МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

$ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot k$

$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$ $\quad bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot m$

$ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ $\quad ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot n$

$\min abc$

$$(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot k\cdot m\cdot n$$

$$kmn = p \in N$$

$$(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot p$$

Заметим, что $p=1$ не подходит

$abc = \sqrt{2^{51}\cdot 7^{64}} = 2^{25}\cdot 7^{32}\sqrt{2} \notin N$ но $a\in N$ противоречие $b\in N$ $c\in N$

p должно иметь в себе 2 в нечет. ст. т.е. минимум!

тогда следующее минимальное подходящее $p=2$

тогда $abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$ но $ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ а abc нет

значит abc должно в себе содержать степень 7 не меньше чем степень семёрки которая

есс 7^{37}, ~~а значит~~ $\min (abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot 2\cdot 7^{10} = 2^{52}\cdot 7^{74}$

~~р должно быть нечет ст. 2 чтобы извл. корень~~ $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$

~~но опять же степень 7 не подходит т.к. $ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$~~

пусть ст. 7 вх. в a будет k_a; в b k_b; в c k_c тогда

$\min k_a + k_b = 10$ но при этом $k_a \geq 0$ $k_b \geq 0$ $k_c \geq 0$

$\min k_b + k_c = 17$ но в этом случае $k_b < 0$ $k_a + k_b + k_c \geq k_a + k_c \geq 37$

$\min k_a + k_c = 37$

~~т.к. $k_a + k_b + k_c = \frac{37+17+10}{2} = 32$ $k_b = 32 - (k_a + k_c)$~~

~~значит т.к. нам нужно минимальное~~ $k_a + k_b + k_c = -5$ подходит 3-ка ~~увеличим~~

~~k_b~~ тогда $k_b = 0$ $k_a = 15$ $k_c = 22$ и $k_a + k_b + k_c = 37$ значит

минимум достигается тогда $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$ $\quad a = 2^{8}\cdot 7^{15}$

$b = 2^{6}\cdot 7^{0}$ $\quad c = 2^{12}\cdot 7^{22}$ и все условия выполнены $ab = 2^{14}\cdot 7^{15} \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad bc = 2^{18}\cdot 7^{22} \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20}\cdot 7^{37} \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26}\cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 2.

~~Без ограничений общности будем считать, что~~

~~$b \geq a$~~ НОД$(b;a)=1$ т.к $\frac{a}{b}$ несокр.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}=\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$ Заметим, что

если мы найдём пример где $m=a+b$, то он будет максимальным т.к. числитель равен $a+b$ для равенства равенство $8ab=K(a+b)=Ka+Kb$

Заметим, что $K \vdots a$ $K \vdots b$ $K \vdots ab$ т.к НОД$(a;b)=1$ тогда

$K=ab \cdot p$ $8ab=abp(a+b)$

$p\cdot(a+b)=8$ например при $p=1$ $a+b=8$ тогда $a=7$ $b=1$

Значит при $m=a+b$ так можно

Оказаться и при этом $a+b$ максимально т.к ~~на $a+b$~~ наиб делитель $a+b$ - $a+b$

Ответ: $a+b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

продолжение номера 3

$\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}=10 \quad \uparrow^2$

$(x^2+1)(49x^2+1)=100$

$49x^4+50x^2-99=0$

$(x^2-1)(49x^2+99)=0$

$49x^2+99 \neq 0$ т.к. $49x^2 \geq 0$ $99>0$

$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x=1$

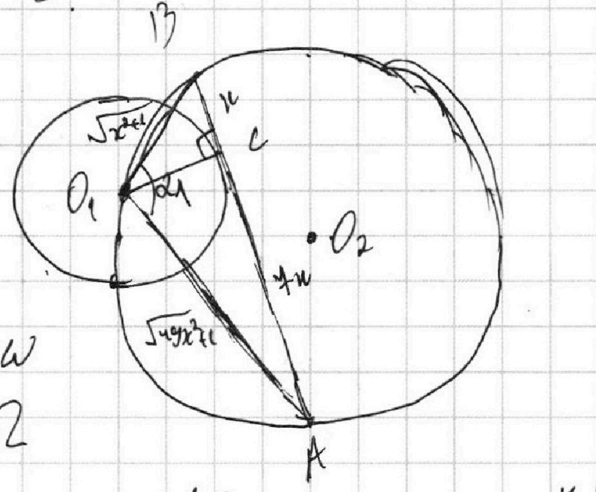
$x=-1$ не подходит. т.к x - длина отрезка

значит $x=1$ $AB=8x=8$

Ответ: 8

№3.

