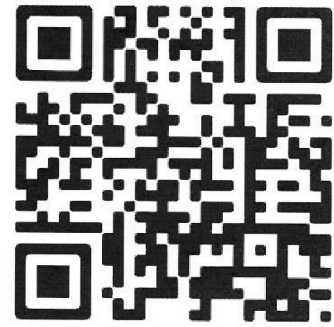


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



\sqrt{abc}

$$ab = m \cdot 2^{14} \cdot 7^{20}, bc = k \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}, ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot r$$

$$ab^2c = mk \cdot 2^{31} \cdot 7^{27} \Rightarrow b^2 = \frac{mk}{r} \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}, \frac{mk}{r} \min = 2^A \cdot 7^{10}$$

$$abc^2 = kr \cdot 2^{37} \cdot 7^{54} \Rightarrow c^2 = \frac{kr}{m} \cdot 2^{23} \cdot 7^{44}, \frac{kr}{m} \min = 2^C$$

$$a^2bc = mr \cdot 2^{34} \cdot 7^{44} \Rightarrow a^2 = \frac{mr}{k} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}, \frac{mr}{k} \min = 2^B$$

$$a^2b^2c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot mrk, mrk \min = 2^A \cdot 7^{10} \cdot 2^B \cdot 2^C = 7^{10} \cdot 2$$

$$\Rightarrow abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot 7^{10} \cdot 2} = 7^{37} \cdot 2^{26}$$

$$\text{Ответ: } abc \min = 7^{37} \cdot 2^{26}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}, b=a+r: \frac{2a+r}{a^2+4a^2+2ar+r^2-6a(a+r)} =$$

$$= \frac{2a+r}{2a^2+r^2+2ar-6a^2-6ar} = \frac{2a+r}{r^2-4a^2-4ar-r^2+r^2} =$$

$$= \frac{2a+r}{-(2a+r)^2+2r^2}, 2a+r=mk, -(2a+r)^2+2r^2=me$$

$$-m^2k^2+2r^2=me, m \frac{k^2}{e} = -\frac{1}{(2a+r)^2+2r^2}$$

$$\frac{m^2k^2}{me} = m \frac{k^2}{e}: \frac{k^2}{mk^2} = \frac{2r^2}{(2a+r)^2}$$

Ответ: $m=4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$

Дано:

$AC:CB = 7:1, R=5, r=1$

R - радиус окр. Ω

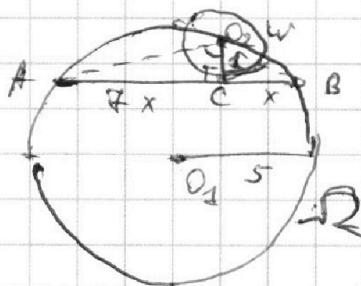
r - радиус окр. ω

Найти: AB

Решение:

1. Для $\triangle AO_2B$:

$$\frac{8x}{\sin \angle AO_2B} = 2R = 10.$$



$$\sin \angle AO_2B = \sin(\angle AO_2C + \angle CO_2B) = \sin \angle AO_2C \cos \angle CO_2B + \sin \angle CO_2B \cos \angle AO_2C$$

$$\sin \angle AO_2C = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}, \cos \angle AO_2C = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}, \sin \angle CO_2B = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},$$

$$\cos \angle CO_2B = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \Rightarrow \sin \angle AO_2B = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} +$$

$$+ \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}} = \frac{8x}{\sqrt{x^2+1} \sqrt{49x^2+1}}$$

$$\Rightarrow 8x \cdot \frac{1}{\sin \angle AO_2B} = 8x \cdot \frac{\sqrt{x^2+1} \sqrt{49x^2+1}}{8x} = 10,$$

$$(x^2+1)(49x^2+1) = 100, 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0, 49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$t = \frac{-50 + \sqrt{4(5^2 + 7^2 \cdot 99)}}{2 \cdot 49} = \frac{2\sqrt{1369} - 25}{49} = x^2, x = \frac{\sqrt{2\sqrt{1369} - 25}}{7}$$

$$AB = 8x = \frac{8}{7} \sqrt{2\sqrt{1369} - 25}$$

Ответ: $\frac{8}{7} \sqrt{2\sqrt{1369} - 25}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



