



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA$ ,  $AB$ ,  $BC$  в точках  $D$ ,  $E$ ,  $F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$ab : (3^{14} \cdot 7^{13}) \Rightarrow ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc : (3^{19} \cdot 7^{17}) \Rightarrow bc = m \cdot 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac : (3^{23} \cdot 7^{42}) \Rightarrow ac = n \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}, \text{ где } k, m, n \in \mathbb{N}$$

Перемножим  $ab$ ,  $bc$  и  $ac$ :

$$ab \cdot bc \cdot ac = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13} \cdot m \cdot 3^{19} \cdot 7^{17} \cdot n \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$a^2 b^2 c^2 = kmn \cdot 3^{56} \cdot 7^{72}$$

Значит:

$$abc = \sqrt{kmn} \cdot 3^{28} \cdot 7^{36}$$

Минимальное значение  $abc$  достигается  
при минимальном значении  $\sqrt{kmn}$

$$\text{Заметим, что } abc : ac \Rightarrow abc : (3^{23} \cdot 7^{42}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{kmn} \geq 7^6 \text{ Значит минимальное}$$

значение  $\sqrt{kmn} = 7^6$  значит

$$abc = 7^6 \cdot 3^{28} \cdot 7^{36} = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Проверкой убеждаемся, что при таком  
значении  $abc$   $abc : ac$ ,  $abc : ab$  и  $abc : bc$ .

$$\text{Ответ: } 3^{28} \cdot 7^{42}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

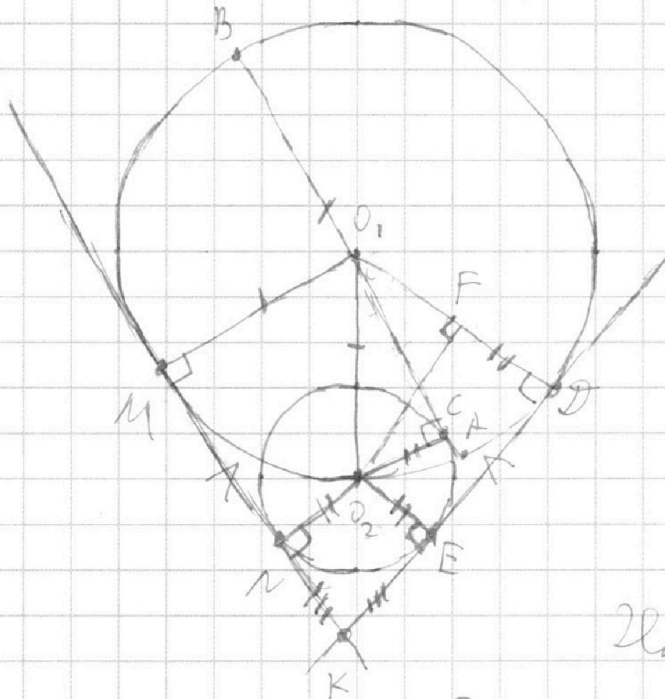
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4



Дано:

$$\Omega(O_1; R=O_1\theta)$$

$$\omega(O_2; R=O_2r)$$

$$O_2 \in \Omega$$

AB — диаметр  $\Omega$

$$C \in \omega \text{ и } C \in AB$$

$$AC = r, BC = 2r$$

Найти:  $ED = ?$

Решение:

1) Докажем, что  $AM = ED$ .

По свойству касательных, проведенных из одной точки:

$$KN = KE \text{ и } KM = KD.$$

По аксиоме  $MP_1$ :

$$\begin{array}{l|l} MN = KM - KN & \\ \text{''} & \text{''} & \Rightarrow MN = ED \\ ED = KD - KE & \end{array}$$

Значит надо найти длину любого из отрезков  $AM$  или  $ED$ . Будем искать  $ED$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) По архимеду III.1:

$$AB = AC + CB = 1 + 25 = 26$$

3)  $AB$  — диаметр  $\Omega$ . Значит радиус равен половине  $AB$ :

$$O_1M = O_1O_2 = O_1A = O_1D = \frac{AB}{2} = 13.$$

4) По арх. III.1:

$$O_1C = OA - CA = 13 - 1 = 12.$$

5)  $O_2C$  — радиус по свойству касательной  
 $AC$  — тангенс  $\Rightarrow AC \perp O_2C$

6) По т. Пифагора в  $\triangle O_1CO_2$  ( $\angle O_1CO_2 = 90^\circ$ ):

$$\begin{aligned} O_1O_2^2 &= O_1C^2 + O_2C^2 \\ O_2C &= \sqrt{O_1O_2^2 - O_1C^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \\ &= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$O_2N = O_2E = O_2C = 5. \text{ (радиусы } \omega)$$

7) Опустим на отрезок  $O_1D$  перпендикуляр —  
луч  $O_2F$ .

