



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- ✓1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- ✓2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- ✓3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(\angle SEM) = -\frac{1}{4}$.
 $\angle CAN$
- ✓4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.
- Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
- ✗5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- ✓6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- ✓7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0.$$

$$x_1, x_2 \quad x_1 \cdot x_2 \geq 0$$

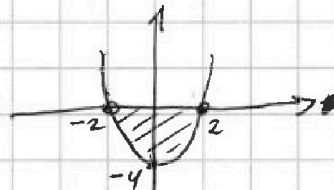
$$D > 0$$

$$1) D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16 > 0 \quad | :4$$

$$4 > t^2$$

$$2^2 > t^2$$

$$0 > t^2 - 4 \quad t \in (-2; 2)$$



~~$$t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$~~

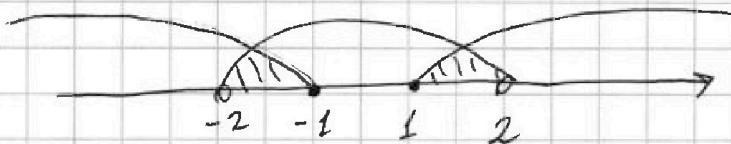
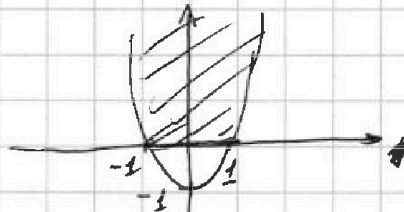
$$2) x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 \geq 0$$

$$4t^2 - 4 \geq 0 \quad | :4$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$



Ответ: $t \in (-2; -1] \cup [1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N} \quad p - \text{простое число}$$

$$a + b = 40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15)$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b = (a+b) - 2b = 40 - 2b = 2(20-b) \Rightarrow a-b : 2$$

$$2(20-b)(40+15-2b) = 17p^5 \quad a-b = 2 \cdot k$$

$$17p^5 : 2 \rightarrow p - \text{простое}$$

$$p^5 : 2 \rightarrow p = 2$$

$$a+b > a-b$$

$$b > -b \quad (b \in \mathbb{N}, \text{это верно})$$

1) Пусть $a-b : 17$

$$a-b = 17 \cdot 2 \cdot 2^k \quad k \in [0; 4] \quad t, k \in \mathbb{N} \quad k+t=4$$

$$a-b+15 \geq 15 \quad a-b+15 = 2^t \quad t \in [0; 4]$$

$$2^t \geq 15 \Rightarrow 2^t \geq 16$$

$$t > 4 \Rightarrow t = 4$$

$$\begin{cases} a-b+15 = 2^4 \\ a-b = 17 \cdot 2 \cdot 2^{4-t} = 17 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = 34 \\ a+b = 40 \end{cases}$$

$$2a = \frac{34+40}{2} = 37$$

$$b = 3$$

$$a-b+15 = 16$$

$$a-b = 1$$

$$a-b = 34 = 1 \quad \text{не подходит}$$

2) Пусть $a-b+15 : 17$

$$\begin{cases} a-b+15 = 17 \cdot 2^t \quad t, k \in \mathbb{N} \\ a-b = 2 \cdot 2^k \quad k+t=4 \end{cases}$$

$$17 \cdot 2^t - 15 = 2^{k+1} \quad k, t \in [0; 4]$$

если $t=0 \quad k+1=5$

$$17 \cdot 1 - 15 \neq 2^5$$

если $t=1 \quad k+1=4$

$$34 - 15 \neq 2^4$$

если $t=2 \quad k+1=3$

$$17 \cdot 4 - 15 \neq 2^3$$

если $t=3 \quad k+1=2$

$$17 \cdot 8 - 15 \neq 2^2$$

если $t=4 \quad k+1=1$

$$17 \cdot 16 - 15 \neq 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b = 2 \cdot 2^t \cdot 17^i & t \in [0; 4] \quad t, i \in \mathbb{Z} \\ a-b = 2^{4-t} \cdot 17^{1-i} - 15 & i \in [0; 1] \end{cases}$$

