



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(\angle DAN) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0, \text{ 2 действ. корня, } x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot (4t^2 - 4) > 0 \text{ - в.к. 2 корня (различных)}$$

$$(2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) > 0 \Leftrightarrow 4 - 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3t^2 - 4t^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow 4 > t^2 \Leftrightarrow -2 < t < 2$$

$$D = 4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16 = 4(4 - t^2)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-2\sqrt{3}t + \sqrt{4(4-t^2)}}{2} = -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} \\ x_2 = \frac{-2\sqrt{3}t - \sqrt{4(4-t^2)}}{2} = -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} > 0 \\ -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-t^2} > \sqrt{3}t \\ -\sqrt{4-t^2} > \sqrt{3}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4-t^2 > 3t^2 \\ 4-t^2 > 3t^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$4-t^2 > 3t^2 \Leftrightarrow 4 > 4t^2 \Leftrightarrow t^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 1$$

$$2. \begin{cases} -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} < 0 \\ -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-t^2 < 3t^2 \\ 4-t^2 < 3t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - 1 > 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$(-\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2})(-\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2}) = 3t^2 - 4 + t^2, 4t^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < t < 2 \\ t > 1 \\ t < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < -1 \\ 1 < t < 2 \end{cases}$$

Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$a + b = 40, \quad a, b - \text{натуральные}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5, \quad p - \text{простое число}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a - b)^2 + 15(a - b) =$$

$$= (a - b)(a - b - 15) = 17p^5$$

±. $a \rightarrow$: Т.к. $a + b = 40$, a, b - nat. числа $\Rightarrow a_{\min} = 1$, $b_{\min} = 1$
 $a_{\max} = 39$, $b_{\max} = 39$

1. $a > b \Rightarrow a - b > 0$
 $(a - b)(a - b - 15) = 17 \cdot p^5 > 0 \Rightarrow a - b - 15 > 0$

$$a - b \leq a_{\max} - b_{\min} = 39 - 1 = 38 \Rightarrow a - b \leq 38$$

$$a - b \leq 38 \Rightarrow a - b - 15 \leq 23$$

$$\begin{matrix} (a - b) & (a - b - 15) \\ \leq 38 & \leq 23 \end{matrix} = 17 \cdot p^5, \quad p - \text{простое}$$

I $\begin{cases} a - b = 17 \cdot p^n \\ a - b - 15 = 17 \cdot p^{5-n} \end{cases}$ или II $\begin{cases} a - b = p^n \\ a - b - 15 = 17 \cdot p^{5-n} \end{cases}, \quad n \leq 5$

I. $a - b \leq 38 \Rightarrow a - b = 17 \cdot 1, n = 0$
 $a - b = 17 \cdot 2, n = 1, p = 2$
 $a - b \neq 17 \cdot 3$, т.к. $17 \cdot 3 > 38$
 $a - b = 17 \Rightarrow a - b - 15 = 17 - 15 = 2 = p^5 \Rightarrow p = \sqrt[5]{2}$ - не может быть по условию
 $a - b = 34 \Rightarrow a - b - 15 = 34 - 15 = 19 = p^5 \Rightarrow p = \sqrt[5]{19}$ - не может быть по условию

II $a - b - 15 \leq 23 \Rightarrow a - b - 15 = 17 \cdot 1, n = 0$
 $a - b - 15 \neq 17 \cdot 2$, т.к. $17 \cdot 2 > 23$
 $a - b - 15 = 17 \Rightarrow a - b = 32 = p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p = 2$ - может быть

$$\begin{matrix} a - b - 15 = 17 \\ a - b = 32 \\ a + b = 40 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2a = 72 \\ b = a - 32 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = 36 \\ b = 4 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad b > a \Rightarrow a - b < 0$$

$$(a-b)(a-b-15) = 14 \cdot p^5 > 0 \Rightarrow a-b-15 < 0$$

$$a-b \geq a_{\min} - b_{\max} = 1 - 39 = -38 \Rightarrow a-b \geq -38$$

$$a-b \geq -38 \Leftrightarrow a-b-15 \geq -53$$

$$(a-b)(a-b-15) = 14 \cdot p^5, \quad p\text{-натуральное}$$

$$I \quad \begin{cases} a-b = -14 \cdot p^n \\ a-b-15 = -p^{5-n} \end{cases} \quad \text{или} \quad II \quad \begin{cases} a-b = -p^n \\ a-b-15 = -14 \cdot p^{5-n} \end{cases}, \quad n \leq 5$$