Дано
ω
Ω
$r=1$
$R=5$
$AC:CB=7$
AB - кас. ω
C - точка кас.
AB - хорда Ω



O_1 - центр ω
O_2 - центр Ω

пусть $AC = 7x$ тогда $BC = \frac{7x}{7} = x$ (по условию)
$AB = AC+CB = 8x$ (по св-ву суммы отрезков)
по св-ву радиуса проведённого в точку касания $O_1C \perp BA$ $O_1C = r = 1$
тогда по теореме Пифагора $\triangle BO_1C$ и $\triangle O_1CA$
$BO_1 = \sqrt{BC^2+O_1C^2} = \sqrt{x^2+1}$ $AO_1 = \sqrt{O_1C^2+AO_1^2} = \sqrt{49x^2+1}$
$S_{\triangle BO_1A} = \frac{AB \cdot O_1C}{2} = \frac{8x \cdot 1}{2} = 4x$ $S_{\triangle BO_1A} = \frac{1}{2} \cdot BO_1 \cdot AO_1 \cdot \sin\alpha$
пусть $\angle BO_1A = \alpha$
O_1C - высота по определению
тогда $4x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1} \cdot \sin\alpha$
$\sin\alpha = \frac{8x}{\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1}}$ по теореме синусов
$\triangle BO_1A$ ($\triangle BO_1A$ вписан в Ω по опр. $B; O_1; A$ лежат на окр Ω по условию)
$$2R = \frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{8x}{\left(\frac{8x}{\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1}}\right)} = \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1}$$
Значит $\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 2R = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4.

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

пусть $\sqrt{2x^2-5x+3} = a \geq 0 \quad \uparrow^2 \quad a^2 = 2x^2-5x+3 \ (1)$

$\sqrt{2x^2+2x+1} = b \geq 0 \quad \uparrow^2 \quad b^2 = 2x^2+2x+1 \ (2)$

$(1)-(2) \Rightarrow a^2-b^2 = -7x+2$

$-7x = a^2-b^2-2$

подставим это в исходное уравнение:

$a-b = 2+a^2-b^2-2$

$a-b = a^2-b^2 \quad a^2-b^2-(a-b)=0$

$(a-b)(a+b)-(a-b)=0$

$(a-b)(a+b-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=b \\ a=1-b \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1} \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1-\sqrt{2x^2+2x+1} \end{array}$

решим эти уравнения, а потом подставим их в исходное, чтобы убедиться в том, что они не посторонние. ~~а потом~~

$\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1} \quad \uparrow^2$

$2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \quad 7x=2 \quad x=\frac{2}{7}$

$\sqrt{2\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^2-5\cdot\frac{2}{7}+3} - \sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2+2\cdot\frac{2}{7}+1} = 2-7\cdot\frac{2}{7} = 2-2=0$

$\sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2-5\cdot\frac{2}{7}+3} = \sqrt{\frac{8}{49}-\frac{10}{7}+3} = \sqrt{\frac{8-70+147}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}}$

$\sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2+2\cdot\frac{2}{7}+1} = \sqrt{\frac{8}{49}+\frac{4}{7}+1} = \sqrt{\frac{8+28+49}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}}$

значит всё верно т.к. $\sqrt{2\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^2+2\cdot\frac{2}{7}+1} + \sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2-5\cdot\frac{2}{7}+3} = \sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$ и $2-7\cdot\frac{2}{7}=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Упражнение №4.
второй случай

$\sqrt{2x^2-5x+3} = 1-\sqrt{2x^2+2x+1}$ $\uparrow^2$

$2x^2-5x+3 = 1-2\sqrt{2x^2+2x+1}+2x^2+2x+1$

$3+2\sqrt{2x^2+2x+1} = 7x+1+1$

$2\sqrt{2x^2+2x+1} = 7x-1$ $\uparrow^2$ $x \geq \frac{1}{7}$ усл. наличия корней

$4(2x^2+2x+1) = 49x^2-14x+1$

$41x^2-22x-3=0$

$D_1 = 121+41\cdot 3 = 162 = 9^2\cdot 2$

$x_1 = \frac{11-9\sqrt{2}}{41}$ ПК

$x_2 = \frac{11+9\sqrt{2}}{41}$ ПК

Заметим, что в начальном уравнении следствии должно выполняться условие

$1-\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0$ т.к. $\sqrt{2x^2-5x+3} \geq 0$

$\sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1$ $\uparrow^2$ $2x^2+2x+1 \geq 0$ всегда т.к.

