



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}, \quad ab : 2^{14} 7^{10}, \quad bc : 2^{17} 7^{17}, \quad ac : 2^{20} 7^{37}$$

$abc = ?$

Пусть  $a : 2^k 7^e$ , где  $k$  и  $e \in \mathbb{Z}$ , - максимальные степени входящие  $2$  и  $7$  соответственно в разложении  $a$  на простые множители (т.е.  $a \not\vdots 2^{k+1}$  и  $a \not\vdots 7^{e+1}$ ).

Аналогично определим  $m$  и  $n$  для  $b$  ( $b : 2^m 7^n$ , но  $b \not\vdots 2^{m+1}$ ,  $b \not\vdots 7^{n+1}$ ) и  $p$  и  $q$  для  $c$  ( $c : 2^p 7^q$ , но  $c \not\vdots 2^{p+1}$ ,  $c \not\vdots 7^{q+1}$ ).

$$ab : 2^{14} 7^{10} \Leftrightarrow k+m \geq 14, \quad e+n \geq 10$$

$$bc : 2^{17} 7^{17} \Leftrightarrow m+p \geq 17, \quad n+q \geq 17 \Rightarrow$$

$$ac : 2^{20} 7^{37} \Leftrightarrow k+p \geq 20, \quad e+q \geq 37$$

$$2(k+m+p) \geq 51, \quad 2(e+n+q) \geq 64 \rightarrow$$

$$k+m+p \geq \frac{51}{2}, \quad e+n+q \geq 32 \rightarrow \begin{matrix} \text{но } e+q \geq 37 \rightarrow \\ \underline{n+q \geq 37} \end{matrix}$$

Но  $k, m, p \in \mathbb{Z} \rightarrow (k+m+p) \in \mathbb{Z} \rightarrow$

$$\underline{k+m+p \geq 26.}$$

Заметим, что значение  $abc$  минимально, когда  $abc$  равно ~~минимуму~~ произведению минимальных, удовлетворяющих <sup>условию</sup> условиям  $2$  и  $7$ , так как иначе существует  $abc$  меньше по значению.  $\Rightarrow$

$$abc = 2^{k+m+p} \cdot 7^{e+n+q} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Ответ:  $abc = 2^{26} 7^{37}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$  - несократима,  $a, b \in \mathbb{N}$ .

Сократить числитель и знаменатель дроби  
равносильно нахождению НОД а числителя  
и знаменателя.  $\Rightarrow$

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2) = m$$

Воспользуемся алгоритмом Евклида:

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2 - (a+b)^2) =$$

$$= \text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)) =$$

$$= \text{НОД}(a+b, -8ab) = m$$

Заметим, что  $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$ :

Условие несократимости дроби  $\frac{a}{b}$   
равносильно  $\text{НОД}(a, b) = 1$ .

Тогда для любого простого делителя  $d$ ,  
являющегося делителем  $ab \Rightarrow$

либо  $a \div d$  и  $b \nmid d$ , либо  $a \nmid d$  и  $b \div d \Rightarrow$   
 $a+b \nmid d \Rightarrow \text{НОД}(a+b, ab) = 1$ .

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, -8)$$

т.к. для любого делителя  $a+b$ ,  $ab$  на  
него не делится.  $\Rightarrow$

Наибольшее возможное значение  $m = 8$ ,  
так как наибольший возможный делитель  $-8$   
это 8.

Ответ:  $m = 8$ .

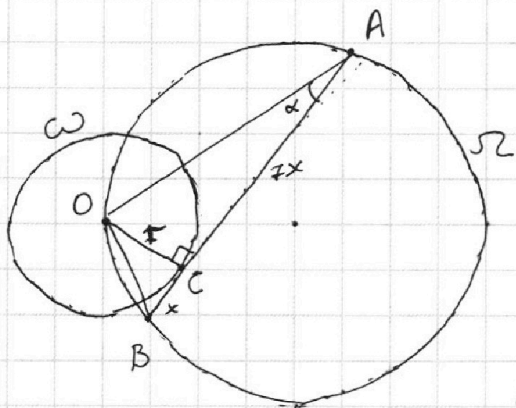
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр окружности  $\omega$  — точка  $O: O \in \Omega$   
Пусть угол  $\angle OAC = \alpha$ ,  
радиус  $\omega$   $r = 1$ ,  
радиус  $\Omega$   $R = 5$ ,  
 $AC = 7x$ ,  $CB = x$ .

