



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



✓ [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

✗ [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .

✗ [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(\angle \frac{CBM}{CAN}) = -\frac{3}{4}$.

✗ [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.

↪ 6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

✗ [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \\ x^2 + 4\sqrt{2}tx + (gt^2 - g) = 0$$

2 корня - если $D > 0$

$$D = 32t^2 - 4(gt^2 - g) = 32t^2 - 4(gt^2 - g)$$

По теореме Виета: x_1, x_2 - корни уравнения

$$x_1 x_2 = \frac{gt^2 - g}{1} = gt^2 - g > 0$$

Решим систему неравенств:

$$1. \begin{cases} gt^2 - g > 0 \\ 32t^2 - 4(gt^2 - g) > 0 \end{cases}$$

$$1. gt^2 - g > 0$$

$$gt^2 > g \quad | :g$$

$$t^2 > 1$$

$$t < -1 \quad \text{или} \quad t > 1$$

$$2. 32t^2 - 4(gt^2 - g) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 > 0 \quad | :4$$

$$9 - t^2 > 0$$

$$9 > t^2$$

$$-3 < t < 3$$

$$U_{n.1}: t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$U_{n.2}: t \in (-3; 3)$$

$$\text{Пересечение } U_{n.1} \cap U_{n.2}: t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

По условию: $a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$ $a, b \in \mathbb{N}$

По условию: $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$$

\Downarrow

$$(1) (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставим в выражение (1) $a = b + 12$:

$$(2) (a+b)(a+b+3) = (2b+12)(2b+15)$$

$$(3) (2b+12)(2b+15) = 2(b+6)(2b+15)$$

Выражение (3) так же равно $19p^4$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

$19 \nmid 2 \Rightarrow$ по ОГА $p^4 : 2$ 2-кратно $\Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2$

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4 \quad | : 2$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^3$$

Если $b \geq 3$, то $b+6 \geq 9$ и $2b+15 \geq 21 \Rightarrow (b+6)(2b+15) > 19 \cdot 2^3$

\Downarrow

$b \leq 2$. Если $b = 1$; $7 \cdot 17 \neq 19 \cdot 2^3 \Rightarrow b \neq 1$

Если $b = 2$: $8 \cdot 19 = 19 \cdot 2^3 \Rightarrow b = 2$

$$a = b + 12 = 2 + 12 = 14$$

Все возможные варианты того, чему может быть равно b рассмотрены \Rightarrow ответ $b = 2$ единственная возможность.

Ответ: $a = 14$, $b = 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

1. Пусть школьники рассортированы по росту: $a_1 < a_2 < \dots < a_{11}$.
2. Парт всего $3 \cdot 4 = 12$, т.е. одна парты пустая.
3. Расстояние школьников на одной парты не зависит от расстановки на других парты, кроме набора словес.
3. Будем выбирать номер парты, которая будет пустой (число от 1 до 4).
и в каком порядке, чтобы симметрично.

1. Если парты 1 не занята. Сначала выберем 3^х школьников, которые сидят в ряд с пустой парты. Каждый из них в порядке, рассадител или однознатно, т.е. рассортированы по росту.

Аналогично выберем 4^х человек для следующего ряда (4 чел.)

Для каждого - все оставшиеся. Тогда варианты:

3 $\cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4$

2. Если 2^я парты не занята: Выберем школьника, который посидит перед пустой парты, потом 2^х человек, а потом 4^х в соседний ряд:

3 $\cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^4$

3. Если 3^я парты не занята: Выберем 2^х школьников на 2 парты перед пустой, одною же парты же пустой, и еще 4^х для соседнего ряда

3 $\cdot C_{11}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^4$

4. Если 4^я парты не занята: Выберем 3^х человек на 3 парты передней и еще одною на соседний ряд:

3 $\cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4$

4. Сложим все возможные варианты:

$3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 3 \cdot C_8^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + 3 \cdot C_8^1 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^1 + 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 =$

$= 3 \cdot C_8^4 (2 \cdot C_{11}^3 + C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{11}^2 \cdot C_9^1) = 3 C_8^4 (2 \cdot C_{11}^3 + \frac{11}{1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{2}) =$

$= 3 C_8^4 (2 C_{11}^3 + 2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2) = 3 \cdot 6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2$

