



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. a - первой член арифметической прогрессии

d - разность ариф. прогрессии

$$a_4 = a + 3d = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2 = a + 5d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a + 9d$$

$$a_6 - a_4 = 2d = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$2 \cdot 2d = 2(x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x = 4d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$2(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 18x + 12 \quad : 3$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

Корни: $x_{1,2} = 1$ $x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{5}$

Проверим:

1) $x = 1$ $a_4 = 6 - 9x = 6 - 9 = -3$
 $a_6 = (x^2 - 2x)^2 = (1 - 2)^2 = 1$
 $a_{10} = 9x^2 = 9$ } $\Rightarrow d = \frac{1+3}{2} = \frac{9-1}{4} = 2$ ✓

2) $x = 1 + \sqrt{5}$
 $a_4 = 6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5}$
 $a_6 = (6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 16$
 $a_{10} = 9(6 + 2\sqrt{5})^2 = 54 + 18\sqrt{5}$ } $d = \frac{16+3+9\sqrt{5}}{2} = \frac{54+18\sqrt{5}-16}{4} = \frac{19}{2} + \frac{9\sqrt{5}}{2}$ ✓

3) $x = 1 - \sqrt{5}$
 $a_4 = 6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$
 $a_6 = (6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 16$
 $a_{10} = 9(6 - 2\sqrt{5})^2 = 54 - 18\sqrt{5}$ } $d = \frac{16+3-9\sqrt{5}}{2} = \frac{54-18\sqrt{5}-16}{2} = \frac{19}{2} - \frac{9\sqrt{5}}{2}$ ✓

Ответ: $x_1 = 1$
 $x_2 = 1 + \sqrt{5}$
 $x_3 = 1 - \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ **1**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$3y + 6x$$

$$3(y + 2x)$$

Пусть $2x + y = k$
 $y = k - 2x$

$$6x + 3y = 3k$$

$$\begin{cases} |x - 2k - 2x| = |x + 4x - 2k| \leq 2 & |5x - 2k| \leq 2 \\ |2x - k + 2x| = |4x - k| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq 5x - 2k \leq 2 \\ -1 \leq 4x - k \leq 1 \end{cases} \begin{cases} 5x - 2 \leq 2k \leq 5x + 2 \\ 4x - 1 \leq k \leq 4x + 1 \\ 2,5x - 1 \leq k \leq 2,5x + 1 \\ 4x - 1 \leq k \leq 2,5x + 1 \\ 1,5x \leq 2 \\ 2,5x - 1 \leq k \leq 4x + 1 \\ -2 \leq 1,5x \\ -2 \leq \frac{3}{2}x \leq 2 \\ -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{k - y}{2}$$

$$\begin{cases} |x - 2y| = \left| \frac{k - y}{2} - 2y \right| \leq 2 & \left| \frac{k - 5y}{2} \right| \leq 2 \\ |2x - y| = |k - y - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq \frac{k - 5y}{2} \leq 2 \\ -1 \leq k - 2y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} -4 \leq k - 5y \leq 4 \\ 2y - 1 \leq k \leq 2y + 1 \\ 5y - 4 \leq k \leq 2y + 1 \\ 2y - 1 \leq k \leq 5y + 4 \end{cases} \begin{cases} 5y - 4 \leq k \leq 5y + 4 \\ 3y \leq 5 \\ -5 \leq 3y \leq 5 \\ -\frac{5}{3} \leq y \leq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\leq \frac{4}{3} & y &\leq \frac{5}{3} \\ 6x &\leq 8 & 3y &\leq 5 \\ 6x + 3y &\leq 8 + 5 \\ 6x + 3y &= 13. \end{aligned}$$

Пример для $3k = 13$:
 $x = \frac{4}{3}$ $y = \frac{5}{3}$

$$\begin{aligned} 6x + 3y &= 8 + 5 = 13 \quad \checkmark \\ |x - 2y| &= \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| = \left| -2 \right| \leq 2 \quad \checkmark \\ |2x - y| &= \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| = \left| 1 \right| \leq 1 \quad \checkmark. \end{aligned}$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n \\ B = m^2n + 2mn^2 + 3mn \end{cases}$$

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+3)$$

пусть $m+2n = a$

$$mn = b$$

$$A = a^2 - 7a$$

$$B = b(a+3)$$

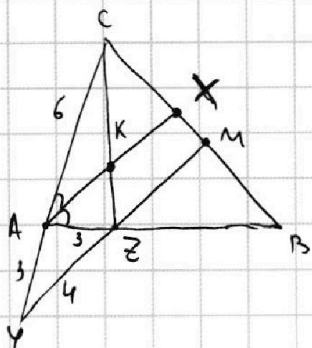


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



BC - ?