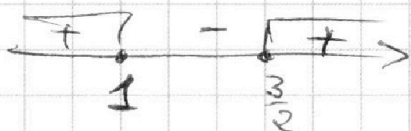
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \stackrel{a}{=} \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \stackrel{b}{=} 2 - 7x$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 7x & (a-b)(a+b) = a-b \\ a-b = 2-7x \end{cases}$$

$$a=b: \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, \Rightarrow 2 - 7x = 0,$$

$$\boxed{x = \frac{2}{7}}$$

$$\text{OZ: } 2x^2 - 5x + 3 \geq 0, \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3}{2}; 1$$



$$2x^2 + 2x + 1, \quad D = 4 - 8 < 0, \\ x \in \text{модель}$$

$$a \neq b: \quad a+b=1, \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1, \quad 7x - 1 \geq 0, \quad x > \frac{1}{7} :$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1, \quad 41x^2 - 22x - 3 = 0,$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{41 \cdot 2} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}, \quad \boxed{x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

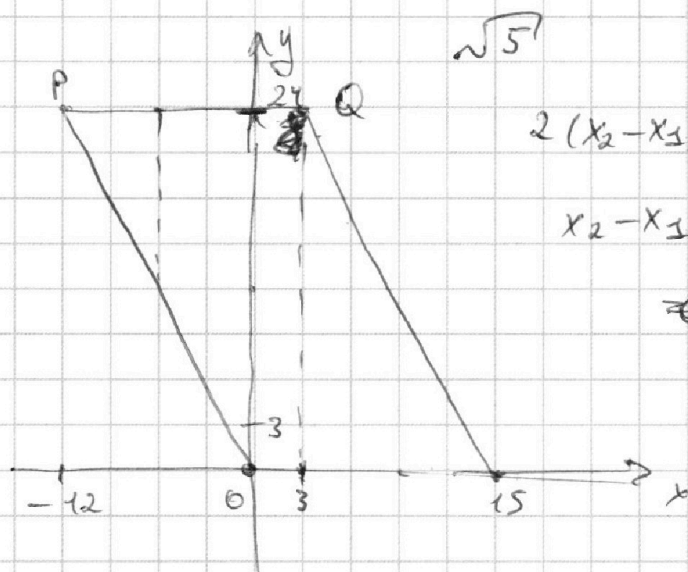
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{5}$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12.$$

$$x_2 - x_1 = 0 : (\cancel{15} + \cancel{13}) = 2 \cdot 12 =$$

$$= 24 \cdot (1 + \dots + 13)_2 =$$

$$= 7 \cdot 13 \cdot 2$$

$$x_2 - x_1 = 1 : 15 \cdot 3 \cdot 2 +$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

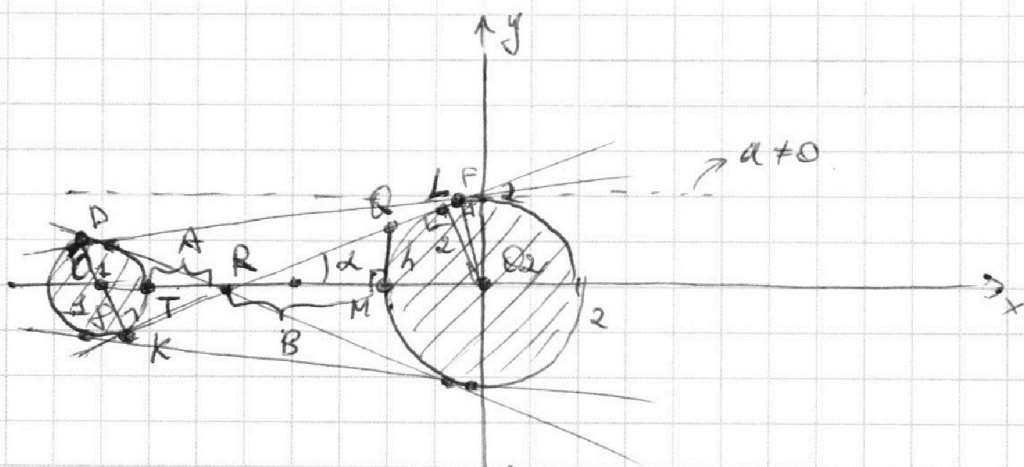
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{6}$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$