$2x^2+2x+1 \leq 1$

$2x(x+1) \leq 0$ $|:2$ $x^2+x^2+2x+1>0$

$x(x+1) \leq 0$ $x^2+(x+1)^2 \geq 0$

$x \in [-1; 0]$

$\frac{11-9\sqrt{2}}{41} < 0 < \frac{1}{7}$

$\frac{11-9\sqrt{2}}{41}$ не подходит т.к. условие на наличие корней не выполнено

$11 < 9\sqrt{2}$ $\uparrow^2$

$121 < 162$

но $\frac{11+9\sqrt{2}}{41} > 0$ тогда этот корень напрасный

Ответ: $\frac{2}{7}$

~~подходит т.к. чтобы~~ $2x^2-5x+3 \geq 0$ ~~, а корень~~ ~~подходит~~

~~$(x-1)(2x-3) \geq 0$~~

~~$\frac{11-9\sqrt{2}}{41}$ 1 1,5~~

~~$-1 < \frac{11-9\sqrt{2}}{41} < 0$ $|\cdot 41$~~

~~$-41 < 11-9\sqrt{2} < 0$~~

~~$-52 < -9\sqrt{2} < -11$ $\uparrow^2$~~

~~$2704 > 162 > 121$ и при этом корень подходит под условие наличия корней значит: Ответ: $\frac{2}{7}$, $\frac{11-9\sqrt{2}}{41}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

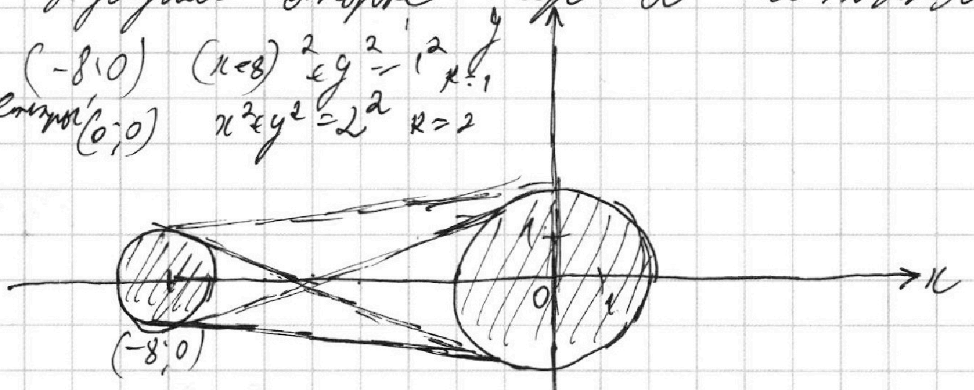
№ 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \quad \text{~ прямая} \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

зададим второе нер-во на плоскости

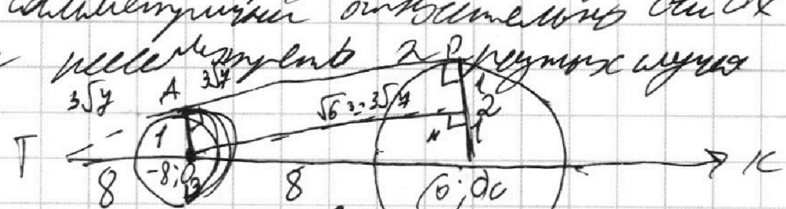
$(-8;0)$ $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$ $R=1$

центры $(0;0)$ $x^2 + y^2 = 2^2$ $R=2$



Эти области подходят т.к. если отметить область вне окр-ей то оба выражения будут положительны и их произведение тоже. А внутри окр-ей одно меньше 0 другое больше (или равно). Значит 2 решения будет тогда и только тогда когда $y = ax + 10b$ - общая касательная этих окружностей заметим что картинка симметрична относительно оси OX и мы можем рассмотреть 2 различных случая