8)  $O_2E \perp ED$  по свойству параллельных прямых  
 $ED \perp ED$   $\Rightarrow O_2E \parallel ED$

9)  $O_2F \perp O_1D$  по свойству параллельных прямых  
 $ED \perp O_1D$   $\Rightarrow O_2F \parallel ED$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} 10) \quad O_2 E \parallel F D \quad (\text{по п. 8}) \\ \quad \quad O_2 F \parallel E D \quad (\text{по п. 9}) \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow O_2 E D F - \text{параллелограмм.} \\ \text{Значит:} \\ PF = O_2 E = 5 \quad \text{и} \quad O_2 F = ED. \end{array} \right.$$

$$11) \quad \text{По arcs. III.1:}$$

$$O_1 F = O_1 D - F D = 13 - 5 = 8$$

$$12) \quad \text{По т. Пифагора в } \triangle O_1 O_2 F \quad (\angle O_1 F O_2 = 90^\circ):$$

$$O_1 O_2^2 = O_2 F^2 + O_1 F^2$$

$$O_2 F = \sqrt{O_1 O_2^2 - O_1 F^2} = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{169 - 64} =$$

$$= \sqrt{105}$$

$$13) \quad \text{По пунктам 7 и 10} \quad NM = ED = O_2 F = \sqrt{105}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{105}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

дано:

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \end{cases}$$

Задача 5.

Найти:

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{12 + 13z^2}$$

минимум  
↖ то есть значение

Решение:

1) Выразим  $x$  и  $z$  через  $y$ .

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{\frac{5x - y}{3}} \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{45}{5x - y} \quad (1) \end{cases}$$

2) Выразим  $x$  через  $y$ , используя уравнение (1):

$$\frac{40xy - 8y^2 + 5x^2 - xy}{xy(5x - y)} = \frac{45xy}{xy(5x - y)}$$

$$\frac{40xy - 8y^2 + 5x^2 - xy - 45xy}{xy(5x - y)} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x^2 - 6xy - 8y^2 = 0 \quad (\Leftrightarrow)$$
$$xy(5x - y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 6xy - 8y^2 = 0 & (2) \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq \frac{y}{5} \end{cases}$$

Отсюда решим ур-е (2):

$$D = 36y^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-8)y^2 = 36y^2 + 160y^2 = 196y^2$$

$$x = \frac{6y \pm \sqrt{196y^2}}{10}$$

$$\begin{cases} x = \frac{20y}{10} \\ x = -\frac{8y}{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

3) Подставим  $x$  в исходную систему:

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases} \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} z = \frac{10y - y}{3} \\ x = 2y \\ z = \frac{-4y - y}{3} \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 3y \\ x = 2y \\ z = -\frac{5}{3}y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

4) Подставим  $x$  и  $z$ , выраженные первыми способами,  
в выражение, минимальное значение которого  
надо найти.

$$\frac{25 \cdot (2y)^2 - y^2 - (3y)^2}{y^2 + 3(3y)^2} = \frac{100y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 27y^2} =$$

$$= \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14}$$

Теперь подставим в то же выражение  $x$  и  $z$ ,  
выраженные вторыми способами:

$$\frac{25 \cdot \left(-\frac{4}{5}y\right)^2 - y^2 - \left(-\frac{5}{3}y\right)^2}{y^2 + 3\left(-\frac{5}{3}y\right)^2} = \frac{16y^2 - y^2 - \frac{25}{3}y^2}{y^2 + \frac{25}{3}y^2} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(16 \cdot 9 - 9 - 25)g^2}{(9 + 25 \cdot 3)g^2} = \frac{144 - 9 - 25}{9 + 75} = \frac{110}{84} = \frac{55}{42} \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} \quad 1 \frac{13}{42}$$

Получаем, что данное выражение может

быть равно  $3 \frac{3}{14}$  или  $1 \frac{13}{42}$ .  $1 \frac{13}{42} < 3 \frac{3}{14}$ ,

поэтому ответ —  $1 \frac{13}{42}$

Ответ:  $1 \frac{13}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### Задача 6.