Ответ: $6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2$

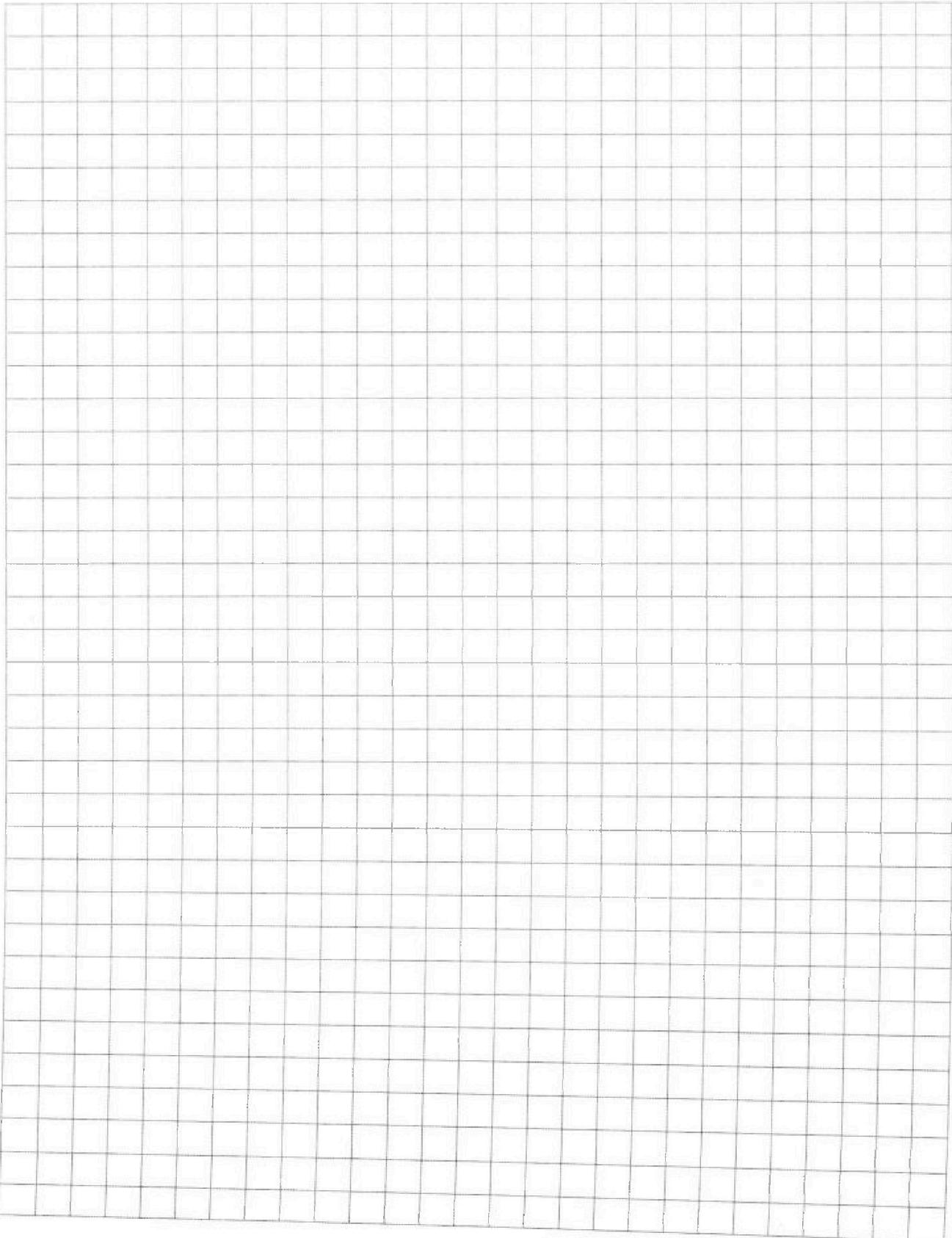


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

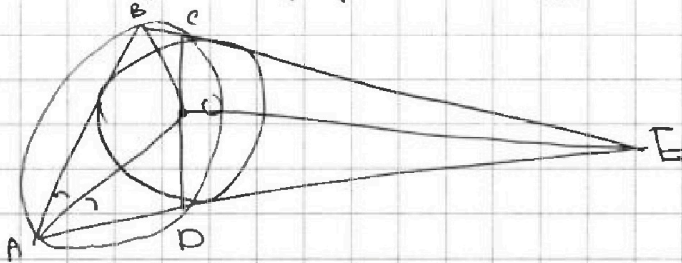
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