1-ый случай



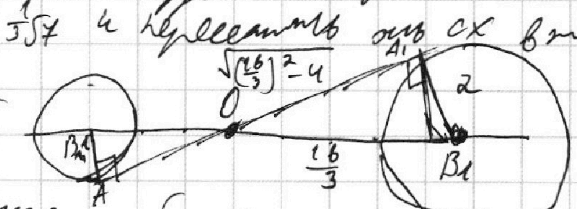
пусть наша прямая касается „сверху" двух окружностей тогда проведём радиусы в точки касания перпенд. к касательной. Они будут параллельны и продлим касательную до точки пересечения с осью OX точка T пусть центр „левой" окр B „правой" C точки кас A и D соответственно тогда Δ TDC $AB \parallel DC$ $AB = 1$ $DC = 2$ значит AB - средняя линия по признаку и $TB = BC = 8$ $TA = TD$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи №6 $TA=TD=3\sqrt{7}$ ~~т.к~~
(рассмотрим трапецию (ABCD) $AB=1$ $CD=2$ $DC=8$
проведём высоту BH к DC тогда
по св-ву пар-мма (ABHD) $AB=DH=1$
ABHD-прямоуг ~~тогда HC=~~ $DC-DH=2-1=1$
по теореме Пифагора $DH=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ $DH=AD$ по св-ву параллелограмма
а значит $TA=TD=3\sqrt{7}$
прямые AD и BC пересек. т.к если бы они были бы параллельными то ABCD был пар-мм и $AB=CD$ а это не так. Тогда тангенс угла наклона прямой общ. кас. к окр. будет равен $tg\angle ATD=\frac{1}{3\sqrt{7}}=a$
$a=tg\,\alpha=\frac{1}{3\sqrt{7}}$ α - угол наклона
тогда прямая $y=\frac{1}{3\sqrt{7}}x+b$ будет иметь 2 точки в кругах
аналогично, если касательная при $b=\frac{0-\frac{-16}{3\sqrt{7}}}{10}=\frac{8}{5\sqrt{7}}$ (точка $T(-16;0)$)
кас. двух окр. снизу то она будет иметь тангенс наклона $a=-\frac{1}{3\sqrt{7}}$ и пересекать ось OX в той же точке T
2-й случай



проведём радиусы в точки касаний перпенд. общей кас. пусть центр 1 окр B
точки кас A и A_1 соотв. O - точка перес. BB_1 и AA_1 2 окр B_1
Тогда $\triangle BAO \sim B_1A_1O$ $\angle BAO=\angle B_1A_1O=90^\circ$ $\angle BOA=\angle B_1OA_1$ по св-ву вертикальных углов (по п-ку) $K=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{1}{2}$
значит $\frac{BO}{OB_1}=\frac{1}{2}$ $BO+OB_1=BB_1=8$ (по св-ву длин отрезков) $3OB_1=8$ $OB_1=\frac{8}{3}$
значит тангенс угла наклона общей кас. будет равен: $tg\angle A_1OB_1=\frac{B_1A_1}{A_1O}=\frac{2}{\sqrt{-2^2+\left(\frac{16}{3}\right)^2}}=a$ - по т. Пифагора $OB_1=\frac{8}{3}\cdot 2=\frac{16}{3}$
$a=tg\angle A_1OB_1=\frac{2}{\sqrt{-4+\frac{256}{9}}}=\frac{6}{\sqrt{-36+256}}=\frac{6}{\sqrt{220}}=\frac{6}{2\sqrt{55}}=\frac{3}{\sqrt{55}}$, тогда
$b=0-\left(-\frac{16}{3}\right)\cdot\frac{3}{\sqrt{55}}=\frac{16}{\sqrt{55}}$, аналогично при симметричн. OX
будет $a=-\frac{3}{\sqrt{55}}$ и те же самые b

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{1}{3\sqrt{7}};\ -\frac{1}{3\sqrt{7}};\ \frac{3}{\sqrt{55}};\ -\frac{3}{\sqrt{55}}}$

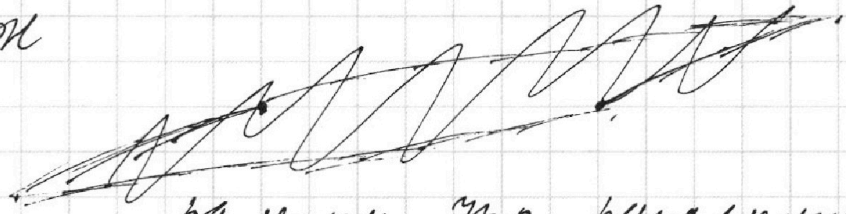
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~№5~~