AX - бисс. $\angle CAB$ M - середина BC

AX \parallel YM

AZ = 3 AC = 6 YZ = 4

K = AX \cap CZ

AX - бисс. $\angle CAB \Rightarrow AK$ - бисс. $\angle CAZ$

по свойству биссектрисы в $\triangle ACZ$:

$$\frac{AC}{AZ} = \frac{CK}{ZK} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{2}{1} = \frac{CK}{ZK} \Rightarrow \angle ZK = CK$$

$$AX \parallel YM \Rightarrow KX \parallel ZM \Rightarrow \frac{CK}{KZ} = \frac{CX}{XM} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{CX}{XM} \Rightarrow CX = 2XM$$

$$BM = CM = CX + XM = 3XM$$

$$XB = XM + BM = XM + 3XM = 4XM$$

по свойству бисс. в $\triangle ABC$: $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2XM}{4XM} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{6}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 12$$

$$AX \parallel YM \Rightarrow AK \parallel YZ \Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{CK}{ZY} \Rightarrow \frac{6}{AY} = \frac{2}{1} \Rightarrow AY = 3$$

по теореме косинусов в $\triangle AYZ$:

$$4^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos \angle YAZ \Rightarrow 16 = 18 - 18 \cdot \cos \angle YAZ \Rightarrow \cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \angle CAB = \cos (180^\circ - \angle YAZ) = -\frac{1}{9}$$

по теореме косинусов в $\triangle ABC$:

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + 4^2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = 196 = 14^2$$

$$\Rightarrow BC = 14.$$

Ответ: BC = 14.



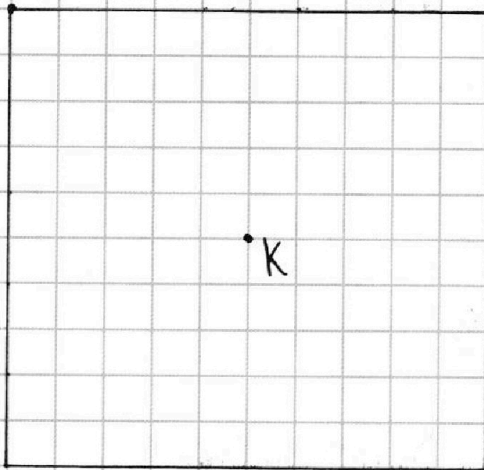
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.



(Точка K - центр квадрата)

Там одно решение, которое соответствует условию.

2) 2 решения являются поворотами 1 случая, который соответствует условию.

Например (на квадрате 2x2):



Пусть в квадрате 10×10 способов 1-вида было x , а второго вида - y . Тогда $C_{121}^2 = 4 \cdot x + 2 \cdot y$ (т.к. каждый способ 1-вида был посчитан 4 раза, а второго вида - 2 раза.)

Посчитаем сколько способов 2-вида есть в кв. 10×10 .

Заметим, что в способах 2-вида две перекрещивающиеся точки расположены симметрично относительно центра квадрата K.

Значит, чтобы посчитать ~~каждое~~ кол-во способов второго вида нужно выбрать любую точку (кроме центра K) и разделить полученное кол-во выборов на 4. Т.к. при выборе любой точки A и взятв симметричную ей точку B относительно центра K, мы получим два одинаковых способа: (A, B) и (B, A).

После, повернув квадрат на 90°, отметим точки куда попадут A и B буквами C и D соответственно.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. C и D также симметричны друг другу относительно центра K. Точки C и D дадут нам еще два ~~способа~~ одинаковых способа: (C, D) и (D, C), которое в то же время равно изначальным способам (A, B) и (B, A).