$$I \quad a-b \geq -38 \Rightarrow a-b = -14, \quad n=0$$

$$a-b = -34, \quad n=1, p=2$$

$$a-b = -51, \quad n=1, p=3$$

$$a-b \neq -14 \cdot 4, \quad \text{в.к.} \quad -14 \cdot 4 < -38$$

$$a-b \neq -14 \cdot 3, \quad \text{в.к.} \quad -14 \cdot 3 < -38$$

$$a-b = -14 \Rightarrow a-b-15 = -14-15 = -32 = -p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p=2 \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} a-b = -14 \\ a+b = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 23 \\ b = 40-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11,5 \\ b = 28,5 \end{cases} \text{ - невозможно, в.к. } a \text{ и } b \text{ - натуральные}$$

$$a-b = -34 \Leftrightarrow a-b-15 = -34-15 = -49 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 49 \Rightarrow p=7 \text{ - не подходит}$$

$$II \quad a-b-15 \geq -53 \Rightarrow a-b-15 = -14, \quad n=0$$

$$a-b-15 = -2 \cdot 14, \quad n=1, p=2$$

$$a-b-15 = -3 \cdot 14, \quad n=1, p=3$$

$$a-b-15 \neq -4 \cdot 14, \quad \text{в.к.} \quad -4 \cdot 14 < -53$$

$$a-b-15 = -14 \Leftrightarrow a-b = -2 = -p^5 \Rightarrow p = \sqrt[5]{2} \text{ - невозможно, в.к. } p\text{-натуральное}$$

$$a-b-15 = -36 \Leftrightarrow a-b = -19 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 19 \neq 16 \quad (19 \neq 2^4)$$

$$a-b-15 = -51 \Leftrightarrow a-b = -36 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 36 \neq 81 \quad (27 \neq 3^4)$$

Значит, подходит только 1 пара чисел a и b : $\begin{cases} a = 36 \\ b = 4 \end{cases}$

Ответ: (36; 4)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

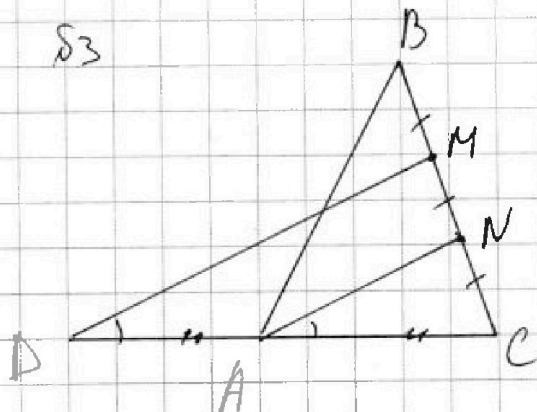


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S3



Дано: $BM, MN = NC$, $D \in AC$, $AN \parallel MD$,
 $AB = CD$, $BC = 12$, $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$

Найти: AB

Решение: 1) $CN = NM$; $AN \parallel DM \Rightarrow$
 $\Rightarrow CA = AD$ - по теореме Фалеса
2) $AB = CD = \frac{1}{2} AC$
3) $BC = 12 \Rightarrow CN = \frac{1}{3} BC = 4$

4) $\nabla n. \cos(2\angle CAN) < 0 \Rightarrow 2\angle CAN > 90^\circ$

$\cos(2\angle CAN) = -\cos(180^\circ - 2\angle CAN) \Rightarrow \cos(180^\circ - 2\angle CAN) = \frac{1}{4}$

5) $\angle CAN = \angle EDM$ как соответственные при $AN \parallel DM$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Учешки, сидящие за 1^й партией всегда видят хорошо. Если пустя 2^й парти, то за 1^й и 3^й парти учешки видят хорошо не зависимо от их роста. В остальных случаях учешки должны сидеть по росту (от меньшего к большому начиная от доски).

Пусть назовем ряды А, В и С. Пусть пустая карта на ряду С, тогда на ряду А могут сидеть какие то 3 учешки, т.е. на ряду А могут сидеть любые 3 из 8 учешков, причем, единственным образом (по росту) и на ряду А можно посадить C_8^3 ^{способами} учешков, тогда на ряду В можно посадить любого из оставшихся людей 3 из оставшихся в 5 учешков, причем, единственным образом, т.е. C_5^3 способами.