Заметим, что  $\angle ACO = 90^\circ$   
по условию AC — касательная к  $\omega$  O-  
центр  $\omega$  (т.е. OC — радиус).

Рассмотрим  $\triangle ACO$ : по т. Пифагора:  
 $AO^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow AO = \sqrt{r^2 + 49x^2}$ .

Рассмотрим  $\triangle ABO$ :  
Затем его площадь двумя способами

$$S = \frac{1}{2} r \cdot 8x = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{r^2 + 49x^2} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}$$

По теореме синусов:  $\frac{OB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow$

$$OB = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (\triangle OCB \text{ прямоугольный, т. Пифагора})$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{r^2 + x^2}}{\frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{(r^2 + x^2)(r^2 + 49x^2)} = 2Rr \Rightarrow$$

$$\text{Подставим значения: } \sqrt{(1+x^2)(1+49x^2)} = 10 \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{99}{49} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8x = 8.$$

Ответ:  $AB = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

• домножим на сопряжённое к левой части  
( $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$ ):

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3})^2 - (\sqrt{2x^2 + 2x + 1})^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(2 - 7x) = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

• Если  $x = \frac{2}{7}$ , то  $0 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{7}$  - корень

• Если  $x \neq \frac{2}{7}$ , то  $2 - 7x \neq 0$ , поделим обе  
части на  $(2 - 7x)$ :

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

Возведём обе части в квадрат:

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 1$$

~~2 + 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 3x - 3 - 4x^2~~  
~~Возведём обе части в квадрат~~

~~4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 = 3x - 3 - 4x^2~~

$$2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3} = 3x - 3 - 4x^2$$

$$2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3} = 3x - 3 - 4x^2 \rightarrow$$

(Возведём обе части в квадрат.)

$$\sqrt{3x - 3 - 4x^2} \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 24x^2 - 18x$$

$$4x^2 - 3x + 3 \leq 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

Заметим, что у неравенства  
 $4x^2 - 3x + 3 \leq 0$  нет решений,  
т.к.  $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$4x^2 - 3x + 3 \leq 0$  - нет решений, так как  
 $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$  и старший коэффициент  
положительный, т.е.  $4x^2 - 3x + 3 > 0$ .  $\rightarrow$

у паузы системы нет решений  $\rightarrow$

для случая  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$   
нет корней  $\Rightarrow$

у уравнения есть единственный корень:

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$ .

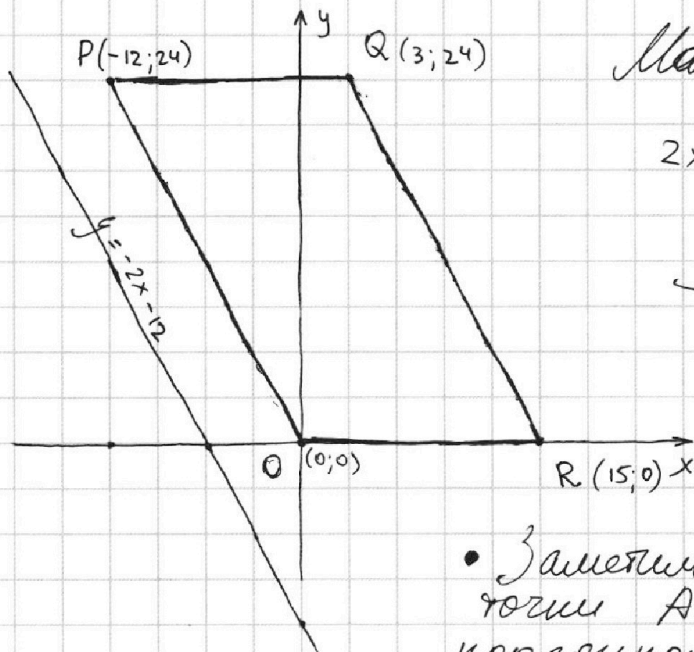
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Масштаб:  $\frac{1}{3}$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$\rightarrow$