Т.е. ^{так же} выбрав 1 точку (кроме K), получаем ¹ способ, который ^{был бы} ~~получен~~ при выборе группы из 3 точек.

В квадрате 10×10 кроме центра можно ~~выбрать~~ выбрать 120 точек.

$$\Rightarrow y = \frac{120}{4} = 30$$

$$4x + 2y = C_{121}^2 = 4x + 2 \cdot 30 = \frac{120 \cdot 121}{2} = 60 \cdot 121$$

$$x = \frac{60 \cdot 121 - 2 \cdot 30}{4} = 15 \cdot 121 - 15 = 15 \cdot 120 = 1800$$

Значит, способов 1-вида - 1800, 2-вида - 30.

Тогда общее кол-во способов равно $x + y = 1800 + 30 = 1830$.

Ответ: 1830



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$x^3 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = (x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0$$

$$1) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3 + \sqrt{2}) = 0$$

если $x=y=0$, то $\sqrt{2} - \sqrt{2} + 7 = 2\sqrt{4}$

Тогда хотя бы один из x и y больше

$$3(y+2x)$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$1) -2 \leq x-2y \leq 2$$

$$-1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$3 \leq 2x-y \leq 3$$

$$x-y \leq 1$$

$$2(y+1) \leq x \leq 2(y+1)$$

$$2(y-1) \leq x \leq 2(y+1)$$

$$\frac{1}{2}(y-1) \leq x \leq \frac{1}{2}(y+1)$$

$$2x \leq 4y+2$$

$$5y-2 \leq 2x+y \leq 5y+2$$

$$5y-2 \leq \sqrt{21}$$

$$y \leq \frac{\sqrt{21}-2}{5}$$

$$y = \frac{\sqrt{21}-2}{5}$$

$$\frac{\sqrt{21}-2}{5} + \frac{2(2\sqrt{21}+1)}{5} = \sqrt{21}$$

$$x = \frac{2\sqrt{21}+1}{5}$$

$$y = \frac{\sqrt{21}-2}{5}$$

$$x-2y = \frac{2\sqrt{21}+1-2\sqrt{21}+4}{5}$$

$$2x-y = \frac{4\sqrt{21}+2-\sqrt{21}+2}{5} = 3\sqrt{21}+4$$

$$x+y = \sqrt{21}$$

$$x = \sqrt{21}-y$$

$$|\sqrt{21}-3y| \leq 2$$

$$-2 \leq \sqrt{21}-3y \leq 2$$

$$|2\sqrt{21}-3y| \leq 1$$

$$-1 \leq 2\sqrt{21}-3y \leq 1$$

$$\sqrt{21}+2 \leq 3y \leq \sqrt{21}+2$$