$\Delta O_1KR \sim \Delta RLO_2, k = \frac{1}{2}$. Пусть $TR = A, RM = B, \alpha = \angle O_2RL$

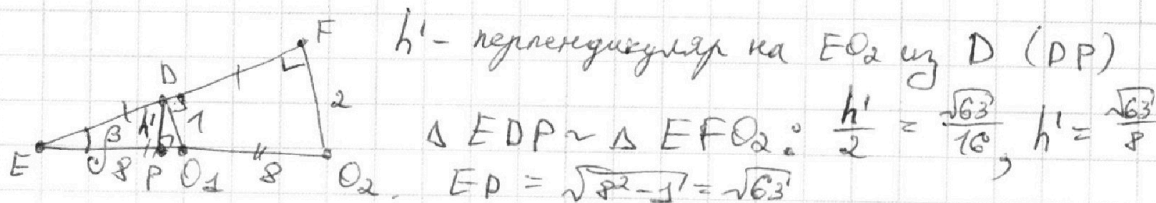
Тогда проведём из M перпендикуляр h . (MR).

$$\Delta MQR \sim \Delta RLO_2: \frac{B}{RL} = \frac{h}{2}$$

$$\Delta O_1KR \sim \Delta RLO_2: (A+1) \cdot 2 = B+2, A+B=5, A = \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{10}{3}, RL = \sqrt{(B+2)^2 - 2^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 55}{9}} = \frac{2}{3} \sqrt{55}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2B}{RL} = \frac{20}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{55}} = \frac{10}{\sqrt{55}}, \Rightarrow \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{B} = \frac{10}{\sqrt{55}} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{\sqrt{55}}, \alpha_2 = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$



h' - перпендикуляр на EO_2 из D (DP)

$$\Delta EDP \sim \Delta EFO_2: \frac{h'}{2} = \frac{\sqrt{63}}{10}, h' = \frac{\sqrt{63}}{5}$$

$$EP = \sqrt{8^2 - 1} = \sqrt{63}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{63}$ (предположение)

Тогда $a_3 = \operatorname{tg} \beta = \frac{h_1}{EP}$, $EP = \cancel{EP} = \rho - \sqrt{1 - (h_1)^2} =$
 $= \rho - \sqrt{1 - \frac{63}{64}} = \frac{63}{\rho}$, $\Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{63}}{\rho} = \frac{\rho}{63} = \frac{1}{\sqrt{63}} = a_3$,
 $a_4 = -\frac{\sqrt{63}}{63}$

Ответ: $a = \cancel{\frac{3\sqrt{55}}{55}} \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$; $\pm \frac{\sqrt{63}}{63}$