На оставшихся на ряду С будут сидеть оставшиеся 2 учешки, пусть это учешки а и б, всего на этом ряду их можно рассадить $2! = 2$ способами, но 2 из них не подходят по условию: пусть а вместе с б, а - пустое место \Rightarrow а и б не могут сидеть в порядке а-б (от доски) \Rightarrow т.е. не могут сидеть а-б-0 и 0-а-б (от доски).

Значит, всего учешков можно рассадить $C_8^3 + C_5^3 + 4$ способами. Заметим, что если свободная карта окажется на ряду А или на ряду В \Rightarrow кол-во способов рассадки учешков не изменится. Значит, всего учешков можно рассадить $(C_8^3 + C_5^3 + 4) \cdot 3$ способами

$$(C_8^3 + C_5^3 + 4) \cdot 3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + 4) \cdot 3 = \frac{8!}{2 \cdot 5!} + \frac{5!}{2 \cdot 2!} + 12$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 5 + 12 = 2(124 + 15 + 6) = 210 \text{ - способов}$$

Ответ: 210 способов



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

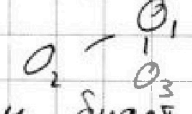
№6

Представим задачу в виде графа (дороги - ребра, деревни - вершины). По условию из любой вершины можно попасть в модуль, причем, единственным способом \Rightarrow граф связный, в графе нет циклов.

Пусть v_1, v_2, v_3, v_4 обозначим те вершины, степени которых больше 1: A_1, A_2, A_3, A_4 (по условию жилая вершина 4).

Остальные вершины (со степенью 1) обозначим B_1, B_2, \dots, B_n . Заметим, что если B_i и B_j соединены ребром, то они изолированы от остального графа (степень вершин B_i и $B_j = 1 \Rightarrow$ т.к. они уже соединены ребром, то они не могут быть соединены с другими вершинами) \Rightarrow граф не связен - противоречие \Rightarrow никакие 2 вершины B_i и B_j не соединены. Значит, \forall любая вершина B_i соединена с какой-то вершиной A_i из вершин A_1, A_2, A_3, A_4 , причем, только с одной.

Рассмотрим вершины A_1, A_2, A_3 и A_4 . Времсе их «бокочной» вершины B и ребра, соединяющие B_i и A_j .

В графе из вершин A_1, A_2, A_3 и A_4 нет циклов, т.к. циклов не было в изначальном графе \Rightarrow этот граф - дерево. Заметим, что дерево из 4х вершин может быть всего 2х видов: $O_1 - O_2 - O_3 - O_4$ или O_1  , причем,

в обоих случаях сумма степеней вершин будет 6. Значит, для связи между собой вершин A_1, A_2, A_3, A_4 требуется 3 ребра (или сумма степеней вершин 6). Пусть сумма степеней всех вершин графа S , вершин $A - S_A$, а сумма степеней вершин, не являющихся для связи между собой вершин $A - S_A$ ($S = 3 + 4 + 5 + 7 = 19$; $S_A = 6$ - как мы ранее).

Заметим, что сумма степеней вершин $B - S_B$: $S_B = S - S_A$, т.к. $S = S_A + S_B$ (т.к. вершин A связаны соединены только между собой и с вершинами B). Значит, $S_B = 19 - 6 = 13$. Сумма степеней вершин $B = 13$, а степень каждой вершины $= 1 \Rightarrow$ всего 13 вершин B . Значит, всего в графе $13 + 4 = 17$ вершин.

Ответ: 17 деревень на острове.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

1. Пусть $x+y-2 \geq 0$

$$\text{OДЗ: } \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \geq 0 \\ 1-x-y+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y)-(x+y)^2+2xy \geq 0 \\ x+y \geq 2 \\ x+y \leq 3 \end{cases} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)(2-x-y) \geq -2xy \\ 2 \leq x+y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ 2 \leq x+y \leq 3 \end{cases}$$

$2 \leq x+y \leq 3$, x и y - целые $\Rightarrow x+y$ - целое $\Rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x+y=3 \end{cases}$

1) $x+y=2$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y+2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+y)(2-x-y)} + \sqrt{2-x-y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{3-(x+y)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 2 - 2^2 + 2xy} + \sqrt{3-2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2xy} = 0 \Leftrightarrow xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} ; \begin{cases} y=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