$$2^{t+1} \cdot 17^i = 2^{4-t} \cdot 17^{1-i} - 15$$

если $t+1$ и $4-t > 0$ то есть 2 , то $15 \cdot 2 \nmid \Rightarrow$
 хотя бы одно из чисел x, y

$$\begin{cases} a-b \mid 2 \Rightarrow a-b = 15 \cdot 2 \\ x: 2 \text{ делит } a \Rightarrow y \mid 2 \\ y = 1 \quad x = 17 \cdot 2^5 \quad 17 \cdot 2^5 = 1 - 15 = -14 \quad \times \\ y = 17 \quad x = 2^5 \quad 2^5 = 17 - 15 = 2 \quad \times \end{cases}$$

$a-b$ - четное, тогда
 $a-b+15$ - нечетное
 из разложения произведения

$$\begin{cases} a-b+15 = 1 & 1-15 = 17 \cdot 2^5 \\ a-b = 17 \cdot 2^5 & -14 = 17 \cdot 2^5 \quad \times \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a-b+15 = 17 & 2 = 2^5 \quad \times \\ a-b = 2^5 \end{cases}$$

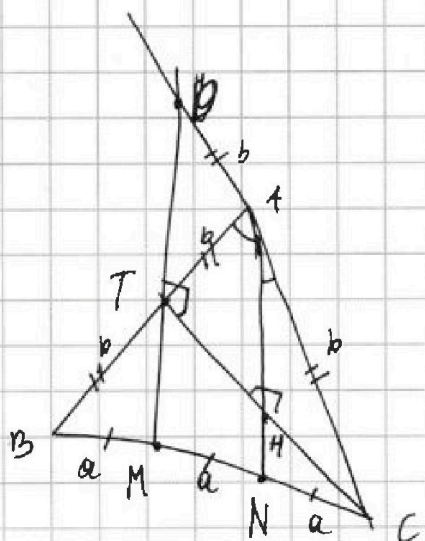
Ответ: таких чисел не существует.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 &MD \parallel AN \quad AB = CD \\
 &BM = MN = NC = a \\
 &BC = 12 \\
 &\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4} \\
 &AB = 1
 \end{aligned}$$

Решение

1) MT - ср. линия $\triangle ABN$
 $(BM = MN, MT \parallel AN) \Rightarrow BT = AT$

2) Возьмем т. Меллер для $\triangle ABC$ и прямой MD .

$$\frac{MC}{CB} \cdot \frac{BT}{TA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = AC$$

$$AD = \frac{1}{2} DC \Rightarrow AD = AT = AC = BT = b$$

$$AT = \frac{1}{2} AB$$

3) $\triangle DTC$ - прямоугол. (медiana равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы)
 $\angle DTC = 90^\circ$

$$AN \parallel DM, DM \perp TC \Rightarrow AN \perp TC$$

В $\triangle TAC$: $AT = AC$, AM - высота. В $\triangle TAC$ высота - это бис-сека $\Rightarrow \angle CAN = \angle BAN$
 $2\angle CAN = \angle BAC$

4) Возьмем теор. косинусов для $\triangle ABC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle BAC$$

$$12^2 = (2b)^2 + b^2 - 2 \cdot 2b \cdot b \cos 2\angle CAN$$

$$12^2 = 5b^2 - 4b^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 5b^2 + b^2 = 6b^2$$

$$12^2 = 6b^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$12 = \sqrt{6} b \quad (b > 0 \text{ очевидно})$$

$$b = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

$$AB = 2b = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } AB = 4\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Модели у нас 8, а парт 9. Тогда на каком-то ряду будут сидеть только 2 человека.