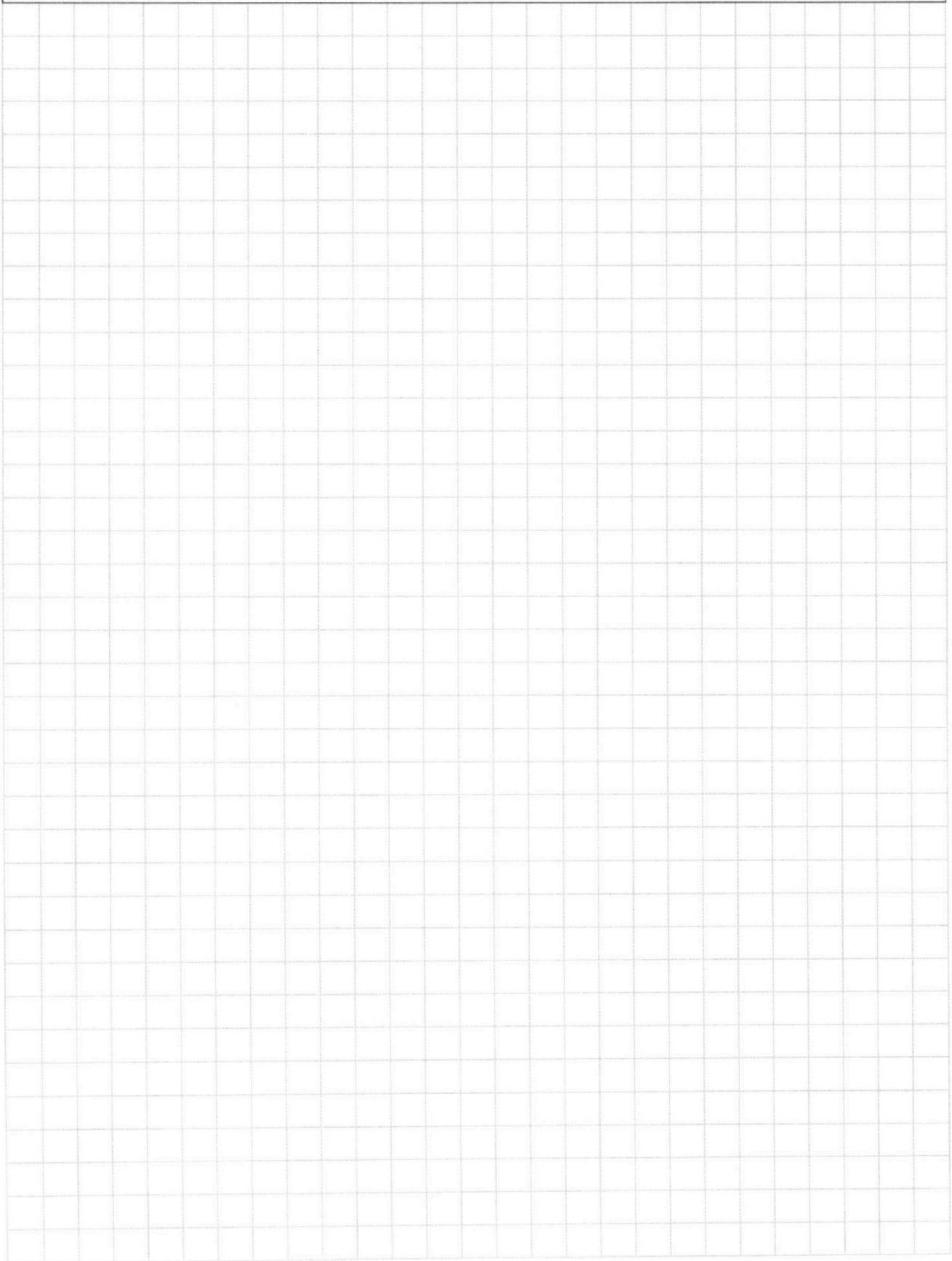
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



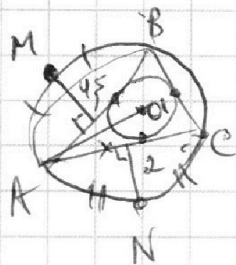
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$mk = 2^a \cdot 7^{10} \cdot 2^{b+c} \quad | \text{or}$$

$$mkr = 2^a \cdot 7^{10} \cdot \frac{b+c}{r}$$

$$2^b \cdot 2^c = 7^{10} \cdot 2^{a+d+c} = 7^{10} \cdot 2^1$$

$$\begin{array}{r} 1369 \overline{)16} \\ -128 \\ \hline 89 \\ -85 \\ \hline 4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{2r} = p(2a+n)$$

$$p^2 = 2 \cdot 16$$

$$p = 4$$

$$2r = 16$$

$$r = 8$$

$$a+b+c = 1$$

$$7^{10} \cdot 2$$

$$m \cdot 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k \cdot 2^{14} \cdot 7^{17} \cdot r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} = 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{14} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} = 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$18 \quad 15. \quad 1369 \overline{)16} \quad \frac{1}{54} \quad \frac{1}{54}$$

$$abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot mkr} = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{mkr}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{37} \cdot 7^{47}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{23}$$

$$a^2 = 2^{17} \cdot 7^{30} \cdot \left(\frac{mk}{k}\right) = 2^{17} \cdot 7^{30}$$