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$$

(Если  $y = y_1 - y_2$ ,  
а  $x = x_1 - x_2$ , то  
 $y = -2x - 12$   $\rightarrow$   
~~определение~~)

• Заметим, что для любой точки  $A(x_1, y_1)$  с целыми координатами, лежащей в параллелограмме  $OPRQ$  можно провести прямую  $y_1 = -2x_1 + b$  ( $b \in \mathbb{Z}$ ) параллельную  $PO$ ,  $QR$  (и  $y = -2x - 12$ ). Прямой на этой прямой находится ровно 25 точек, лежащих внутри параллелограмма и имеющих целые координаты.

• Мы можем провести 16 таких прямых (именно столько, целых координат есть для каждой прямой  $y = -2x + b$  ( $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x \in [0; 24]$ )). и на каждой такой прямой 25 точек с целыми координатами  $\rightarrow$  всего  $16 \cdot 25 = 400$  точек внутри параллелограмма (включая границы).

• Заметим, что для каждой прямой  $y_1 = -2x_1 + b$  можно провести параллельную ей прямую  $y_2 = -2x_2 + (b + 12)$ . Тогда для любой точки  $A$  лежащей на прямой  $y_1 = -2x_1 + b$  и любой точки  $B$  лежащей на прямой  $y_2 = -2x_2 + (b + 12)$  (под любыми точками  $A$  и  $B$  подразумеваются точки с целыми координатами и лежащие ...



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

... в параллелограмме  $OPQR$ )  
будет выполнено соотношение из условия

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12, \text{ т.к.}$$

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 &= -2x_1 + b - (-2x_2 + b + 12) = \\ &= -2x_1 + b + 2x_2 - b - 12 = -2(x_1 - x_2) - 12. \end{aligned}$$

• Очевидно  
~~следует~~, что прямые  $y_1 = -2x_1 + b$  и  
 $y_2 = -2x_2 + b + 12$   
не совпадают.

• Таким образом, что точку  $A$  можно выбрать  
400 способами, а для каждой точки  $A$  можно  
выбрать 25 способами (столько целых  
точек на одной прямой, причём  
ни одна из них не может совпасть  
с точкой  $A$ , т.к. прямые не могут  
совпасть)  $\rightarrow$  пар  $A, B$  можно  
выбрать  $400 \cdot 25 = 10.000$  способами  $\rightarrow$   
количество пар  $A, B = 10.000$ .

Ответ: 10.000 пар.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- 3) Если один из них 0, а второй <sup>обязательно</sup> ~~положительный~~, то есть только одно решение
- 4) Если один 0, а второй положительный, то решений бесконечно много, т.к. у второго бесконечно много ~~зна~~ <sup>зна</sup> отриц. <sup>зна</sup> ~~зна~~, а у первого всегда, кроме 1 случая (в 0) положительное значение.
- 5) Если один полож., а второй отриц., то ситуация аналогична 4), только нет другой нуля.
- 6) Если оба дискриминанта положительные, то равно два решения только тогда, когда <sup>многочлены совпадают</sup> ~~многочлены совпадают~~ (и эти 2 <sup>решения</sup> ~~решения~~ в корнях (в нулях)), т.к. иначе бесконечно много

⇒ нас интересуют только 2 4 6 ситуации, т.е. два различных квадрата или полное совпадение

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}; \Rightarrow y = ax + 10b \Rightarrow$$

для каждого  $x$   $y$  восстанавливается единственный образ.  $\Rightarrow$

$$\underbrace{((x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1)}_I \cdot \underbrace{(x^2 + (ax+10b)^2 - 4)}_II \leq 0$$

$\Rightarrow$  для вопроса задачи можно преобразовать:  
найти все значения параметра  $a$ , для  
каждого из которых найдётся значение  
параметра  $b$ , при котором ~~с~~  
неравенство имеет ровно 2 решения.

