МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2+4\sqrt{2}tx+9t^2-9=0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a-b=12$, а значение выражения $a^2+2ab+b^2+3a+3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM=MN=NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB=CD$. Найдите AB, если $BC=6$, $\cos(2\angle \cancel{CEM})=-\frac{3}{4}$.
2∠CAN

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

   - он сидит на первой парте в ряду,
   - ближайшая парта перед ним пуста,
   - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

   Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED+DO$, если известно, что $BE=12$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются** отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$x^2 + (4\sqrt{2}\,t)x + (9t^2 - 9) = 0$

2 корня - если $D > 0$

$D = 32t^2 - 4(9t^2)\cancel{)(}-9) = 32t^2 - 4(9t^2 - 9)$

По теореме Виета: x_1, x_2 - корни уравнения

$x_1 x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$

Решим систему неравенств:

$\begin{cases} 1.\ 9t^2 - 9 > 0 \\ 2.\ 32t^2 - 4(9t^2 - 9) > 0 \end{cases}$

1. $9t^2 - 9 > 0$

$9t^2 > 9 \quad |:9$

$t^2 > 1$

$t < -1$ или $t > 1$

2. $32t^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 > 0 \quad |:4$

$9 - t^2 > 0$

$9 > t^2$

$-3 < t < 3$

Из п.1: $t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Из п.2: $t \in (-3; 3)$

Пересечение 1и2: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

Ответ: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

По условию: $a-b=12 \Rightarrow a=b+12$ $\qquad a, b \in \mathbb{N}$

По условию: $a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4$

$\cancel{a^2+2ab+b^2}$ $(a+b)^2+3(a+b)=(a+b)(a+b+3)=a^2+2ab+b^2+3a+3b$

$\Downarrow$

(1) $(a+b)(a+b+3)=19p^4$

Подставим в выражение (1) $a=b+12$:

(2) $(a+b)(a+b+3)=(2b+12)(2b+15)$

(3) $(2b+12)(2b+15)=2(b+6)(2b+15)$

Выражение (3) так же равно $19p^4$

$2(b+6)(2b+15)=19p^4$

$19 \not\vdots\, 2 \Rightarrow$ по ОТА $p^4 \,\vdots\, 2$ $\quad$ 2-простое $\Rightarrow p \,\vdots\, 2 \Rightarrow p=2$

$2(b+6)(2b+15)=19\cdot 2^4 \quad |:2$

$(b+6)(2b+15)=19\cdot 2^3$

Если $b \geq 3$, то $b+6 \geq 9$ и $2b+15 \geq 21 \Rightarrow (b+6)(2b+15) > 19\cdot 2^3$

$\Downarrow$

$b \leq 2$. Если $b=1$: $7\cdot 17 \neq 19\cdot 2^3 \Rightarrow b \neq 1$

Если $b=2$: $8\cdot 19=19\cdot 2^3 \Rightarrow b=2$

$a=b+12=2+12=14$

Все возможные варианты того, чему может быть равно b разобраны $\Rightarrow$ ответ $b=2$ единственный возможный.

Ответ: $a=14$, $b=2$

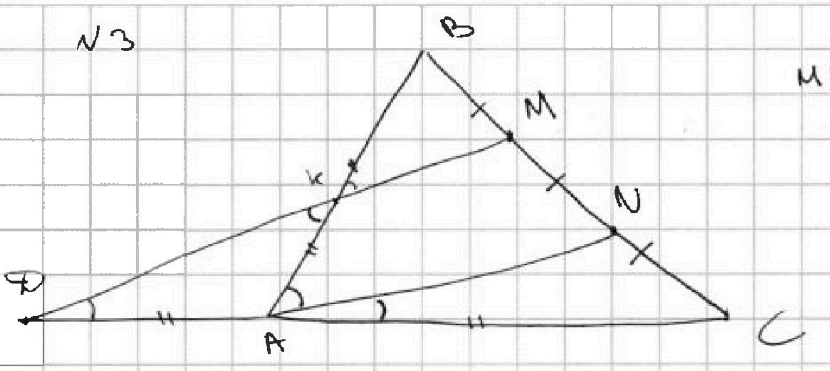
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 3



$MD \cap AB$ в т. K

1. $MD \parallel AN \Rightarrow$ по т. Фалеса: $\frac{CN}{MN} = \frac{AC}{AD}$ $CN = MN \Rightarrow AC = AD$

2. ~~CD =~~ $DA + CA = CD = AB$

$AD = AC \Rightarrow 2AC = AB$!