$$a = 2^8 \cdot 7^{15}$$

$$abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7^{10}} = 2^{31} \cdot 7^{37}$$

$$a^2 b^2 c^2 = mk \cdot 2^{31} \cdot 7^{27}$$

$$\frac{mr}{k} = 2, \quad \frac{mk}{r} = 2 \cdot 7^{10}$$

$$ac = r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$b^2 = \left(\frac{mk}{r}\right) \cdot 2^{11} \cdot 7^{10} = 2^4 \cdot 7^{10}$$

$$\frac{kr}{m} = 2, \quad \sqrt{2^{54} \cdot 7^{74}} = 2^{27} \cdot 7^{37}$$

$$abc^2 = kr \cdot 2^{37} \cdot 7^{54}$$

$$c^2 = \left(\frac{kr}{m}\right) \cdot 2^{23} \cdot 7^{44} = 2 \cdot 7^{44}$$

$$\frac{mr}{k} \cdot \frac{kr}{m} = 4 = 2^2 \cdot 2^0 = r^2$$

$$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

$$\frac{mk}{r} = 2^9 \cdot 7^{10}, \quad \frac{kr}{m} = 2^c$$

$$r = 2, \quad \frac{k^2}{2} = 2 \cdot 7^{10}, \quad \frac{m}{k} = 1$$

$$\frac{mr}{k} = 2^b, \quad \frac{mkr}{k^2 c}$$

$$k^2 = 4 \cdot 7^{10}, \quad k = 2 \cdot 7^5$$

$$\boxed{r = 2}$$

$$\boxed{k = 2 \cdot 7^5 = m}$$

$$\boxed{r^2 = 2 \frac{b+c}{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

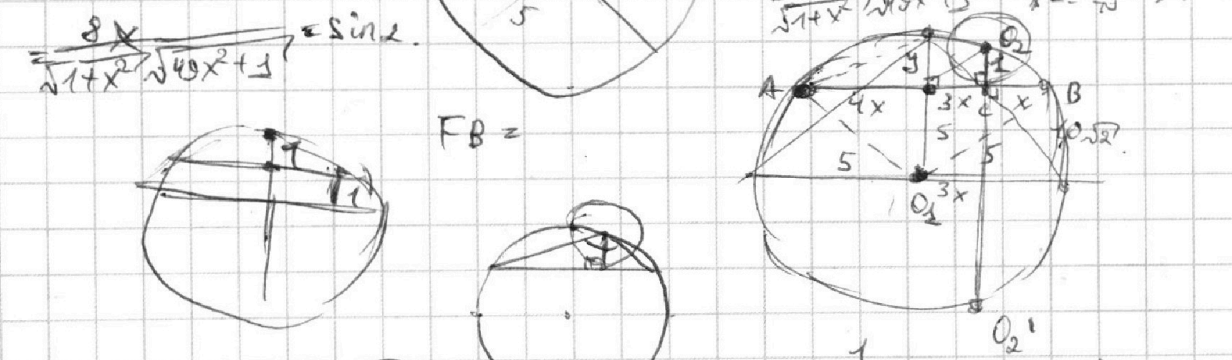
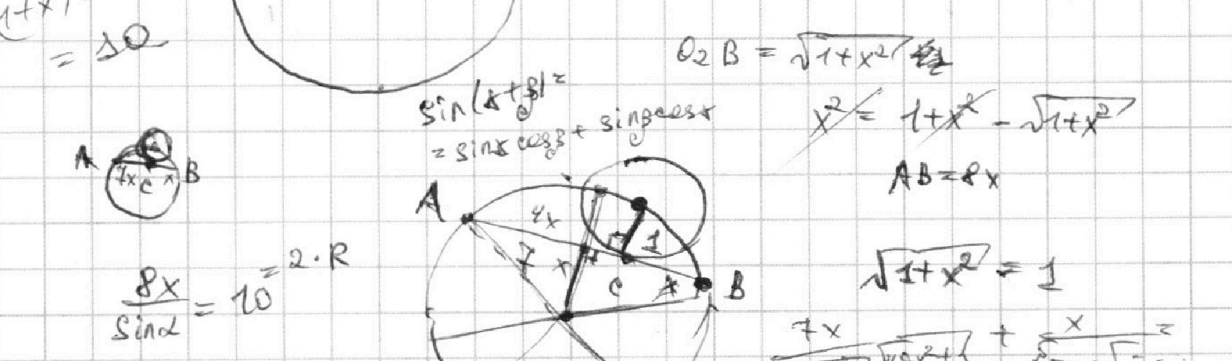
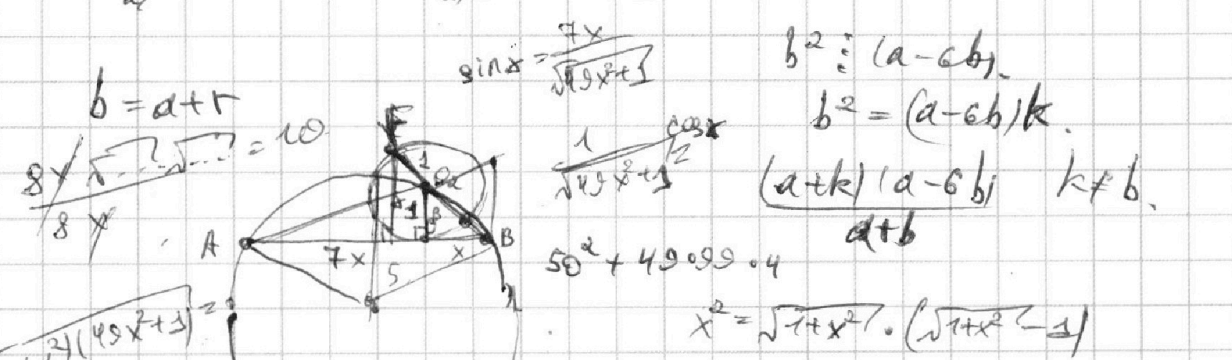
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x^2 = t$ $49t^2 + 50t - 99 = 0$
 $a + b = mA$ $a^2 - 6ab + b^2 = mB$
 $\frac{a}{b} = \text{кос } \alpha$
 $t = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot (-99)}}{2 \cdot 49}$