1. Построить треугольник ABE



1. $BE = BA$. O - центр треугольника ABE .
2. $DE \cdot AE = CE \cdot BE$, т.к. $ABCD$ - впис.
3. PE

Ответ: ~~15~~ 15



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$1-|x-y-1| \geq 0, \text{ т.к. } x, y \text{ — целые}$$

⇓

$$-1 \leq x-y-1 \leq 1$$

$$y \leq x \leq y+2$$

Т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$, $x=y$ или $x=y+1$ или $x=y+2$

Рассмотрим 3 варианта (возьмем x , выразим через y)

1. $x=y$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} + \sqrt{1-|x-x-1|} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$-2x^2 \geq 0 \quad 0=0 \Rightarrow \text{решения нет}$$

~~2. $x=y+1$~~
 ~~$\sqrt{2x-2x-2-x^2-1}$~~

2. $x=y+1$

$$\sqrt{2y+2-2y-(y+1)^2-y^2} + \sqrt{1-|y+1-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2-y^2-2y-1-y^2} + \sqrt{1} = 2$$

$$\sqrt{1-2y^2-2y} = 1$$

$$\forall 1-2y^2-2y > 0 \Rightarrow y \neq 1$$

$$1-2y^2-2y = 1$$

$$2y^2+2y = 0$$

$$y=0 \text{ или } y=1$$

$$x=1$$

$$x=2$$

3. $x=y+2$

$$\sqrt{2y+4-2y-(y+2)^2-y^2} + \sqrt{1-|y+2-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{4-4y-4-2y^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$\sqrt{-4y-2y^2} = 2$$

$$-4y-2y^2 \geq 0$$

$$-4y-2y^2 = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

$$4y + 2y^2 = -4$$

$$2y + y^2 = -2$$

$$y(2+y) = -2$$

$$y \neq 0 \Rightarrow |y| = 1 \text{ или } |y| = 2, y \neq 0$$

$$y \geq 0 \Rightarrow y(2+y) > -2$$

$$y < 0 \Rightarrow y = -1 \text{ или } (-1 \cdot (2-1) = -1 \neq -2) \text{ или } y = -2 \text{ } (-2 \cdot (2-2) = 0 \neq -2)$$

\Downarrow

Решений нет.

Единственное решение - $y=0, x=1$

Ответ: $x=1, y=0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

1. Рассмотрим путь

1. Путь с деревом - вершинами графа. Если таме - то 2 деревом соединены дорогой, соединим со ст. вершинами ребром.
2. Рассмотрим путь между вершинами со степенями 6, 6, 7 и 9. Они не могут идти через вершины со степенью 1, так как зайдут и выйдут в такую вершину, где можно было не заходить. \Rightarrow существует путь по этим 4^м вершинам, проходящий только по ним. В таком случае граф только из этих 4^х вершин состоит \Rightarrow между вершинами со степенями ~~6, 6, 7 и 9~~, там 1 проходит хотя бы 3 ребра.
3. Все вершины со степенью 1 могут быть соединены только с вершинами со степенями, больше 1, так иначе они образуют компоненту из 2^х вершин, не связываясь с остальными \Rightarrow граф будет несвязен, что неверно по усл.
4. Так между любыми 2^{ми} деревьями ровно один путь, и в 2^х деревьях, между которыми больше 1^х дорог.
5. По формуле о рукопожатиях, сумма степеней вершин графа равна \Rightarrow вершины со степенью 1 имеют, т.е. $5+6+7+9 = 27/2$ ~~длина~~
6. Так по п. 4, между вершинами со ст. больше 1 проверено по длине, там $\frac{4 \cdot 2}{2} = 6$ ребер. Суммарная степень вершин со ст. больше 1 $= 27$, если из них не выходит ребро в группу там не, то входит в ребро, со ст. 1 \Rightarrow из них входит не менее, чем $27 - 6 \cdot 2 = 15$ ребер \Rightarrow вершин $6 \cdot 2 = 12$ одно ребро прибав. и их сумм. степени 2. со ст. 1 хотя бы 15
7. По п. 3, между 4 вершинами со ст. больше 1 есть хотя бы 3 ребра, т.е. из них выходит не более, чем $27 - 3 \cdot 2 = 21$ ребро, т.е. вершин со ст. 1 не более 11.
8. Пусть докажем, что можно по-во вершин со ст. 1, не кратнее 2^м от 15 до 21 возможно. По условию соединим все вершины со ст. больше 1 друг с другом. Из каждой такой вершины выходит по 2 ребра. Дополним их степенью до нужного кол-ва високими вершинами. По п. 6 високим вершин равно 15 после этого по очереди заменим ребро между вершинами со ст. $\times 5$ и 6 , 6 и 9 , 5 и 7 . Можно убедиться, что если убрать их, граф все еще связен. Будем затем \times убирать ребро на 2 високим вершинам из со ст. вершин. Их степень сократится, а кол-во високим вершин увеличится на 2. Тогда после 1^{го} убр ребра, високим вершин станет 17, после 2^{го} - 19, а после 3^{го} - 21. Т.е. по-во високим вершин пробовать все возможные количества. Других вариантов быть не может.