Пусть выбрали a_1 и a_2 , a_1 выше a_2 . Как они могут сидеть

1. a_1, a_2, a_1 ровно 4 варианта.
2. a_2, a_2
3. a_1, a_1, a_2

Заметим, что если на ряду сидят 3 человека, то расстановка определяется однозначно: на 1 парте человек всегда хорошо виден, а следующие модели должны делиться сидеть по возрастанию своей роста (иначе условие не выполнится, т.к. соседний парт мет и это не 1 партя \Rightarrow остается ровно одно условие)

№ Количество расстановок это:

$$(3 \cdot C_2^8 \cdot 4) \cdot (C_3^5 \cdot 1) \cdot (C_3^3 \cdot 1)$$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑
 выбираем ряд, где сидят 2 человека выбираем 3 модели из 5 рассативаем оставшихся
 кол-во способов рассадить их кол-во вариантов рассадки их

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot \frac{8!}{2!} \cdot 4 \cdot \frac{5!}{3!} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \\ &= \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 16 = 336 \cdot 20 = 6720 \end{aligned}$$

Ответ: 6720 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть деревни - вершины графа, а дороги - ребра. Граф связный, в нем нет циклов и между 2 верш. макс. 1 ребро \Rightarrow все ребра $n-1$. (где n - кол-во вершин графа)

Посчитаем кол-во ребер по другой формуле: степени всех вершин / 2.

$$\frac{7 + 5 + 4 + 3 + (n-4) \cdot 1}{2} = n - 1$$

$$15 + n = 2n - 2$$

$$n = 17$$

Ответ: всего 17 деревень.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

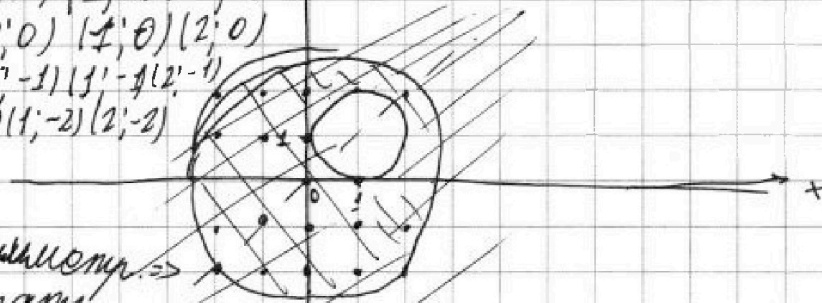
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подстановка и проверка

Нам подходят точки:

- $(-2; 2) (-1; 2) (0; 2) (1; 2) (2; 2)$
 $(-2; 1) (-1; 1) (0; 1) (1; 1) (2; 1)$
 $(-2; 0) (-1; 0) (0; 0) (1; 0) (2; 0)$
 $(-2; -1) (-1; -1) (0; -1) (1; -1) (2; -1)$
 $(-2; -2) (-1; -2) (0; -2) (1; -2) (2; -2)$



Уравнение симметрично \Rightarrow
 \Rightarrow будем проверять только пары (a, b) , а пары (b, a) очевидно подходят.

- $(-2; 2) : \sqrt{-4} + \sqrt{1-2} = 1$ X
 $(-1; 2) : \sqrt{4-2-1-4} + \sqrt{1-1} = 0$ X
 $(0; 2) : \sqrt{0} + \sqrt{1-0} = 1$ ✓ $(2; 0) (0; 2)$
 $(1; 2) : \sqrt{4+2-1+4} + \sqrt{0} = 1$ ✓ $(1; 2) (2; 1)$
 $(2; 2) : \sqrt{0} + \sqrt{1-2} = 1$ X
 $(-2; 1) : \sqrt{-4+2-4-1} + \sqrt{1-5} = 1$ X
 $(-1; 1) : \sqrt{-1-1} + \sqrt{1-2} = 1$ X
 $(0; 1) : \sqrt{1} + \sqrt{1-1} = 1$ ✓ $(0; 1) (1; 0)$
 $(-2; 0) : \sqrt{-4-4} + \sqrt{1-4} = 1$ X
 $(-1; 0) : \sqrt{1} + \sqrt{1-3} = 1$ X
 $(0; 0) : \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1$ ✓ $(0; 0)$
 $(-2; -1) : \sqrt{-1-4+2+4} + \dots = 1$ X
 $(-1; -1) : \sqrt{-2-2-2} + \dots = 1$ X
 $(-2; -2) : \sqrt{-4-4-4-4} + \dots = 1$ X