$$2\sqrt{21}+1 \leq 3y \leq 2\sqrt{21}+7$$

$$2\sqrt{21}-1 \leq 3y \leq \sqrt{21}+2$$

$$\sqrt{21} > 3$$

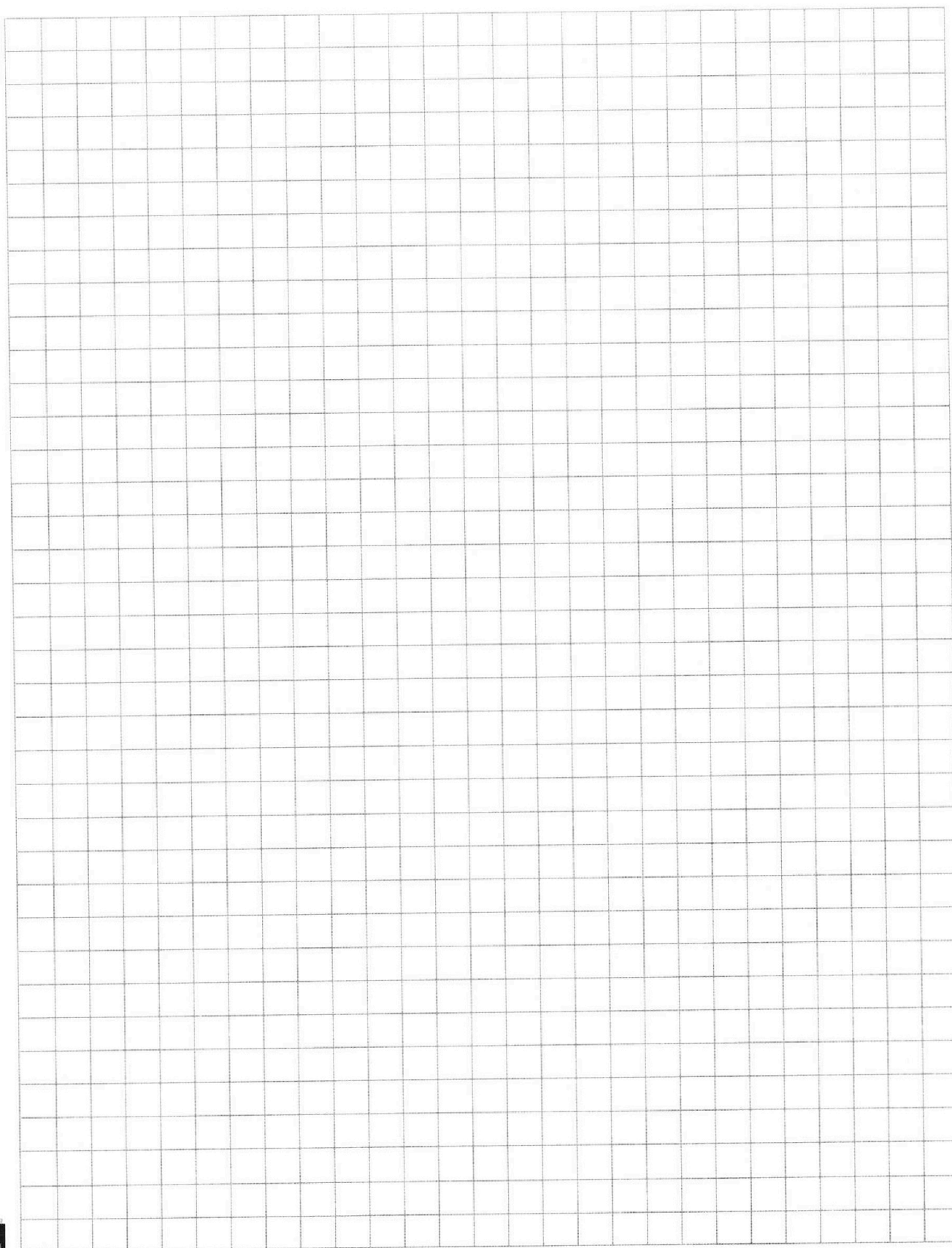


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$k. m, n \in \mathbb{N}$

$(m, n) = ?$

1) $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$

$B = m^2n + 2mn^2 + 3mn = 75q^2$

$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = 11p^2$

$mn(m+2n+3) = 75q^2$

$m+2n = a \quad mn = b \quad a, b \in \mathbb{N}$

$a^2 - 7 = 11p^2$

$a^2 - 4p^2 = 7p^2 + 7$

$b(a+3) = 75q^2$

$(a-2p)(a+2p) = 7(p^2+1)$

~~$(a^2 - 4p^2) - 7mn$~~

$a^2 - 7 - 81 + 81 = 11p^2$

$(a-9)(a+9) = 11p^2 - 74$

$(a+9) = \frac{75q^2}{b}$

$(a-9) \cdot \frac{75q^2}{b} = 11p^2 - 74$

$x = \frac{4}{3} \quad y = \frac{5}{3}$

$(a-9) \cdot 75q^2 = b(11p^2 - 74)$

$\frac{4}{3} - \frac{10}{3} =$

$\frac{8}{3} - \frac{15}{3} =$

$30 \cdot 2 =$

121 точка

$\frac{120}{4} = 30$

$\frac{C_4^2 - 30 \cdot 2}{4} =$

$\frac{\frac{120 \cdot 121}{2} - 60}{4} =$

$15 \cdot 121 - 15 = 1815$

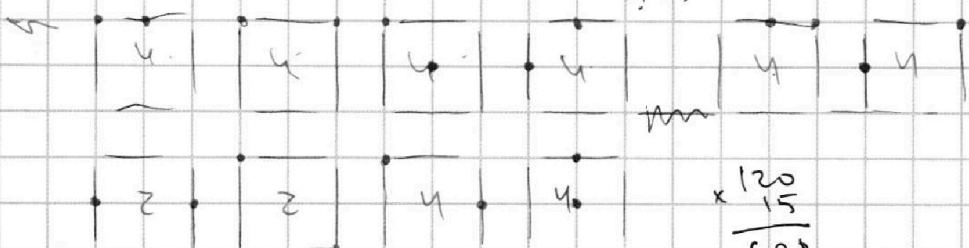
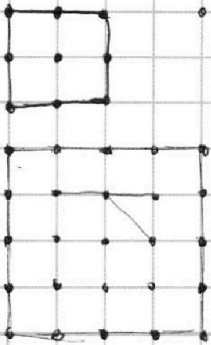
(1800)

$8 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 36$

2 способа

$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$



$\begin{array}{r} \times 120 \\ 15 \\ \hline 600 \\ + 1200 \\ \hline 1800 \end{array}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} = \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x+2+3x-5y = y^2-5x+3y \end{cases}$$

$$x^3 - y^3 + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} = 0$$

1) $\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} - 7$$

$$x+2+7-x+2\sqrt{14+5x-x^2} = 4(14+5x-x^2) + 49 - 28\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$30\sqrt{14+5x-x^2} = 56+20x-4x^2+49-3 = 20x-4x^2+96$$