Пусть  $x$  км/ч — скорость велосипедиста,  
 $y$  км/ч — скорость мотоциклиста,  $S$  км — расстояние от А до В. Составим таблицу с известными из условия данными:

	скорость, км/ч	время, ч	расстояние, км
Велосипедист. I случай	$x$	$\frac{S}{x}$	$S$
Мотоциклист. I случай	$y$	$\frac{S}{y}$ на час меньше	$S$
Велосипедист. II случай	$x$	$\frac{S}{y}$	$x \cdot \frac{S}{y}$
Мотоциклист. II случай	$y$	$\frac{S}{x}$	$y \cdot \frac{S}{x}$ на час больше
Велосипедист. III случай	$x+7$	$\frac{S}{x+7}$	$S$
Мотоциклист. III случай	$y+7$	$\frac{S}{y+7}$ на 36 мин меньше	$S$

Так как по условию разница в I случае мотоциклист затратил на час меньше, то составим уравнение:

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Так как по условию задачи во II случае потрати-  
млет проехать  $S$  на  $49$  километров больше, то  
составим уравнение:

$$\frac{y}{x} S = \frac{y}{y} S + 49$$

Так как по условию задачи в III случае потраченный  
затратил  $S$  на весь путь на  $36$  минут  $= \frac{36}{60}$  часа  $= \frac{3}{5}$  часа  
меньше, то составим уравнение:

$$\frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5}$$

По смыслу задачи  $S > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x > 0$ .

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1 & | \cdot xy \\ \frac{y}{x} S = \frac{y}{y} S + 49 & | \cdot xy \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} Sy = Sx + xy \\ y^2 S = x^2 S + 49xy \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(y-x) = xy & (1) \\ S(y^2 - x^2) = 49xy & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(y^2 - x^2) = 49xy & (2) \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} & (3) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Из уравнений (1) и (2) найдем  $x+y$ :

$$\begin{cases} 5(y-x) = xy \\ 5(y-x)(y+x) = 49xy \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow xy(y+x) = 49xy$$
$$\underline{x+y = 49} \quad (4)$$

2) Приведем обе части ур-я (3) к одному знаменателю:

$$\frac{55y + 355}{5(x+7)(y+7)} = \frac{55x + 355 + 3xy + 21x + 21y + 3 \cdot 49}{5(x+7)(y+7)}$$
$$\frac{55y - 55x + 355 - 355 - 3xy - 21x - 21y - 3 \cdot 49}{5(x+7)(y+7)} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 55(y-x) - 3xy - 21(x+y) + 147 = 0 \quad \Leftrightarrow \\ 5(x+7)(y+7) \neq 0 \quad - \text{всегда верно по условию задачи} \end{cases}$$

Подставим значения  $5(y-x)$  и  $x+y$  из уравнений (1) и (4):

$$\Leftrightarrow 5 \cdot xy - 3xy - 21 \cdot 49 - 3 \cdot 49$$
$$2xy = 49 \cdot 24$$
$$xy = 49 \cdot 12 \quad (5)$$

3) Из уравнений (4) и (5) найдем  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} x+y = 49 \\ xy = 49 \cdot 12 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = 4y - y \\ (4y - y)y = 4y \cdot 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 4y \cdot y + 4y \cdot 12 = 0 \\ x = 4y - y \end{cases} \quad (6)$$

Решим отдельно уравнение (6):

$$D = 4y^2 - 4 \cdot 12 \cdot 4y + 4y \cdot 4y = 4y \cdot (4y - 48) = 4y \cdot 4$$
$$y = \frac{4y \pm \sqrt{4y}}{2}$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$y = \frac{56}{2}$$

$$y = 21$$

$$y = 28$$

$$\begin{cases} y = 21 \\ y = 28 \\ x = 4y - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 29 \\ y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 21 \\ y = 28 \end{cases}$$