Ответ: $(2; 0) (0; 2) (1; 2) (2; 1) (0; 1) (1; 0) (0; 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1 - |x+y-2| \geq 0$$

$$1 \geq |x+y-2| \Leftrightarrow 1 \geq x+y-2 \geq -1 \quad | +2$$

$$3 \geq x+y \geq 1$$

$$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$$

$$6 \geq 2(x+y) \geq 2$$

$$2(x+y) \geq x^2+y^2$$

1) $6 \geq x^2+y^2$ — ^{для} ~~нер-во~~ ^{окружности с радиусом $\sqrt{6} \approx 2,3$} и $O(0,0)$

Заметим, что ~~все~~ т.к. все ~~касательные~~ ^{касательные} положительные, то каждое из них не превосходит 1.

$$1 \geq \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} \quad |^2$$

$$1 \geq 2x+2y-x^2-y^2$$

$$(x^2-y^2+2x+1) + (y^2-2y+1) \geq 1$$

2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1$ — ^{нер-во для} ~~окружности с~~ ^{радиусом 1} и $O(1;1)$

Изобразим на графике.

1) — ~~ли-во~~ ^{ли-во} ~~решений~~ ^{решений} для (1)

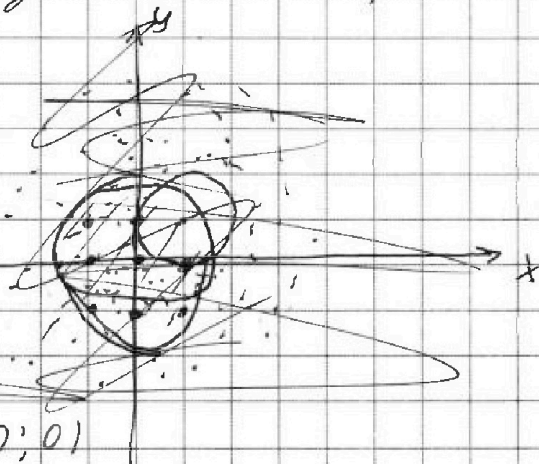
2) — ~~ли-во~~ ^{ли-во} ~~решений~~ ^{решений} для (2)

Маму нужно их пересечение.

т.к. маму нужно только узлы координатной системы, выписали их все

~~$(-1; -1)$ $(0; -1)$ $(1; -1)$ $(-1; 0)$ $(0; 0)$~~

~~$(1; 0)$ $(-1; 1)$ $(0; 1)$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \\ 15 \\ \hline 15 \\ 125 \\ 15 \\ \hline 275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 17 \\ \hline 896 \\ 128 \\ \hline 2076 \\ 273 \\ \hline 2351 \end{array}$$

$$2 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 32 = 129 \cdot 1878$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 1 \end{array}$$

cos 2d

$$\cos(d+\beta) = \cos d \cdot \cos \beta - \sin d \cdot \sin \beta$$

$$\cos(d+\beta) = \cos d \cdot \cos \beta - \sin d \cdot \sin \beta$$

$$2351$$

$$2d + 180 - 2d + d + \beta + x = 360$$

$$3d + 2\beta = 180$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 699 \\ 699 \\ \hline 1398 \end{array}$$

$$\sin 2d \sin d \cos 2d = \sin^2 d + \cos^2 d$$

$$a-b=2$$

$$a-b=17 \cdot 2^4 - 15$$

$$k^2 + 15k - 17 \cdot 32 = 0$$

$$2^{t \cdot 17} = 2^{k \cdot 17} - 15$$

$$2 = 17 \cdot 2^4 - 15$$

$$2^2 = 17 \cdot 2^3 - 15$$

$$2^5 = 2$$

$$34 = 17 \cdot 2$$

$$D = b^2 - 4ac = 15^2 + 4 \cdot 17 \cdot 32$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик.