$6 = mA^2 - B$ $2-3=6$
 $8ab = m^2 A^2 - mB = m(mA^2 - B)$
 $ab : m$ $ab : mA^2 - B$
 $\frac{a+b}{B} \cdot (1+x^2) \cdot (49x^2+1) = 100$
 $a(a-cb) + b^2$



$\sin(\alpha) = \sin \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
 $30+30$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$43x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{4 \cdot 43}$$

Q3: $ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac = r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc^2 = km \cdot 2^{31} \cdot 7^{54}$

$abc = kr \cdot 2^{34} \cdot 7^{47}$

$ac = r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$

$\frac{22}{44} = \frac{41}{88}$
 $\frac{44}{44} = \frac{123}{110}$
 $\frac{44}{44} = \frac{4}{11}$

$km \cdot 2^{31} \cdot 7^{54}$

$a^2 = \frac{kr}{m} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 + 2x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

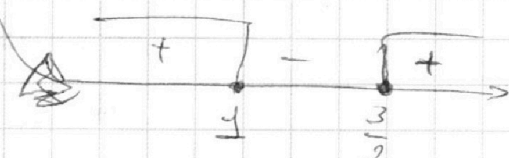
$a = 2^{17} \cdot 7^{15}$
 $a = b$

$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$

$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}; 1$



$a^2 - b^2 = 2 - 7x$

$a - b = 2 - 7x$

$a^2 - b^2 = a - b$

$(a - b)(a + b) = a - b$

I: $a - b \neq 0$

$a + b = 1$

$4 \cdot 244 = 4 \cdot 4 \cdot 62 = 244 \cdot 4 = 976$

$\frac{976}{4} = 244$

$\frac{244}{4} = 61$

$\frac{61}{1} = 61$

II: $a - b = 0$; $a = b$

$x = \frac{2}{7}$

$2x^2 = 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$

$\frac{22 \pm 4\sqrt{1}}{4 \cdot 43} = \frac{11 \pm 2\sqrt{1}}{43}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