По условию задачи  $y > x$  (так как поворачивается быстрее), значит  $x = 21$ , а  $y = 28$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Подставим  $x$  и  $y$  в уравнение (1):

$$5(28 - 21) = 21 \cdot 28$$

$$75 = 21 \cdot 28$$

$$5 = 3 \cdot 28$$

$$5 = 84$$

Таким образом расстояние от А до В  
равно 84 километра

Ответ: 84 километра



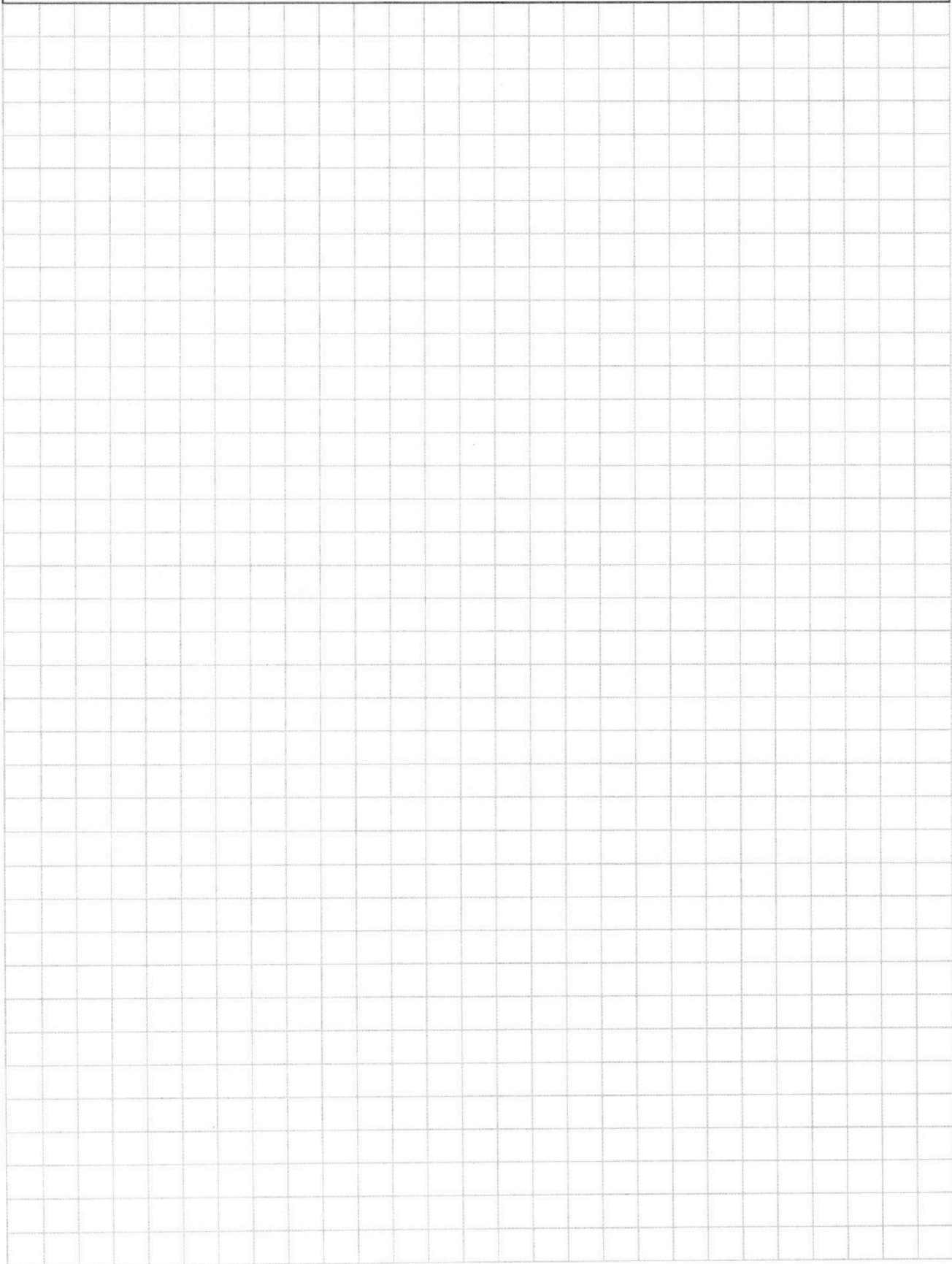
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^0$$