$$5\sqrt{14+5x-x^2} = 10x-x^2+48$$

$$163(14+5x-x^2) = 100x^2+x^4+48^2+20x \cdot 48 - 20x^3 - 2 \cdot 48 \cdot x^2$$

&

$$14+5x-x^2 \geq 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 7$$



2) $x^2 + xy + y^2 + 3 \leq 0$

$$3xy \leq x^2 + xy + y^2 + 3$$

$$3xy \leq 0$$

кр

$$\frac{3(x^2+y^2)}{2} + 3 \leq 0$$

$$\frac{x^2+y^2}{2} + 1 \leq 0$$



1) $x = y$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$x+2+7-x-2\sqrt{14+5x-x^2} = 4(14+5x-x^2) + 49 - 28\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$26\sqrt{14+5x-x^2} = 4(14+5x-x^2) + 49$$

$$13\sqrt{14+5x-x^2} = 28+10x-2x^2+49 = 10x+48-2x^2$$

$$163(14+5x-x^2) = 100x^2+48^2+4x^4+20x \cdot 48 - 20x \cdot 2x^2 - 2 \cdot 48 \cdot 2x^2$$

$$2+7+48+14\sqrt{2} = 14\sqrt{7} + 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{7} + 7 = 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{2} + 7 = 2\sqrt{14} + \sqrt{7} = \sqrt{7}(2\sqrt{2} + 1)$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{7}(2\sqrt{2} + 1 - \sqrt{7})$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}}(\sqrt{14} - 7) = 2\sqrt{14} - 7 = \sqrt{14} - 7 + 7$$

$$2+14\sqrt{2} = 14\sqrt{7} + 2\sqrt{14}$$

$$(\sqrt{14} - 7) \left(\frac{1}{\sqrt{7}} - 1 \right) = \sqrt{14}$$

$$1+7\sqrt{2} = 7\sqrt{7} + \sqrt{14} = \sqrt{7}(7+\sqrt{2})$$

$$1+98+14\sqrt{2} = 343+14+14$$

$$= \sqrt{7}(7+\sqrt{2})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\max(3y + 6x) = 3 \cdot \max(y + 2x)$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4$$

$$4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 4y^2 &\leq 1 + 4xy \leq 5 \\ x^2 + 4y^2 &\leq 5/3 \end{aligned}$$

$$4x^2 + y^2 - 4xy \leq 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 - 4xy &\leq 1 \\ xy &\leq (x+y)^2 - 3xy \leq 1 \\ xy &\leq 1 \end{aligned}$$

