Q_{12}+Q_{23}} = \frac{(P_2-P_1)(V_3-V_1)}{2(Q_{12}+Q_{23})} = \frac{(P_2-P_1)(V_3-V_1)}{2\cdot\left(\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)+\frac{3}{2}(P_3V_3-P_1V_1)+\frac{P_1+P_3}{2}(V_3-V_1)\right)}$$

$$\cancel{= \frac{7P_1\cdot\frac{19}{4}V_1}{3\nu R\cdot 7T_1} = \frac{19}{12}\frac{P_1V_1}{\nu RT_1} = \frac{19}{12}}.$$

Ответ: 1) $A_{31} = \frac{3}{2}\nu RT_1 = 2493$ Дж $\approx 2{,}5$ кДж

2) $\eta = \cancel{\frac{19}{12}}\ \frac{532}{1261}$

3) см. рис.

$$\eta = \frac{7P_1\cdot\frac{19}{4}V_1}{3\nu R\cdot 7T_1 + 3\cdot\frac{13\cdot 23}{16}P_1V_1 + \frac{7}{4}P_1\cdot\frac{19}{4}V_1} = \frac{7\cdot 19}{3\cdot 4\cdot 7+\frac{3\cdot 13\cdot 23}{4}+7} = \frac{7\cdot 4\cdot 19}{13\cdot 4\cdot 7+13\cdot 3\cdot 23}$$

$$= \frac{7\cdot 4\cdot 19}{13(4\cdot 7+3\cdot 23)} = \frac{532}{1261}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №5.

Дано:

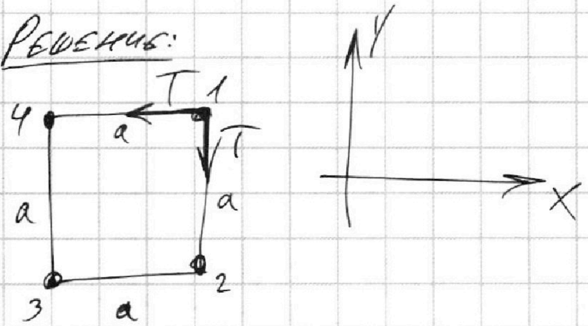
$a,\ T,\ \varepsilon_0$

1) $q-?$

2) $K-?$

3) $d-?$

Решение:

1) 

Второй з-н Ньютона для шарика 1:

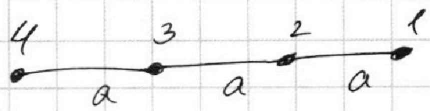
$$Ox:\ T=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(a\sqrt{2})^2}\sqrt{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$q=\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 a^2 T}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

2) Потенциальная энергия шарика 1 в начале:

$$W_1=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

В конце:



$$W_2=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$$

Закон сохранения энергии:

$$W_1=W_2+K \Rightarrow K=W_1-W_2=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}-1-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

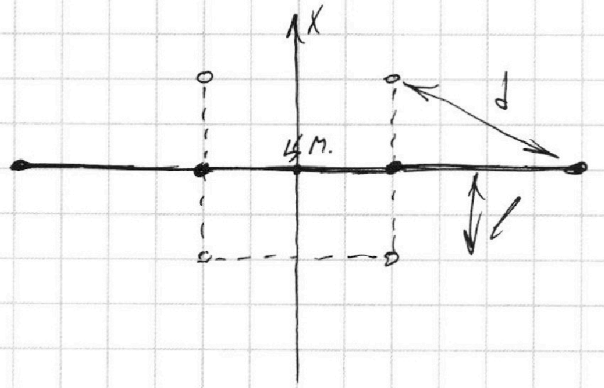
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3) Центр масс системы должен остаться на месте. Нити в конце будут натянуты, т.к. крайний и второй к краю шарик отталкиваются друг от друга, как и два средних. Поворачиваться и смещаться в сторону, параллельную себе, средний отрезок не будет, т.к. всё воздействие на него симметрично. Следовательно, он сместится перпендикулярно себе на некоторое расстояние l.



Поскольку центр масс должен никуда не сдвинуться, $l = \frac{a}{2}$.

Тогда $d = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{3}{4}} = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ: 1) $q = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$;

2) $K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

3) $d = a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!