$$x^2 + 3x + \frac{16}{9} = 0$$

~~$$D = 9 + 16 = 25$$~~

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{\pm 5 - 3}{2}$$

$$12t^2$$

$$-16(t^2 - 1)$$

$$0 > t^2 - 4$$

$$2^2 > t^2$$

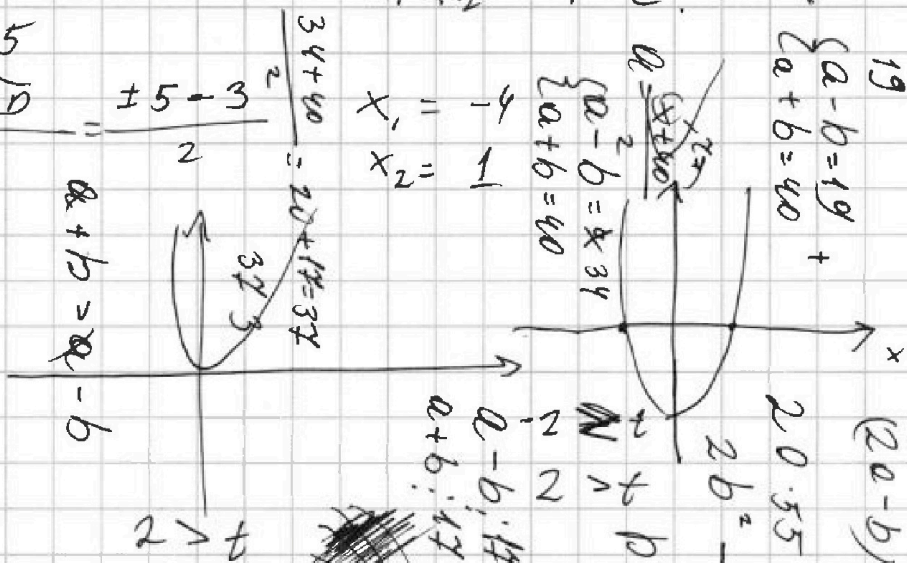
$$4 > t^2 \Leftrightarrow 2^2 - 4$$

$$x_1 + x_2 = -3 = -1 + 2$$

$$x_1 x_2 = -4 = C$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 2$$



2 4 8 16. 19 { a-b=19 + a+b=40 } (20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4 = 17 \cdot 16

$$a-b+15=17$$

$$a-b=2$$

$$t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

$$t^2 > 1$$

$$t(-2, 2)$$

$$a+b-2b = 40-2b$$

$$a+b$$

$$a+b=40 \quad a^2 - 2ab + b^2 + 15(a-b) = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2$$

$$(40-2b)(55-2b) = 17 \cdot 2$$

$$40 \cdot 55 + 4b^2 - 2 \cdot 95b = 17 \cdot 2$$

$$a-b = \frac{34-17}{1} = 17$$

$$17.8$$

$$17-15=2$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 15 \\ \hline 1650 \\ 1100 \\ \hline 16500 \end{array}$$

$$17 \cdot 2^4 = 17 \cdot 16 = 272$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 8 \\ \hline 136 \\ -15 \\ \hline 121 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times 4 \\ \hline 68 \\ -15 \\ \hline 53 \end{array}$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2^5$$

$$34 a-b = 34$$

$$\frac{1x}{27}$$

$$17 \cdot 2^{k+1} = 2^k - 15$$

$$MT = \frac{1}{2} KN, \quad AN = \frac{1}{2} DM, \quad MT = \frac{1}{4} DM$$

$$a-b = 17, \quad -15$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2^5$$

$$k/5 + 15 = 17 \cdot 2^5$$

$$2 \cdot 17 = 2^k - 15$$

$$2^k = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^k = 19$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$2 \sin^2 \alpha = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2} = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