2) $x+y=3$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{3-(x+y)} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 3 - 3^2 + 2xy} + \sqrt{3-3} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2xy-3} = 1 \Rightarrow 2xy-3=1 \Leftrightarrow 2xy=4 \Leftrightarrow xy=2$$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ (3-y)y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y^2-3y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \\ x=3-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$y^2-3y+2=0, D=9-4 \cdot 2 > 0$$

По т. Виета: $\begin{cases} y_1+y_2=3 \\ y_1 \cdot y_2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=2 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad x + y - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1+x+y-2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1$$

$$OD3: \quad \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1+x+y-2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ x+y \geq 1 \\ x+y \leq 2 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \quad \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ 1 \leq x+y \leq 2 \end{cases}$$

$$1 \leq x+y \leq 2, \quad x \text{ и } y - \text{целые} \Rightarrow x+y - \text{целое} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 2 \end{cases}$$

$$1) \quad x+y = 1$$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 1 - 1 + 2xy} + \sqrt{1-1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2xy+1} = 1 \Rightarrow 2xy+1 = 1 \Rightarrow 2xy = 0 \Rightarrow xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} y=0 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$2) \quad x+y = 2$$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 2 - 2^2 + 2xy} + \sqrt{2-1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2xy} + 1 = 1 \Leftrightarrow xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \right)$$

Ответ: (0; 2); (2; 0); (2; 1); (1; 2); (0; 1); (1; 0)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 12 \\ \hline 84 \\ + 15 \\ \hline 99 \\ \times 105 \\ \hline 105 \end{array}$$

$BM = MN = NC$
 $AN \parallel ND$
 $AB = CD$
 $BC = 12$
 $\cos 2\angle CAN = -\frac{1}{4}$

$EA = AD$ по т. Фалеса
 $AB = CD = 2EA$

$$BM = MN = NC$$

$$AN \parallel ND$$

$$AB = CD$$

$$BC = 12$$

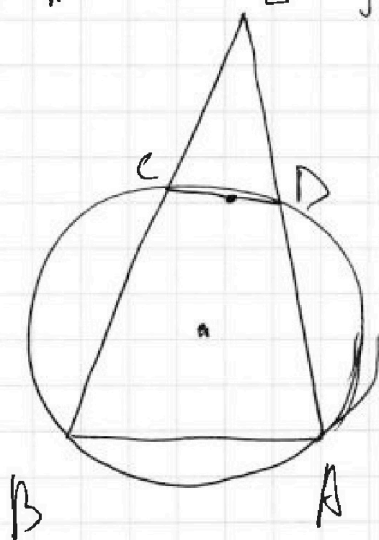
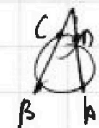
$$\cos 2\angle CAN = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{d!}{2! \cdot 6!} \begin{matrix} c^2 \cdot 4 + c^3 \\ a & a & b & 0 & c^3 \\ b & 0 & 0 & a & \\ 0 & b & a & b & \end{matrix}$$

$EN = 4$

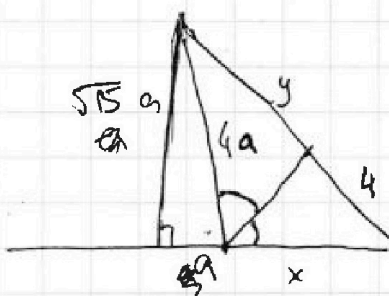
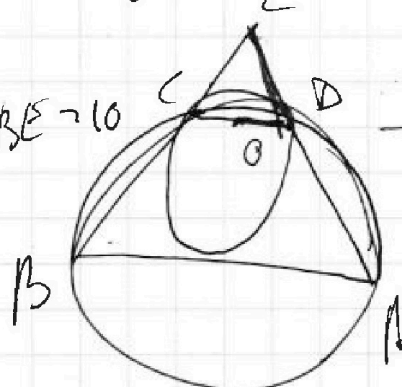
$16a^2 - a^2 = 15a^2$

$\frac{4a}{x} = \frac{y}{4}$
 $16a = xy$



+ 1.3

$$BE = 10$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(a-b-15) = 17p^5$$

$$\begin{array}{l} <40 \\ 17 \\ 17p \\ 17p^2 \\ 17p^3 \end{array} \quad \begin{array}{l} p^5 \\ p^4 \\ p^3 \\ p \end{array}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 40 \Rightarrow a < 40 \\ a-b &= 40-b < 40 \Rightarrow b < 40 \\ a-b-15 &= 40-b-15 < 25 \end{aligned}$$