$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$20xy - 18xy \leq 5(x+y)^2 - 18xy \leq 5$$

$$2xy \leq 5 \quad xy \leq \frac{5}{2}$$

$$4x^2 + y^2 \leq 11 + 4xy$$

$$4x^2 + 4xy + y^2 \leq 11 + 4xy \leq 21$$

$$(2x+y)^2 \leq 21$$

$$|2x+y| \leq \sqrt{21}$$

$$-\sqrt{21} \leq 2x+y \leq \sqrt{21}$$

$$2x+y = \sqrt{21}$$

$$2x+y = \sqrt{21}$$

$$x+y = x+y$$

$$3x = \sqrt{21} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\left| \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \right| = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{7} \leq 2\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{21}}{5} + \frac{3\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4} = \frac{3\sqrt{21}}{4} \leq 2$$

$$\frac{\sqrt{21}}{5} - \frac{6\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{5\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{4\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{(10-21)\sqrt{21}}{5}$$

$$4 \sim \frac{3\sqrt{21}}{5}$$

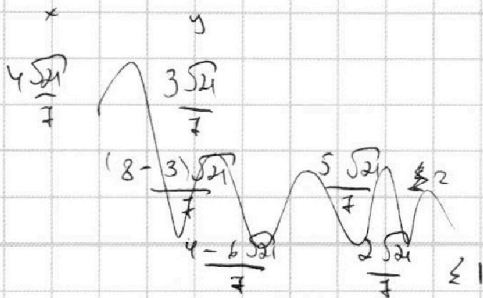
$$2 \cdot \frac{2\sqrt{21}}{5} + \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{21}}{5} - \frac{2\sqrt{21}}{5} = 0$$

$$\frac{4\sqrt{21}}{5} - \frac{\sqrt{21}}{5} = \frac{3\sqrt{21}}{5}$$

$$2 \cdot a - b = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$6\sqrt{21} -$$



$$a - 2b = \frac{2\sqrt{21}}{5}$$

$$a + b = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$a + b = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$2a = \frac{6\sqrt{21}}{5}$$

$$a = \frac{3\sqrt{21}}{5}$$

$$b = \frac{2\sqrt{21}}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = a \quad d$$

$$a_4 = \cancel{a+3d} \quad a+3d = 6-9x \quad x=?$$

$$a_6 = a+5d = (x^2-2x)^2$$

$$a_{10} = a+8d = 9x^2$$

$$a_6 - a_4 = 2d = x^2(x-2)^2 - 6+9x$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - x^2(x-2)^2 = (3x+x^2-2x)(3x-x^2+2x) = (x^2+x)(5x-x^2)$$

$$2 \cdot 2d = 2(x^2-2x)^2 + 18x - 12 = (x^2+x)(5x-x^2)$$

$$2(x^4 - 4x^3 + 4x^2) + 18x - 12 = 5x^3 - x^4 + 5x^2 - x^3 = 4x^3 - x^4 + 5x^2$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 4x^3 - x^4 + 5x^2$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x=1: 1-4+1+6-4=0$$

$$1 \quad -4 \quad 1 \quad 6 \quad -4$$

1

$$1 \quad -3 \quad -2 \quad 4 \quad 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

1

$$1 \quad -2 \quad -4 \quad 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$x=1$$

$$a_4 = 6-9 = -3$$

$$a_6 = (1-2)^2 = 1 \quad \checkmark$$

$$a_{10} = 9$$

$$a_4 = 6-9-3\sqrt{5} = -3-3\sqrt{5} \quad +18+3\sqrt{5}$$

$$a_6 = (1+\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5})^2 = 16 \quad +38+18\sqrt{5}$$

$$a_{10} = 9(1+5+2\sqrt{5}) = 54+18\sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$a_4 = 6-9+3\sqrt{5} = -3+3\sqrt{5} \quad +18-3\sqrt{5}$$

$$a_6 = (1+5-2\sqrt{5}-2+2\sqrt{5})^2 = 16 \quad +38-18\sqrt{5}$$

$$a_{10} = 9(1+5-2\sqrt{5}) = 54-18\sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$(x^2-2x+1)(x^2-2x-4)=0$$