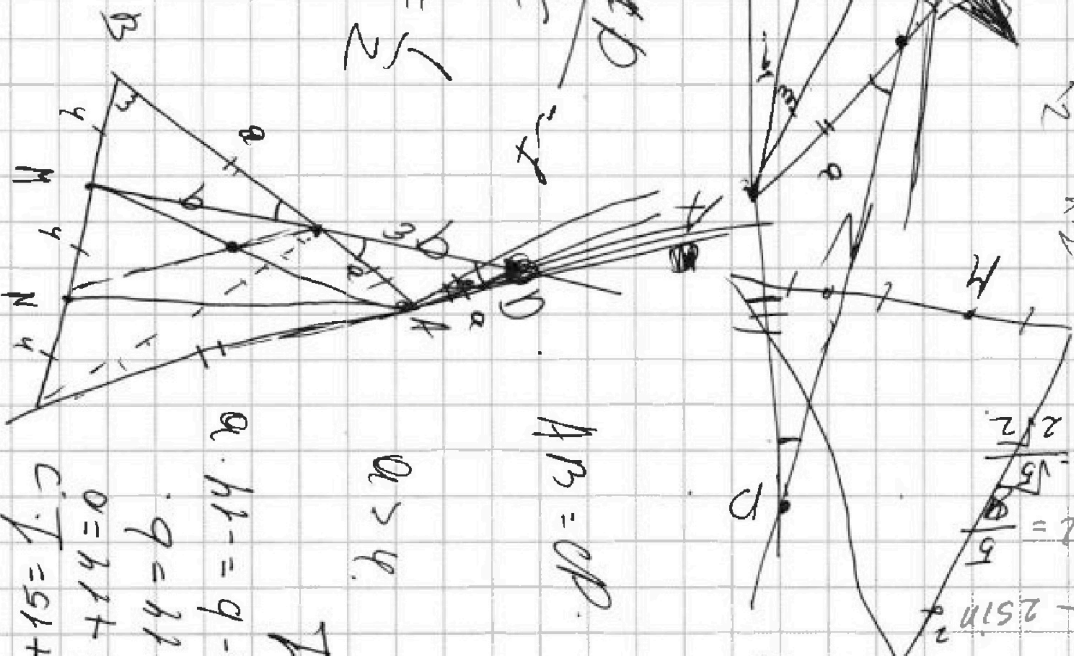
$$\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$a-b = 17$$

$$a+b = 40$$

$$2a = 17+40$$

$$a-b = 34$$



$$\begin{aligned} a-b+15 &= 17 \\ a-b+14 &= 0 \\ a-b+14 &= b \\ a \cdot 11 &= 9-a \\ a &= 11+a \end{aligned}$$

T.H.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

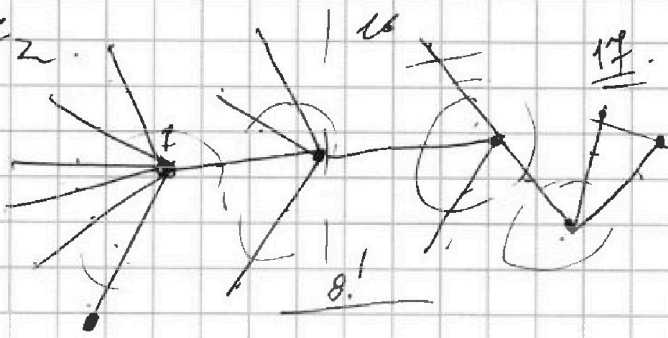
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

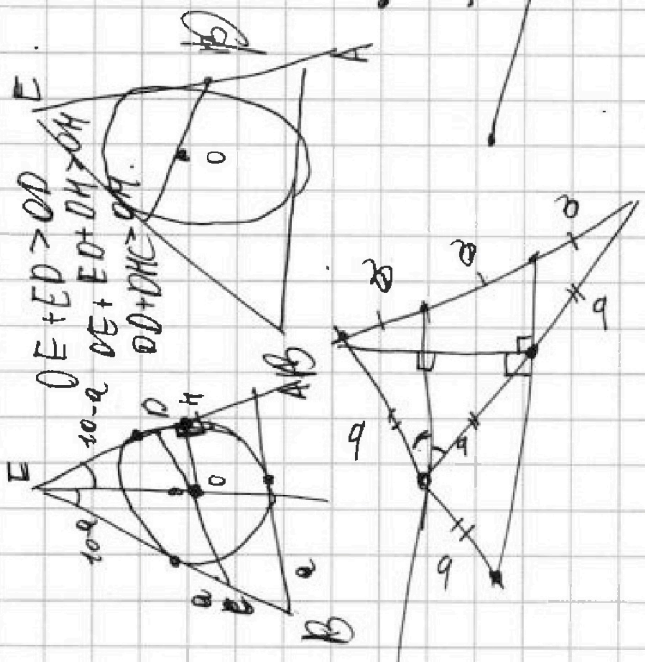
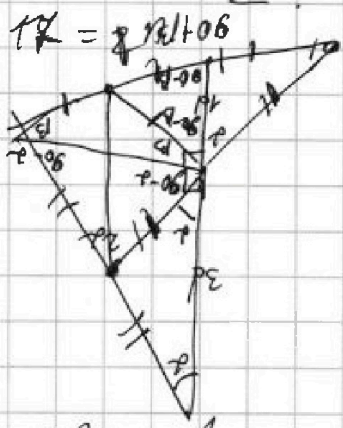
1	.	.	.
2	.	.	.
3	.	.	.