Зададим все точки внутри параллелограмма неравенствами относительно их сторон



Заметим, что параллельные стороны — $OR \parallel PQ$ и $OP \parallel QR$

т.к уравнение OR $(0;0)$; $(15;0)$ — $y=0$

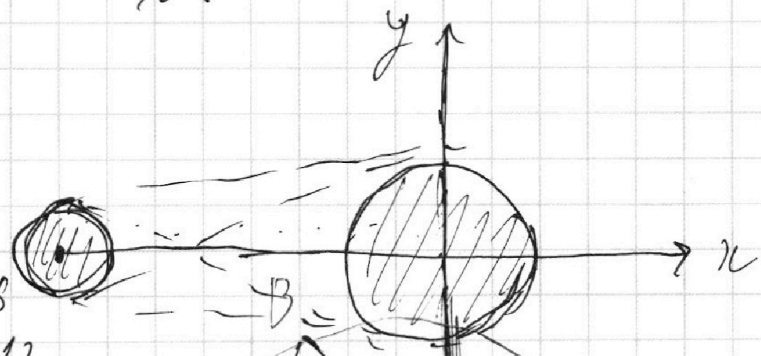
ур-е PQ $y=24$

$y=bx+c$
$0=0+c$
$0=15\cdot b+c$ $c=0$ $b=0$ $y=0$

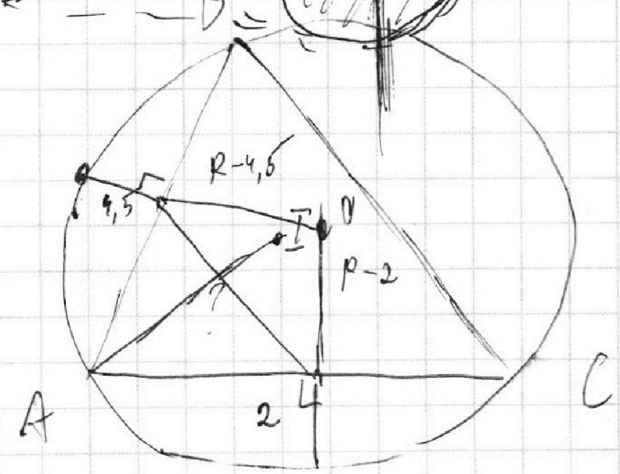
$y=bx+c$
$24=b$

№6

$y=ax+10b$



$a+b+c=26$
$b=6$ $c=12$
$a=8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

или $\frac{a+b}{a^2-ba b+b^2}$ сократимо

$R_\omega = 1$

$R_\Omega = 5$

$\cancel{a}+b=15$

$b+c=17$

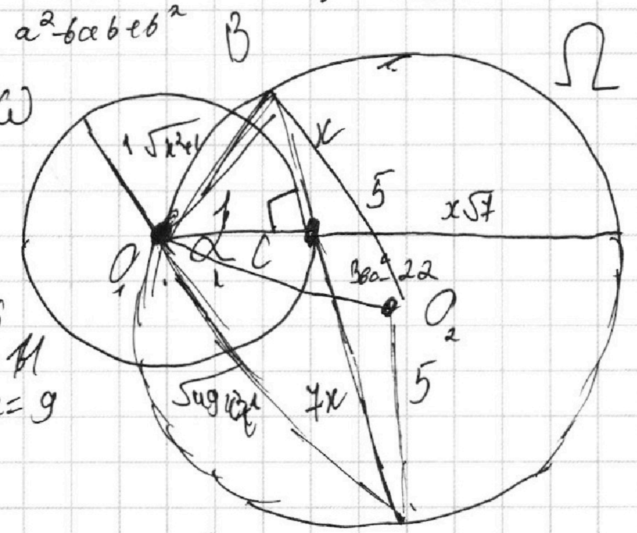
$a+c=20$

$a+b+c=26$

$c=6$ $b=6$

$\cancel{b=11}$ $c=11$

$\cancel{a=14}$ $a=9$



$\cancel{t(t+2)=49x^2}$

$\cancel{(t+1)^2=49x^2+1}$

$\cancel{t^2+2t+1=}$

$\sqrt{x^2+1}$ $\sqrt{49x^2+1}$ $8x$ $h=1$ $S=4x$

$\frac{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}\cdot\sin\alpha}{2}=4x$ $\sin\alpha=\frac{8x}{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}}$

$\frac{8x}{\sin\alpha}=2R_\Omega$ $2R_\Omega=\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}$

$100=(x^2+1)(49x^2+1)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad ab \geq 2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot p$