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x^3 + 4x^2 + 8x + x^2 - 2x - 4 =$$

$$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 2x - 4 + x^2$$

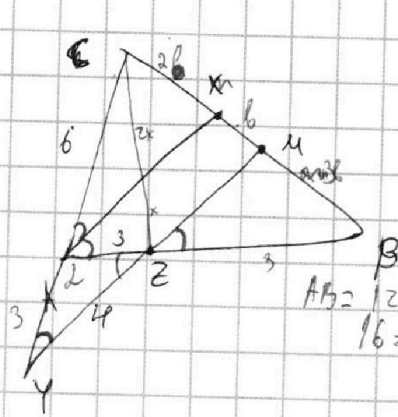


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$BC = ?$ $AC = 6$ $AB = 3$ $\angle C = 4$

$AB = 12$ $CB = 8$
 $16 = 3 \times 3 - 2 \times 3 \cdot \cos \alpha$
 $2 \cdot 3 \cdot \cos \alpha = 18 - 16 = 2$

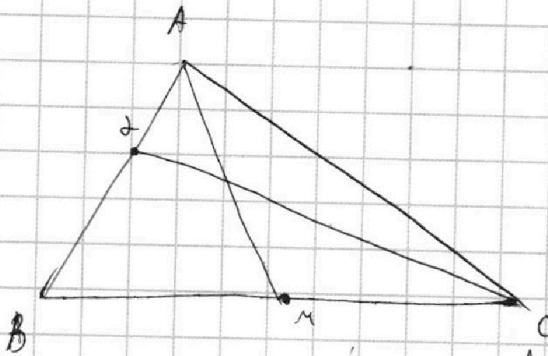
$\cos \alpha = \frac{1}{3}$ $\cos(180 - \alpha) = -\frac{1}{3}$

$x^2 = 36 + 144 - 144 \cdot (-\frac{1}{3})$

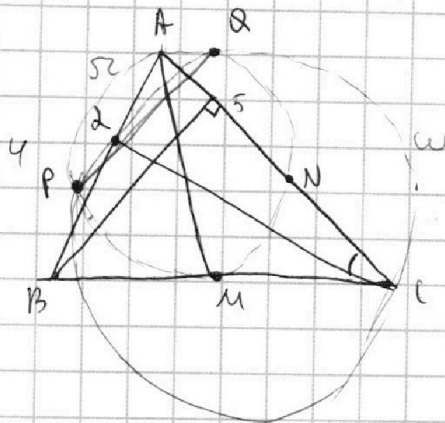
$360 \leftarrow 180 + 16 = 196$

$x = 14$

7.



$AC, BC = ?$
 $AB = 4$ $AD = 5$



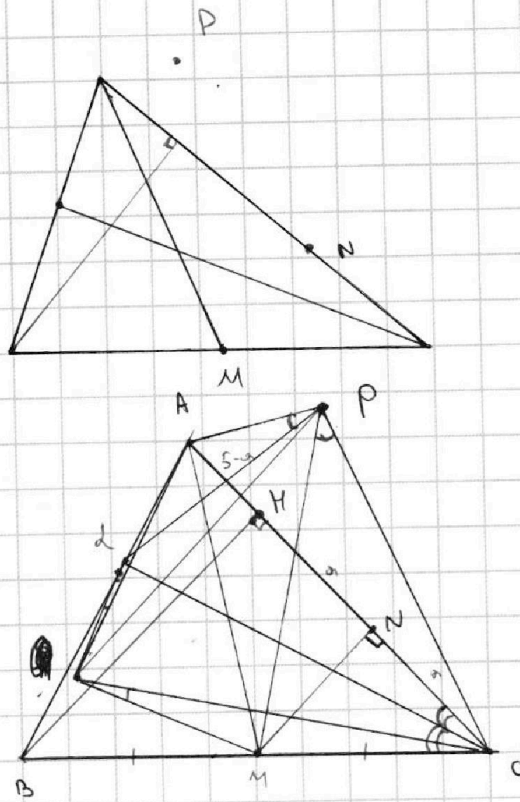


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



APNMQ
CP2Q
AB=4 AN=5