$a_1 > a_2$
 $C_k^1 = \frac{n!}{k!(n-k)!}$



$$\frac{7+4+3+5+n-4}{2} = 5 + \frac{5+n}{2}$$

$$15+n = 2n - 2 - 0 - 0$$



OTC - geometry

$$2x + 2y - x^2 - y^2 = 1 + 1 - 1x + y - 2 = 2\sqrt{1-x+y-2}$$

$$x+y > x^2+y^2$$

$$2x+2y > x^2+y^2$$

$$1 - x + y - 2 > -1 \quad | +2$$

$$3 > x + y > 1$$

$$2\sqrt{3}$$

3	2	8	4
2	6	2	2
9	9	3	3
9	16	3	3
12	12	12	12
12	12	12	12
12	12	12	12
12	12	12	12

3. $C_8^2 \cdot 4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n-1$ горюха. $5 + \frac{n+5}{2} = n-1$
 $3+4+5+\dots+n = n$
 $15+n = 2n-1$
 $16 > 2n$
 $n < 8$

$3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$

$a^2 + b^2$

$a_1 < a_2 < \dots < a_8$. $ED \perp CP$

$BE = 10$

$ED + PD > R$
 OID' - гномон.

$OID = \sqrt{R^2 - a^2} + a$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

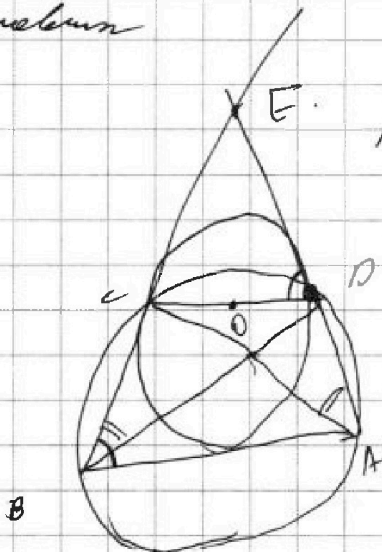


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик



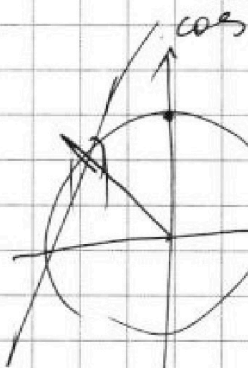
$mn(ED + DO)$

$BF = 10$

$6 - 6 - 2r$

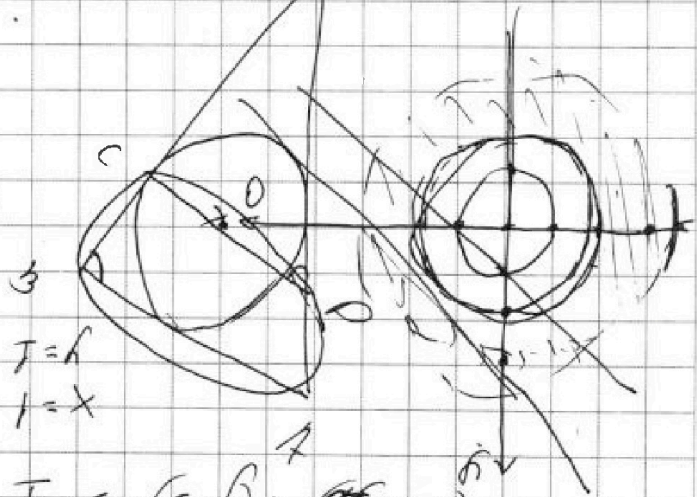
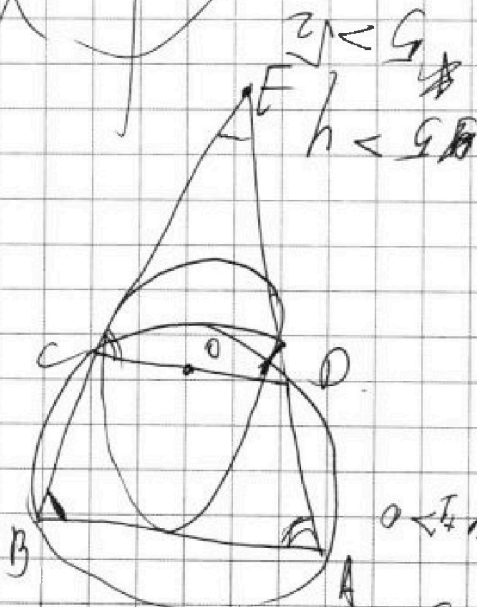
$3 < 1 + 2\sqrt{2} < 4$

$5 < 2 + \sqrt{5} < 5$



O - равноуд. от BF , EA , KB , $r = r + z$

$z = \sqrt{r^2 - x^2}$ $r = 1 - 2 + 2z$



$r = h$
 $1 = x$

$r \leq \frac{r-h}{2} + \frac{h-x}{2}$

$0 < \frac{1}{2}h - x \leq \frac{1}{2}h + x$

$x - \frac{1}{2}h - x \leq \frac{1}{2}h + x$

$h \geq 2x \geq 0$

$x + y = 1$
 $y = 1 - x$

$|x - 1| \leq 1$

$r < h + x \leq 2$

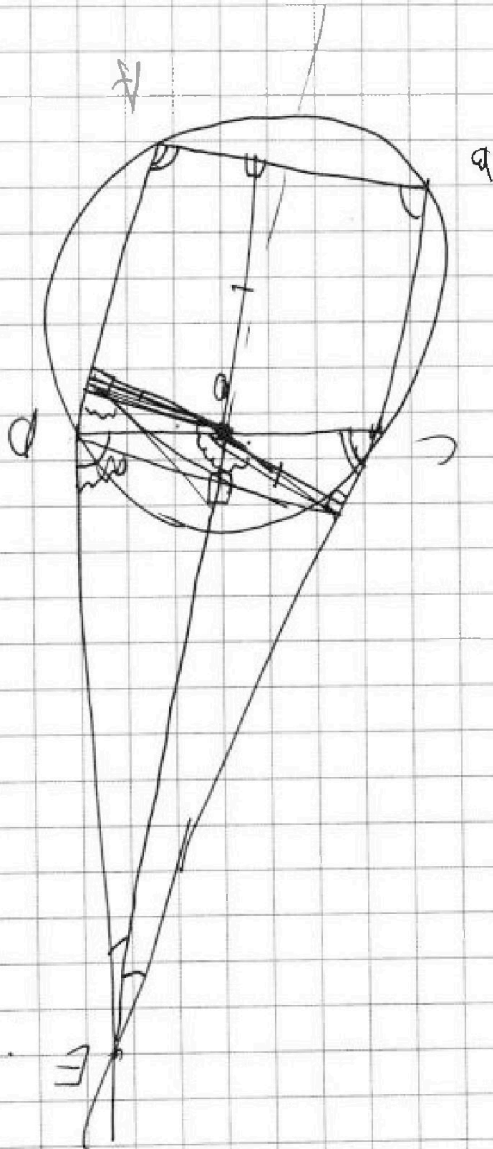


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Есть D - формула

$$2x + y - x^2 - y^2 > 0$$
$$2x + y - x^2 - y^2 < 0$$