$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$ $\quad bc \geq 2^{17}\cdot 7^{4}$ $\quad bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot q$

$ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ $\quad ac \geq 2^{20}\cdot 3^{37}$ $\quad ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot t$

$(abc)^2 \vdots 2^{51}\cdot 7^{64} = 2^{14+17+20}\cdot 7^{10+17+37}$ $\quad (abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot pqt$

$pqt = k \in N$ значит $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot k$

При этом $k\in N$ и степень 2 должна быть чётной минимальное $k=1$ не подходит под это условие, а $k=2$ - подходит

при $k=1$ $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}$ а значит $abc = 2^{25}\cdot 7^{32}\sqrt{2} \notin N$

но a,b,c натуральные числа по условию, а значит их произведение тоже натуральное

$k=2$ подходит тогда $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot 2 = 2^{52}\cdot 7^{64}$

$abc = 2^{26}\cdot 7^{32} \in N$ и это значение abc возможно при $ab = 2^{15}\cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$

$abc = 2^{52}\cdot 7^{64}$

$\sqrt{2x^2-5x+3} = 1-\sqrt{2x^2+2x+1}$ $\;|^2$

$2x^2-5x+3 = 1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$1-\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0$ $\quad \sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1$

$x^2+x\leq 0$ $\quad [0;-1]$

$x(x+1)\leq 0$

$\sqrt{\frac{1}{2}-2{,}5+3}$

$\sqrt{2\cdot\frac{11-9\sqrt{2}}{49}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$abc = 2^{52} \cdot 7^{64}$ $\quad c = 2^{52} \cdot 7^{64} : ac = 2^{52} \cdot 7^{64} : 2^{15} \cdot 7^{10} =$

$\frac{a}{b}$ - несокр. $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$ сократима на $8 = p(a+b)$

$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$ $\quad 8ab \vdots a+b$

$k = 4a$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$ $\quad 4a^2 + 4ab - 8ab = 0$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 7x = 2$ $\quad 8ab = ka + kb$

$:a \quad :a \quad :a$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b$

$7x = -(a^2 - b^2) + 2 = -(\cancel{2x^2} - 5x + 3 - \cancel{2x^2} - 2x - 1) + 2 =$

$= -(-7x + 2) + 2 = 7x$

$8ab \vdots a+b$

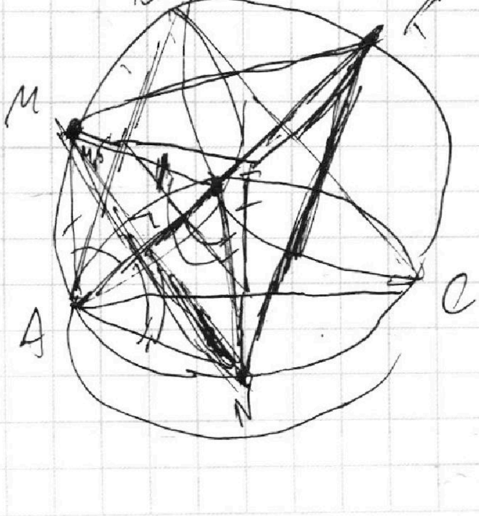
$a - b + b^2 - a^2 \cancel{+2} = \cancel{2}$

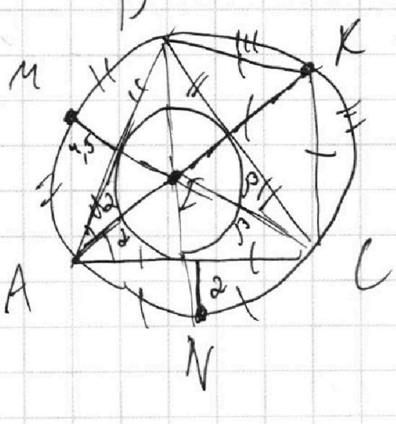
$8ab = ka + kb$

$(b+a)(b-a) - (b-a) = 0$ $\quad b = a \quad a(k - 8b) + kb = 0$

$b = 1 - a$

$(b-a)(b+a-1) = 0$





$\sqrt{2 \cdot (11 - 9\sqrt{2})^2 - 5 \cdot (11 - 9\sqrt{2}) +3} - \sqrt{2 \cdot (11 - 9\sqrt{2})^2 + 2(11 - 9\sqrt{2}) + 1} = 2 - \frac{7 \cdot (11 - 9\sqrt{2})}{\sqrt{41}}$