$$(a-b)(a-b-15) < 40 \cdot 25$$

$$17 \quad 17 \text{ или } p^4$$

1. $a > b$
 $a > b+15$

1) $a-b-15 = 17 \Rightarrow a-b = 32$
 $a-b = p^5 = 32, p=2$

2) $a-b = 17$
 $a-b-15 = p^5 \Rightarrow 2 \cdot p^5$ - не может быть

3) $a-b = 34, p=2$
 $a-b-15 = 19 \neq 2^4$

2. $b > a$

$$\begin{array}{r} 36 \\ +15 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$(a-b)(a-b-15) \geq -40 \Rightarrow -53 \leq a-b-15 \leq -38$$

$$a-b = -b+a \geq -40$$

$$\begin{array}{l} a < 40 \\ b < 40 \\ a-b < 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 17 \\ 34 \\ 51 \end{array}$$

1) $a-b = -17$

$$a-b-15 = -32 = -p^5, p=2$$

2) $a-b = -34, p=2$

$$a-b-15 = -49 \neq -2^4$$

3) $a-b-15 = -17 \Rightarrow a-b = -2 \neq -p^5$

4) $a-b-15 = -34 \Rightarrow a-b = -19 \neq -p^4$

5) $a-b-15 = -51 \Rightarrow a-b = -36 \neq -p^3$

$$\begin{array}{l} 7-15 \\ = 41-5 \cdot 8 \end{array}$$

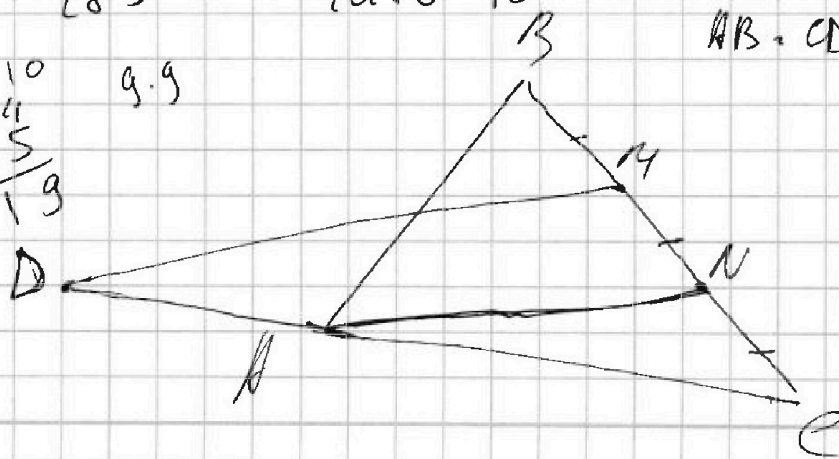
$$\begin{array}{r} 2 \cdot 9 \cdot 10 \\ \times 17 \\ \hline 34 \\ 180 \\ \hline 51 \quad 285 \end{array}$$

$$\begin{cases} a-b = 32 \\ a+b = 40 \end{cases}$$

$$36 - 4$$

$$AB = CD$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 34 \\ -15 \\ \hline 19 \end{array} \quad 9 \cdot 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

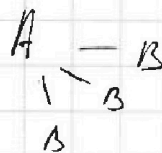
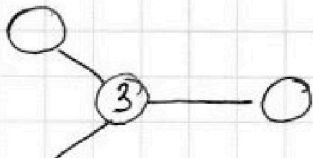


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

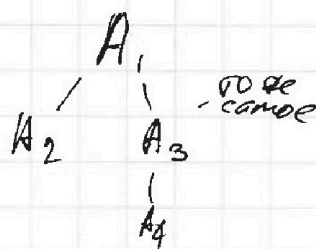
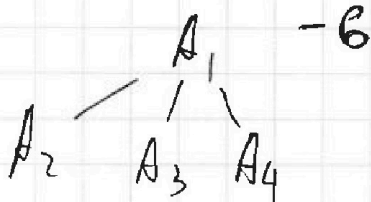
Из видов в продуке по 1 маркете \Rightarrow не \neq [#] ~~уши~~
 4 дерева: A: 3, 4, 5, 4 , ссв. - по 1: B
 Ск. всего деревьев?
 дерево



Всего: 17 деревьев

$$A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - 6$$

$$3 + 4 + 5 + 4 - 1 - 2 - 2 - 1 = 1 + 5 + 4 = 6$$



$$\sqrt{4-4} + \sqrt{1-4} + \sqrt{-2} + \sqrt{1-1} + \sqrt{2-2} = 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1. \quad x+y-2 \geq 0$$