Заметим, что левая часть неравенства -  
произведение двух многочленов второй  
степени (относительно  $x$ ), графики  
которых параболы ветвями вверх (видно,  
что старший коэффициент положительный).

Рассмотрим всевозможные значения дискри-  
минантов, чтобы понять, когда есть ровно  
2 решения:

$D_I$	+	+	+	-	-	-	0	0	0
$D_{II}$	+	-	0	-	+	0	+	-	0
№ кор.	6	5	4	1	5	3	4	3	2

- 1) Если оба дискриминанта отрицательны, то  
значения обоих многочленов всегда положи-  
тельны  $\Rightarrow$  нет решений
- 2) Если оба дискриминанта равны нулю, то есть  
ровно 2 решения, когда многочлены  
разнобжны, т.к. имеет всего 1 решение.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} =$$

$$= 4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 28x = 4x^2 - 3x + 3 =$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 28x =$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3}$$

$$- 45x^2 + 25x = 2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3}$$

$$25x(-9x + 1) = 2$$

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 \mid -9x + 1$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \frac{1}{9} + 3 =$$

$$\frac{4}{3^8} - \frac{6}{3^6} - \frac{2}{3^4} + \frac{1}{9} + 3 =$$

$$4 - 6 \cdot 9 - 2 \cdot 81 + 243 =$$

$$16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 22x^2 - 18x$$

$$2009x^4 + 625x^2 - 18250x^3 = 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009 \quad -2226 \quad 633 \quad -4 \quad -12$$

$$-2 \mid 7 \quad +633 \quad -16$$

$$2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 3$$

$$8 - 10 + 3$$

$$x=2 \Rightarrow 1$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1$$

$$8 + 4 + 1$$

$$3: 18 + 6 + 1$$

$$18:$$

$$2 \cdot 8 \quad 18 - 15 + 3$$

$$5 \quad 50 + 10$$

$$4 \quad 32 + 8$$

$$-2$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 =$$

$$= (2 - 7x)(5 + 5)$$

$$(-7x + 2) = (2 - 7x)(5 + 5 + 3 + 10 + 8 - 4 + 1)$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$29x^2 - 22x - 3 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a: 2^k 7^e, b: 2^m 7^n, c: 2^p 7^r$

$$\begin{cases} k+m \geq 14 \\ e+n \geq 10 \\ m+p \geq 17 \\ n+r \geq 17 \\ k+p = 20 \\ e+r \geq 37 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(k+m+p) \geq 34+17=51 \\ 2(e+n+r) \geq 27+37=64 \\ e+n+r=32 \\ k+m+p=26 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-4x$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2}) = \sqrt{(x-1)(2x-3)} \cdot \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\frac{a}{b} \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

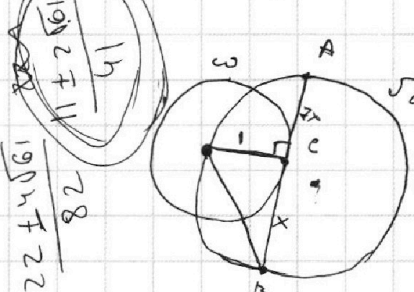
$(a, b) = 1$   
 $(a+b, a^2-6ab+b^2) = m$

$(a+b, -8ab) = m$

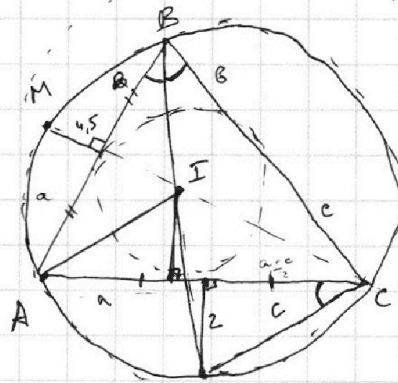
$(a+b, ab) = m$

$9-4 \cdot 4 \cdot 3 = 22+3 \cdot 4 \cdot 4 = 484+492 = 976$

$$a^2-6ab+b^2 - (a^2+6ab+b^2) = -12ab$$



$AC=CB=r$   
 $x=?$   
 $p=12$   
 $k=8$   
 $m=6$



$10 = \frac{8x}{\sin \alpha}$   
 $\frac{1}{2} \cdot 8x \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{1+49x^2}$   
 $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+49x^2}}$