$$bc = l \cdot 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac = m \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c} = \frac{k}{m} = \frac{1}{3^{29} \cdot 7^{42}}$$

$$\frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} = \frac{l}{m} = \frac{1}{3^{25} \cdot 7^{25}}$$

$$ck = \frac{l}{3^{25} \cdot 7^{25}} = al$$

$$c = a \cdot \frac{l}{k} = 3^5 \cdot 7^4$$

$$a \cdot a \cdot \frac{l}{k} = 3^5 \cdot 7^4 = 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$\frac{km}{3^{48} \cdot 7^{28}} = l$$

$$abc = \sqrt[10]{\frac{km}{e}} = 3^{\frac{10}{3}} \cdot 7^{\frac{10}{7}} \cdot \frac{l}{mk} \cdot a^2$$

$$a = 3^{14}$$

$$b = 7^{13}$$

$$c = 3^{10} \cdot 7^4$$

$$abc =$$

$$ac = 3^{32} \cdot 7^4$$

$$a = 7^{13}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{k}{m} = \frac{1}{3^{10} \cdot 7^{12}} = \frac{l}{m \cdot k}$$

$$abc = \sqrt[14]{\frac{km}{e}}$$

$$abc = \sqrt[20]{\frac{km}{e}} \cdot 3^{20} \cdot 7^{14}$$

$$abc = km \cdot e \quad c = a \cdot \frac{l}{k} = 3^5 \cdot 7^4$$

$$l = a \cdot \frac{l}{m} = \frac{1}{3^4 \cdot 7^{25}}$$

$$abc = \sqrt[9]{\frac{km}{e}} = 3^9 \cdot 7^4 \cdot a^2 = \frac{l^2}{mk} \cdot 3^9 \cdot 7^4 \cdot a^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$16y^2 - 4y^2 - 9^2 = 14y^2 - 81$$

$$\frac{14y^2 - 81}{2y^2} = 7$$

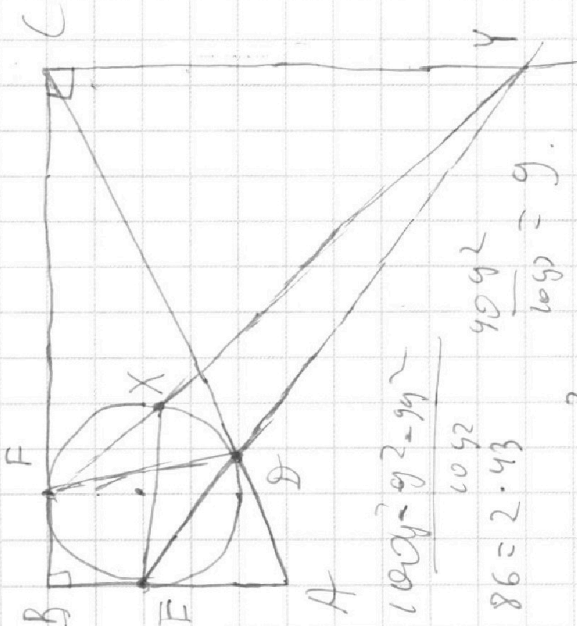
$$D = 36y^2 + 4 \cdot 5 \cdot 81^2$$

$$D = (36 + 160)y^2$$

$$D = 196y^2$$

$$x = \frac{6y \pm 14y}{10}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = \frac{4}{5}y \end{cases}$$



$$100y^2 - 9^2 - 9^2 = 100y^2 - 18y^2 = 82y^2$$

$$86 = 2 \cdot 43$$

$$\frac{40y^2}{100y^2} = \frac{43}{100} = 0.43$$

$$D = 21 \cdot 43^2 x^2 - 4 \cdot 24 \cdot 25x^2$$

$$D = 4x^2(43^2 - 24 \cdot 25)$$

$$y = 5x - 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x-3z} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{75}{x} + \frac{24}{5x-3z} = \frac{300}{15z}$$

$$8(5x-3z)z + xz = 15x(5x-3z)$$

$$40xz - 24z^2 + xz = 75x^2 + 45xz = 0$$

$$24z^2 - 86xz + 25x^2 = 0$$

$$\begin{cases} z = 2y \\ z = 3y \\ x = \frac{4}{5}y \\ z = y \end{cases}$$

$$\frac{25 \cdot 4y^2 - 9^2 - 9^2}{y^2 + 9y^2} = \frac{5x-9}{3}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x-9} = \frac{15}{3}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x-9} = \frac{45}{3}$$