Ответ: 13, 21, 23, 25 вершин. деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Усн: $a - b = 12$
 $a = b + 12$

$a, b \in \mathbb{N}$

Черновики

Усн: $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$

Представим $a = b + 12$ в скобках:
 $(2b+12)(2b+15) = 19p^4$

Посчитаем НОД скобок $(2b+12)$ и $(2b+15)$. Для этого используем алгоритм Евклида:

$(2b+12, 2b+15) = (2b+15) - (2b+12) = 3$

НОД скобок равен 1 или 3, где 3 — это простое число.

Разберем 2 варианта: НОД = 3 и НОД = 1

1. НОД = 3

Если НОД = 3, то $19p^4 : 3$. По ОГА, $p^4 : 3$. p — простое число \Rightarrow

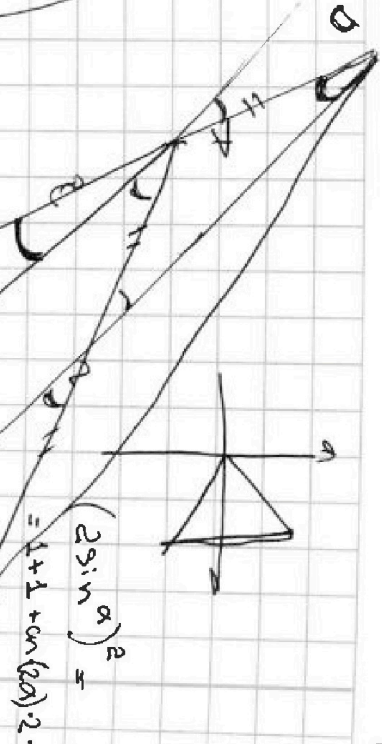
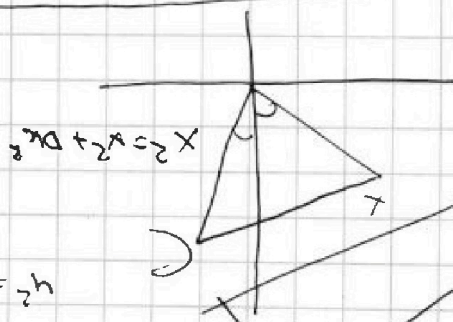
$\Rightarrow p = 3$. Тогда $(2b+12)(2b+15) = 19 \cdot 3^4$

Скобки $2b+12 = (b+6) \cdot 2 \Rightarrow (b+6)(2b+15) \cdot 2 : 2$, $19 \cdot 3^4 / 2$

Противоречие \Rightarrow НОД не равен 3.

2. НОД равен 1.

Заметим



$4^2 = 4x^2 + AN^2 + 2 \sin x$

$2^2 = x^2 + AN^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$

$(2^2 - 4^2) + 4x^2 - 4x^2 - AN^2 + AN^2 = 2 \sin x \cdot AN \cdot x - 2 \sin x \cdot AN \cdot x$