$10 = \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} (x^2-1) (49x^2+99)$   
 $x^2 = 1$   
 $x^2 = -\frac{99}{49} = ?$

$N \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + 4 = NC^2 = \sqrt{1+49x^2+x^2+49x^4} = \sqrt{49x^4+50x^2+1} =$

$\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + \frac{81}{4} = MB^2$   
 $100 = 49x^4+50x^2+1 \quad x=1$

$49x^4+50x^2-99=0$   
 $49(x^2-1)(x^2+\frac{99}{49})=0$

$x^2-2x+1)(1-2x+2(8+x))$   
 $0 = 901 - 4x - 106x^2$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

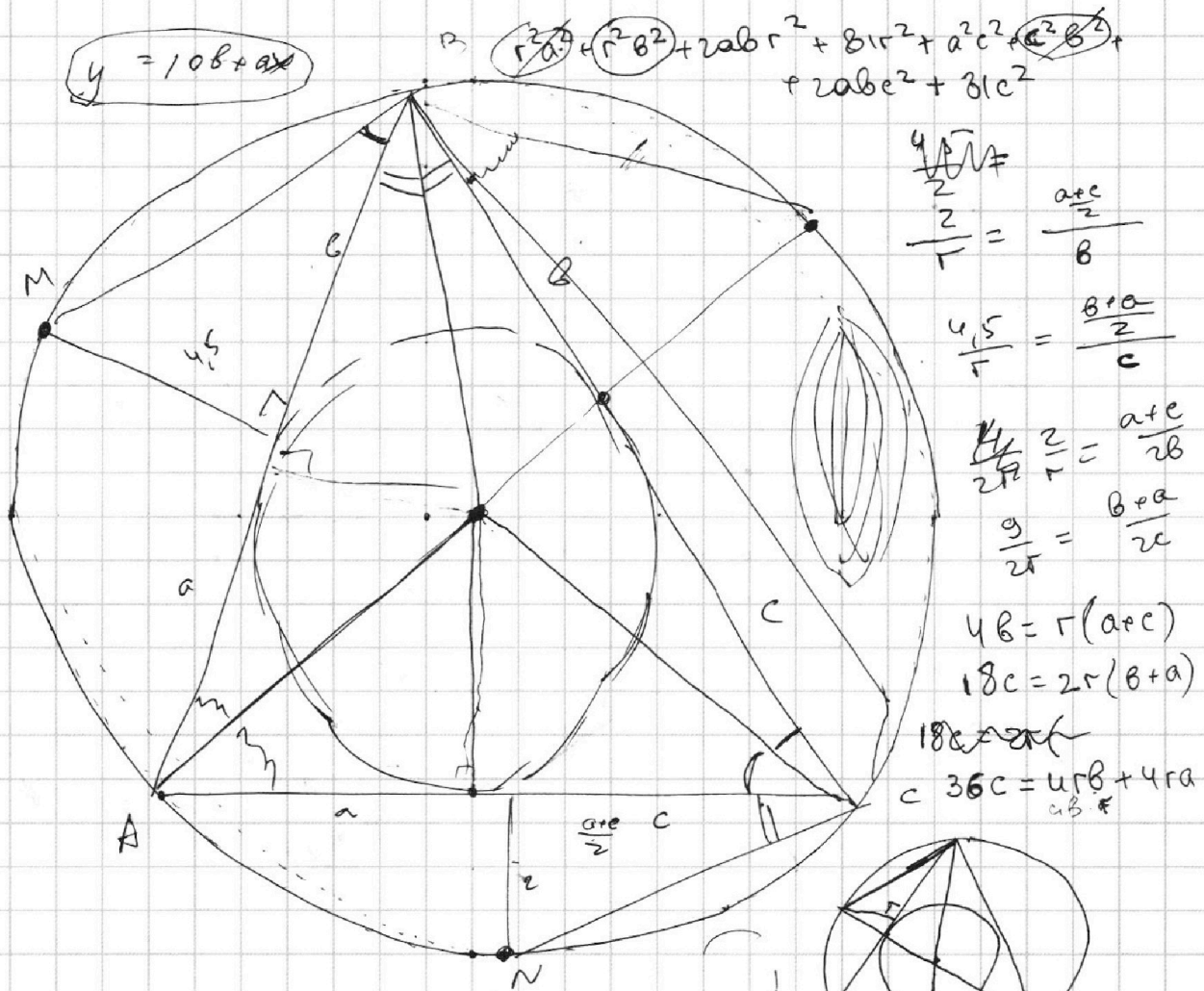
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$y = 108 + ax$