$$40yx - 8y^2 + 5x^2 - 9y = 45xy$$

$$-8y^2 + 5x^2 - 6xy = 0$$

$$5x^2 - 6xy - 8y^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 3 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (y-x) &= x \cdot S \\ (y-x) &= (x-y) \cdot S \\ (y-x) &= (x-y) \cdot S \\ (y-x) &= (x-y) \cdot S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+y) &= 49 \\ (x+y) &= 49 \end{aligned}$$

$$x = 49 - y$$

$$S y = S(49 - y) + (49 - y) g$$

$$S y = 49 S - S y + 49 g - y g$$

$$0 = 5 g - 49 S + y g$$

$$0 = 5 g - 49 S + y g$$

$$0 = 5 g - (49 - y) S$$

$$\begin{aligned} 5 g \cdot 49 &= (49 - y) S \\ 5 g \cdot 49 &= (49 - y) S \end{aligned}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{49}{y} + 1$$

$$\frac{5y}{x} = 49 + \frac{y}{x}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 3 \\ \hline 27 \\ 12 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$(y-x) S$$

$$S y + 35 S + 3(x+y) S = 5 S + 35 S + 3(x+y) S$$

$$\frac{5(49-y)}{(x+y)}$$

$$5 g - 49 S + x S = 3 S + 35 S + 3(x+y) S$$

$$2 S (y-x) = 49 S - (49 - y) S$$

$$(49 - y) = 49$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc = l \cdot 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac = m \cdot 3^{23} \cdot 7^{21}$$

$$\frac{ab}{ac} = \frac{3^{14} \cdot 7^{13}}{3^{23} \cdot 7^{21}} = \frac{1}{3^9 \cdot 7^8}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3^9 \cdot 7^8}$$

$$abc = 3^{22} \cdot 7^{42}$$

$$\frac{abc}{c} = \frac{3^{22} \cdot 7^{42}}{3^9 \cdot 7^8} = 3^{13} \cdot 7^{34}$$

$$ac = abc$$

$$9 - x = \frac{1}{3^9 \cdot 7^8}$$

$$\frac{1}{3^9 \cdot 7^8} = \frac{1}{3^9 \cdot 7^8}$$

$$2x = 49 - \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{49}{2} - \frac{1}{25}$$

$$S(y-x) = xy$$

$$ab < ca < c$$

$$S\left(\frac{1}{3}(x+y)\right) \approx 49$$

$$ab < a < c$$

$$x+y = 49$$

$$\begin{cases} x+y = 49 \\ y-x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S\left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right) = 49$$

$$S\left(\frac{y^2 - x^2}{xy}\right) = 49$$

$$2y = 49 + \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{49}{2} + \frac{1}{55}$$

$\frac{a}{b}$	$x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$S$
$\frac{b}{c}$	$y$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$S$
$\frac{c}{a}$	$x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$S$
$\frac{a}{c}$	$x+y$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$S$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{y} + 1$$

$$5y = 5x + xy$$

$$5t = \frac{1}{t} + 49$$

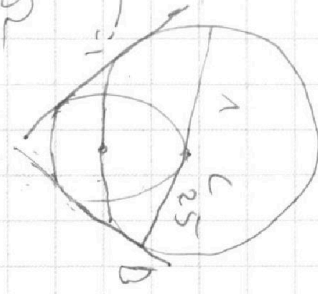
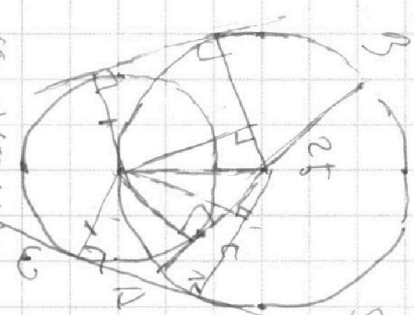
$$5t^2 - 49t - 1 = 0$$

$$105 = 21$$

$$15 \cdot 7$$

$$105 + 64$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + 1$$



$$S\left(\frac{(y-x)(y+x)}{S(y-x)}\right) = 49$$

$$y = 49z + 49z^2$$