$$y = ax + 10b.$$

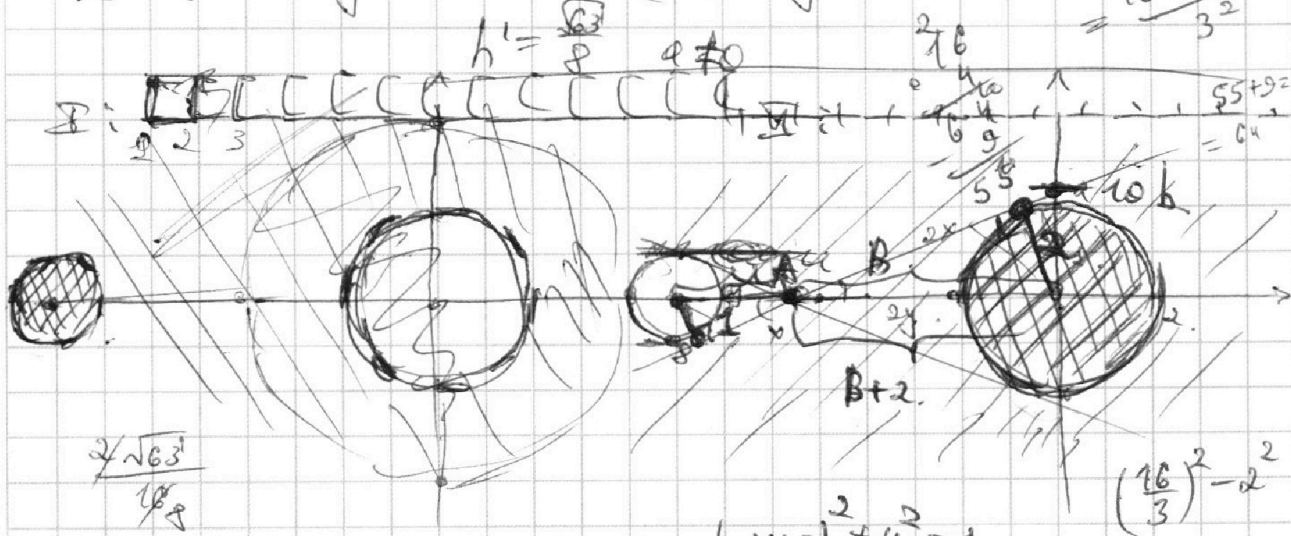
$$4 \cdot 55$$

$$\frac{16 \cdot 404 - 4 \cdot 3^2}{9} = \frac{4(16 \cdot 4 - 9)}{9}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases} \quad \text{ГМТ}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$

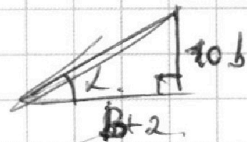
$$\frac{16^2 - 4 \cdot 3^2}{3^2} = \frac{16^2 - 4 \cdot 3^2}{3^2}$$



$a = 0: y = 10b \Rightarrow a \neq 0.$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

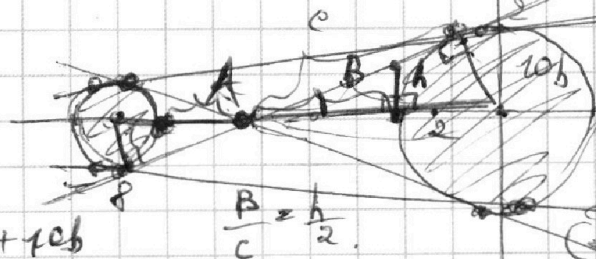
$$c = \sqrt{(B+2)^2 - 2^2}$$



$$y^2 = 1 - (x+8)^2$$

$$y = \sqrt{1 - (x+8)^2}$$

$$-\sqrt{1 - (x+8)^2} = ax + 10b$$



$$a = by \cdot c$$

$$2 = \frac{10b \cdot 3}{16}$$

$$\frac{B}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{B}$$

$$1 - (x+8)^2 = a^2 x^2 + 20axb + 100b^2$$

$$A + B = 5$$

$$\frac{10}{3} + \frac{6}{3} =$$

$$3A = 5$$

$$(A+1) \cdot 2 = B+2$$

$$= \frac{16}{3}$$

$$A = \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{10}{3}$$

$$2A + 2 = B + 2$$

$$2A = B$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{-50 + \sqrt{50^2 + 49 \cdot 99 \cdot 4}}{49 \cdot 2}$$