$\cancel{r^2 a^2} + r^2 b^2 + 2abcr + 81r^2 + a^2 c^2 + \cancel{c^2 b^2} + 2abce^2 + 36c^2$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2}$   
 $\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2}$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{b+a}{c}$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2b}$

$\frac{9}{2\sqrt{15}} = \frac{b+a}{2c}$

$4b = r(a+c)$

$18c = 2r(b+a)$

$18c = 2r(b+a)$   
 $c \cdot 36c = urb + 4ra$

$AI = \sqrt{r^2 + a^2}$

$\frac{BI}{CI} = \frac{BM}{CN}$

$BM = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + r^2}$

$CN = \sqrt{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + r^2}$

$\frac{r^2 + b^2}{r^2 + c^2} = \frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + 4}$

$\frac{r^2 + b^2}{r^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2 + 81}{(a+c)^2 + 16}$

$36c = r^2(a+c) + ura$

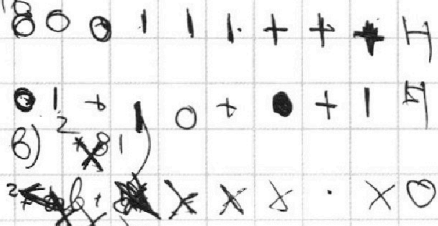
$r^2 a + r^2 c + ura = 36c$

$a(r^2 + ur) + r^2 c = 36c$

$a(r^2 + ur) = c(36 - r^2)$

$(r^2 + b^2) \left( (a^2 + c^2)^2 + 16 \right) = (r^2 + c^2) \left( (a+b)^2 + 81 \right)$

$\cancel{r^2 a^2} + r^2 c^2 + 2cae r^2 + 16r^2 + a^2 b^2 + \cancel{b^2 c^2} + 2ab^2 c + 16b^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ 
 $405 \cdot (14.25 +$

$y_1 - y_2 = 2(x_2 - x_1) - 2(x_1 - x_2) - 12$

$y_1 = -2(x_1 - 6) - 12$ 
 $y_1 = -2x_1 + 6$

$y_1 = -2x_1$

$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \rightarrow y = ax + 10b \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

$(x^2 + 64 + 2 \cdot 16x + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 1)(x^2 + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 4) \leq 0$

$x^2 + 64 + 2 \cdot 16x + y_2 = -2x_2(b+12) y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$(x^2(1+a^2) + x \cdot (20ab + 16) + 63 + 100b^2)(x^2(a^2+1) + x \cdot 20ab + 100b^2 - 4) \leq 0$

$\begin{cases} ( \cdot ) \leq 0 \\ ( \cdot ) \geq 0 \end{cases}$

$D = 400a^2b^2 - 4(1+a^2)(63+100b^2) = 400a^2b^2 - 4 \cdot 63 - 400b^2 - 4 \cdot 63 a^2 - 400a^2b^2$

$y_1 - 2x_1 + 6 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$

$-2x_1 + 6 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_2 = -2x_2 + (6+12)$

$y_1 = -2x_1 + 6$