$4 \sin^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2 \cdot 1 = 2$

$4^2 = 4x^2 + 2xy$

$4 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

$(2 \sin \alpha)^2 = 1 + 1 + \cos(2\alpha) \cdot 2$

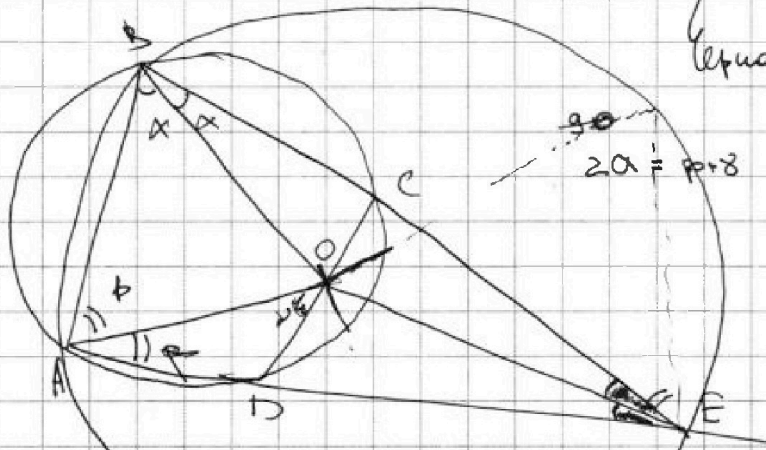


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

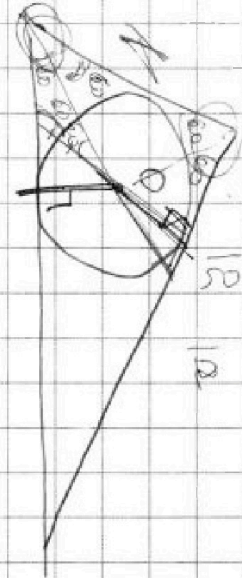
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Криволиней

$$2\alpha = \rho + \delta$$



$$EC \cdot CB = ED \cdot AD$$

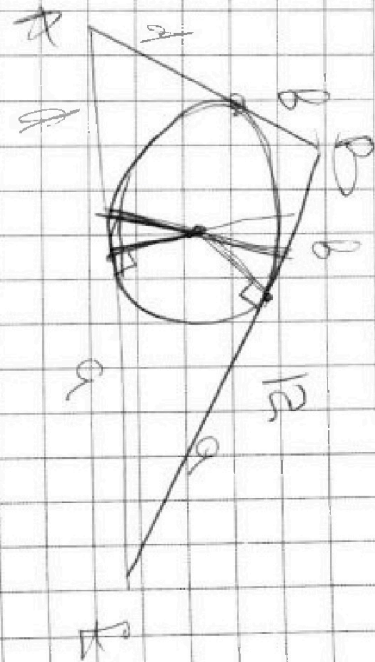
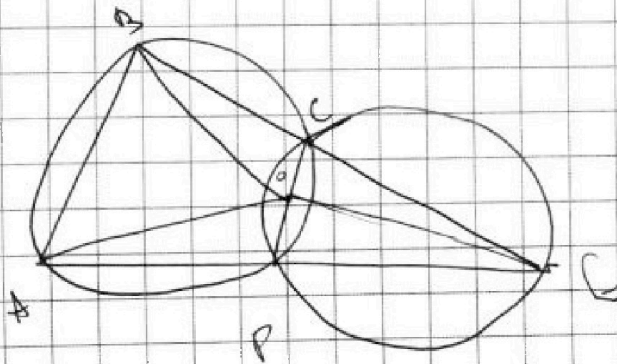
$$EC \cdot (12 - EC) = DE \cdot AD$$

$$DE \cdot AE = EC \cdot EB$$

$$\frac{CO}{OD} = \frac{EC}{EO} = \frac{AE}{EB}$$

$$CO \cdot EB = DO \cdot AE$$

CO.