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1-x-y+2 \geq 0 \\ x+y-2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x+y) \geq x^2+y^2 \Rightarrow x+y \geq x+y \\ \Rightarrow 3 \geq x+y \\ x+y \geq 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x+y \geq 3 \\ x+y = 2 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{2(x+y) - (x^2+y^2)}}{2} = \frac{\sqrt{(x+y)(2-x-y)}}{2} \quad \downarrow \quad \begin{cases} x+y \geq 2 \\ 2xy \geq 0 \Rightarrow xy \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &2(x+y) - (x^2+y^2) = -2 - 1 \quad 1 \quad 2 \\ &2(x+y) - (x+y)^2 + 2xy \\ &(x+y)(2-x-y) + 2xy \geq 0 \\ &(x+y)(2-x-y) \geq -2xy \\ &(x+y)(x+y-2) \leq 2xy \\ &\quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ &2(x+y) - (x+y)^2 - 2xy \\ &xy \geq 1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{2(x+y) - (x+y)^2 + 2xy} + \sqrt{3-(x+y)} = 1 \\ &\sqrt{2 \cdot 2 - 4 + 2xy} + \sqrt{3-2} = 1 \\ &\sqrt{2xy} = 0 \Rightarrow x=0 \text{ или } y=0 \\ &2. \quad x+y = 3 \\ &\sqrt{2 \cdot 3 - 9 + 2xy} + \sqrt{3-3} = 1 \\ &2 \cdot 1 \quad \sqrt{2xy - 3} = 1 \\ &2xy - 3 = 1 \Rightarrow 2xy = 4 \\ &y(3-y) = 2 \quad \begin{cases} y=2 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2=3 \\ x+1=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

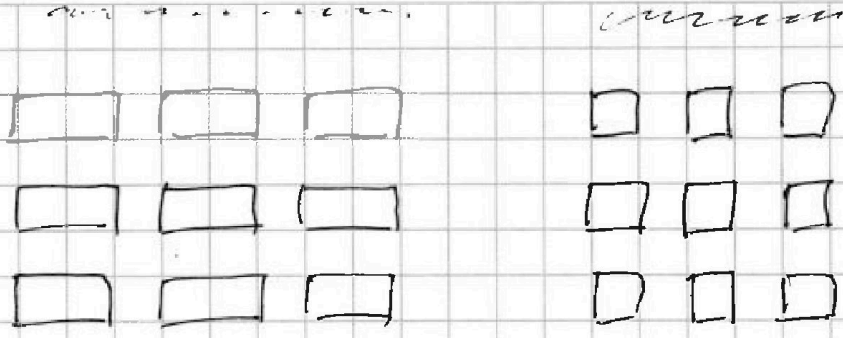


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

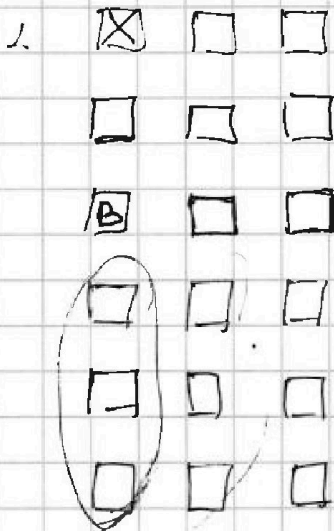
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. 3^я ларга
2. ларга перед шим нуся
3. перед шим адыб кышакго рыха

8 улл.
Бсе рыхого рыха



$$1. \frac{9!}{6! \cdot 3!} + \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 3!$$

$$41$$

$$(\binom{3}{9} + \binom{3}{6}) \cdot 3!$$

исчерпано
→ 42829+

а	а	о
б	о	а
о	б	б

$$(\binom{3}{8} + \binom{3}{5} + 3) \cdot 3!$$

$$\left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + 3 \right) \cdot 3!$$

$$\frac{8!}{5!} + \frac{5!}{2!} + 3 \cdot 3!$$

$$4 \cdot 8 \cdot 9 + 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$= 24(7 \cdot 3 + 5)$$

$$= 24 \cdot 26 = 13 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 4$$

$$13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 6 \\ \hline 414 \end{array}$$

$$6 \cdot 7 \cdot 8 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 2$$

$$= 6(7 \cdot 8 + 10 + 3) = 6(56 + 10 + 3)$$

$$= 6 \cdot 69 = 414 \text{ способ}$$