$$5^4 \cdot 4 + 7^2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 4 = (a+b)^2 - 8ab$$

$$= 4(5^4 + 7^2 \cdot 99) = 4 \cdot 5476 = 4 \cdot 401369$$

$$25 \cdot 25 = 625$$

$$(5^2 \cdot 2)^2 = 5^4 \cdot 2^2$$

$$2a+r = mk$$

$$-50 + \sqrt{1369} = \frac{1}{m} = -1$$

$$2a+r = mk$$

$$-m^2k^2 + 2r^2 = m$$

$$\frac{1}{m} = -1$$

$$4a^2 + 4ar + r^2 = k^2 = 348$$

$$x^2 = \frac{2\sqrt{1369} - 25}{49}$$

$$x = \frac{\sqrt{2\sqrt{1369} - 25}}{7}$$

$$b = a + r$$

$$\frac{a}{b} = \text{косопр.}$$

$$\frac{a+r}{a} = 2+r$$

$$a^2 = 6ab + b^2$$

$$a^2 - 6a(a+r) + a^2 + 2ar + r^2$$

$$2a+r$$

$$4a^2 + 4ar + r^2 = 2a^2 + 2ar + r^2 - 6a^2 - 6ar$$

$$r^2 - 4a^2 - 4ar = r^2 - 4a^2 - 4ar$$

$$a = 1 \quad r = 4$$

Additional calculations and notes:

- $49 \cdot 99 = 4851$
- $50^2 = 2500$
- $2500 + 4851 \cdot 4 = 2500 + 19404 = 21904$
- $\sqrt{21904} = 148$
- $148 - 50 = 98$
- $98 / 98 = 1$
- $1 / 98 = 1/98$
- $1/98 = -1$ (circled)
- $4a^2 + 4ar + r^2 = 4a^2 + 16a + 16 = k^2$
- $4a^2 + 16a + 16 = 348$
- $4a^2 + 16a - 332 = 0$
- $a^2 + 4a - 83 = 0$
- $a = 7, r = 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including geometric diagrams and algebraic derivations.

Top Left: QR code and handwritten notes: $h/h_0, g/g_0, \dots$

Top Center: A circle with points A, B, C, M, N and various lines and angles. Labels include $4, 5$, 2 , 1 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 13 , 14 , 15 , 16 , 17 , 18 , 19 , 20 , 21 , 22 , 23 , 24 , 25 , 26 , 27 , 28 , 29 , 30 , 31 , 32 , 33 , 34 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39 , 40 , 41 , 42 , 43 , 44 , 45 , 46 , 47 , 48 , 49 , 50 , 51 , 52 , 53 , 54 , 55 , 56 , 57 , 58 , 59 , 60 , 61 , 62 , 63 , 64 , 65 , 66 , 67 , 68 , 69 , 70 , 71 , 72 , 73 , 74 , 75 , 76 , 77 , 78 , 79 , 80 , 81 , 82 , 83 , 84 , 85 , 86 , 87 , 88 , 89 , 90 .

Top Right: Algebraic equations:
 $a + b = mk$
 $a^2 - cab + b^2 = m^2$
 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - cab + b^2} = \frac{m^2 k^2}{m^2}$
 $8ab = m(mk^2 - 1)$
 $\frac{a}{b} = p = a + b - \frac{8ab}{a + b}$
 $\frac{(a + b)^2 - 8ab}{a + b} =$

Middle: $2(x^2 - 2x + 4) - 4 = 4x - 4 = 4(x - 1)$

Bottom Left: $24 - 1 = 23$

Bottom Center: A diagram showing a circle with a horizontal line and a vertical line, with points labeled 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90.

Bottom Right: $\frac{8ab}{a + b} = p$
 $8ab = p(a + b)$