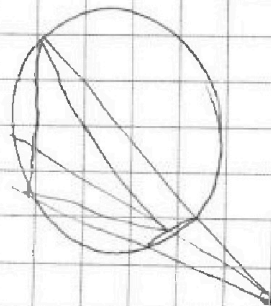
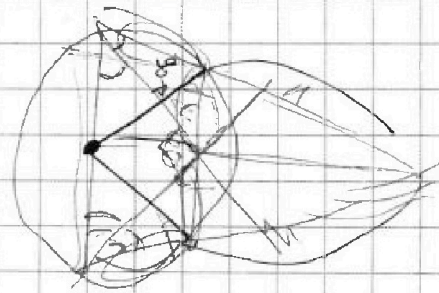
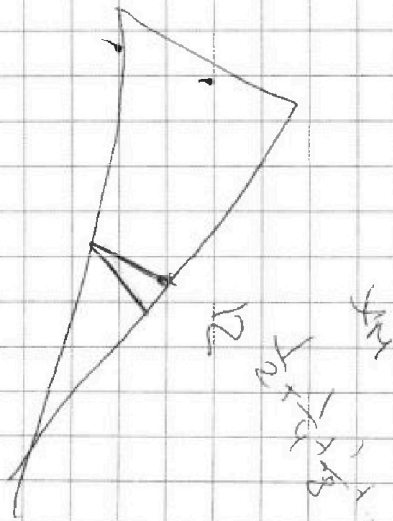
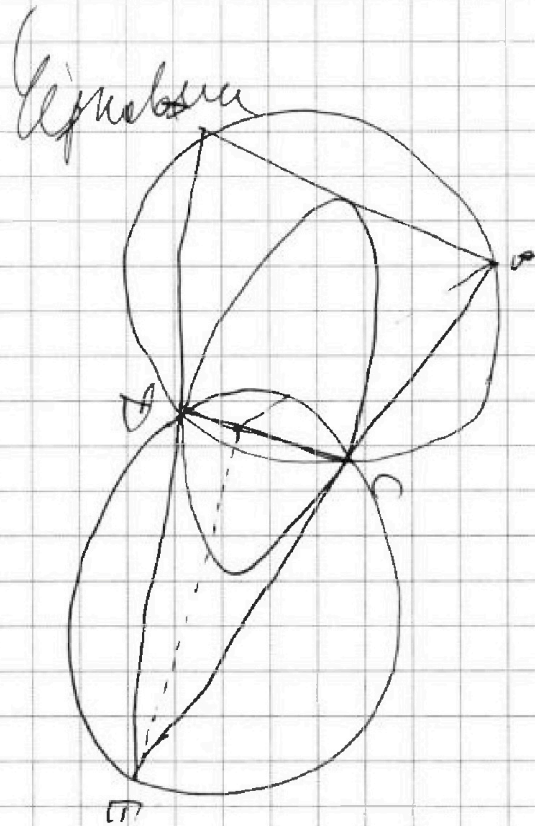
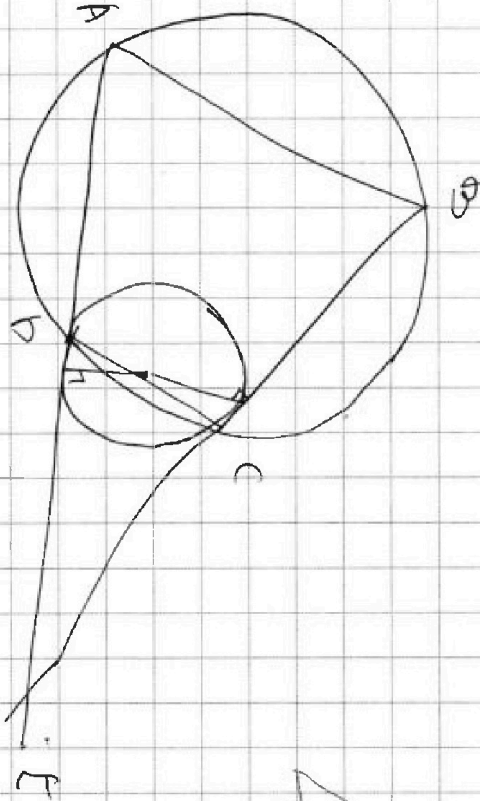


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





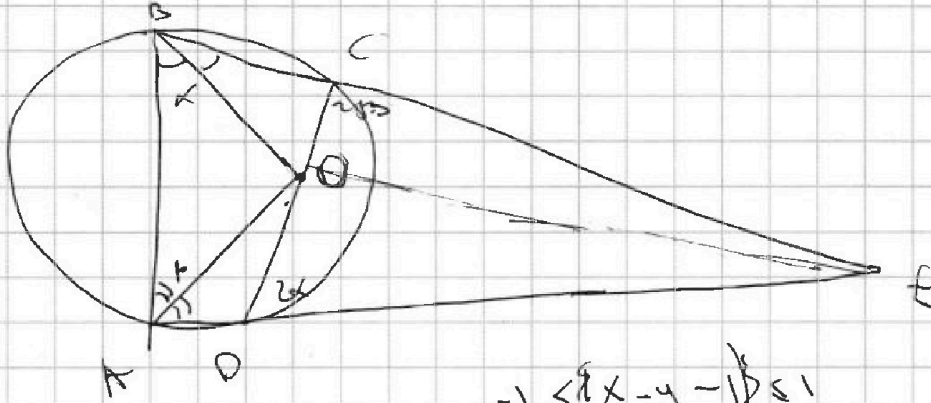
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$-1 \leq x - y - 1 \leq 1$$

$$\frac{DE}{BE} =$$

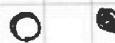
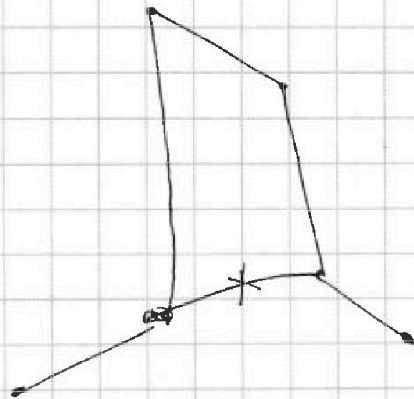
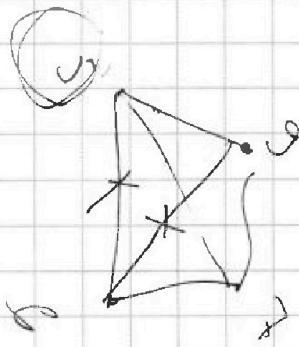
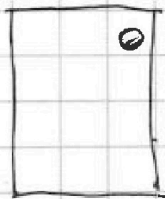
$$y \leq x \leq y + 2$$

$$y \quad y+1 \quad y+2$$

не меньше 9

§ 6 7 9

чер + 9





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

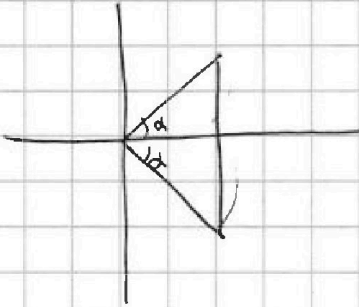
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{11}{1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2}$$



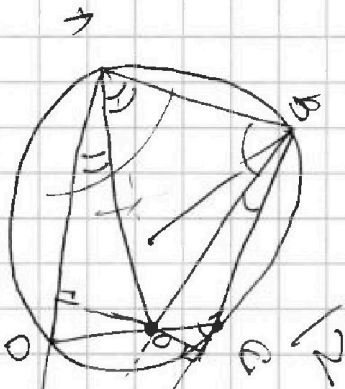
$$4 \sin^2 \alpha = 1 + 2 \sqrt{2} \cos(2\alpha) \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos(2\alpha)$$

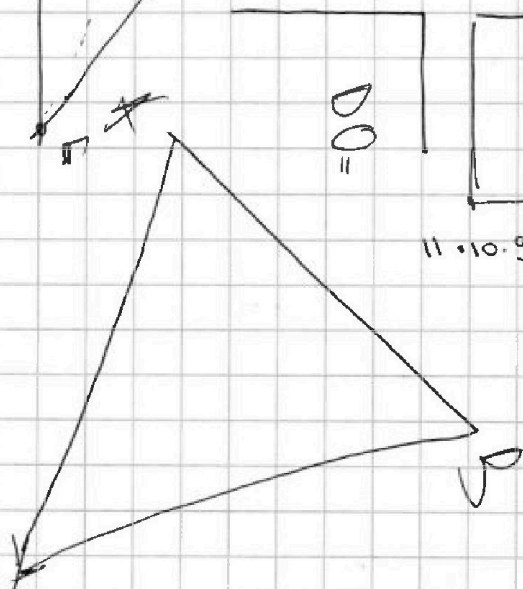
$$\frac{11 \cdot 10}{2} \cdot \frac{9}{1}$$

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha) &= 1 - 2 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$

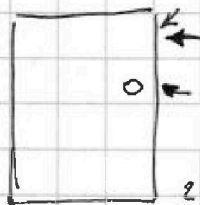
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \rightarrow \sin^2 \alpha &= \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$



$$1 = 1 + 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2$$



$D=O$



$$11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{11}$$

$$3(C_{10}^3 + C_{10}^4) +$$