3. $MD \parallel AN \Rightarrow \frac{BK}{KA} = \frac{BM}{MN} = 1$, т.к $BM = MN \Rightarrow BK = KA$

4. $AB = BK + KA = 2KA$ (п.3)

5. П1 и П4: $2AC = AB = 2KA$

$2AC = 2KA$

$DA = AC = KA$

$DA = KA \Rightarrow \triangle KAD$ – р/б $\Rightarrow \angle ADK = \angle AKD$

6. $AN \parallel MD \Rightarrow \angle CAN = \angle CDM (= \angle ADK) = \angle AKD$ ~~нет~~

7. $AN \parallel MD \Rightarrow \angle DKA = \angle KAN$, т.к они накр лежащ.

8. $\angle DKA = \angle CAN \Rightarrow \angle KAN (= \angle BAN) = \angle CAN$

9. Пусть $\angle CAN = \alpha$. Тогда $\angle CAB = \angle CAN + \angle BAN = 2\alpha$

~~10. $\triangle KAD = 180 - \angle AA$ $\angle CAB = 180 - 2\alpha$ – как смежн.~~

~~11.~~

10. $\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$. Напишем т. косинусов для треуг. BAC:

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2\cos(2\alpha) AB \cdot AC = AC^2 + 4AC^2 - 2\cos(2\alpha) \cdot 2AC^2$

$BC^2 = 5AC^2 - 4\cos(2\alpha) \cdot AC^2$

$AC^2(5 - \cos(2\alpha) \cdot 4) = BC^2$

$AC^2 = \frac{BC^2}{5 - \cos(2\alpha) \cdot 4} = \frac{6^2}{5 + \frac{3}{4} \cdot 4} = \frac{6^2}{8} = 4{,}5$

11. $AB^2 = 4AC^2 = 4 \cdot 4{,}5 = 9 \cdot 2$

12. $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1. Пусть школьники отсортированы по росту: $a_1 < a_2 < \ldots < a_{11}$.
2. Парт всего $3 \cdot 4 = 12$, т.е одна парта пустая.
3. Рассадка школьников на одном ряду не зависит от рассадки на других рядах, кроме набора человек.
3. Будем выбирать номер парты, которая будет пустой (число от 1 до 4). Не важно в каком она ряду, случаи симметричны.
   1. Если парта 1 не занята. Сначала выберем $3^х$ школьников, которые сядут в ряд с пустой партой. Как бы мы их не выбрали, рассадутся они однозначно, т.к. отсортированы по росту. Аналогично выбераем $4^х$ человек для следующего ряда ($4^х$чел.) Для последнего - все оставшиеся. Тогда вариантов:
   $3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4$ (3 ряда)
   2. Если $2^я$ парта не занята: Выберем школьника, которого посадим перед пустой партой, потом $2^х$ за ней, а потом $4^х$ в соседний ряд:
   $3 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^4$
   3. Если $3^я$ парта не занята: выберем $2^х$ школьников на 2 парты перед пустой, одного за парту за пустой, и еще $4^х$ для соседнего ряда
   $3 \cdot C_{11}^2 \cdot C_{9}^1 \cdot C_8^4$
   4. Если $4^я$ парта не занята: выберем $3^х$ человек на 3 парты перед ней и еще одного на соседний ряд:
   $3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4$

4. Сложим все возможные варианты:

$$3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 3 \cdot C_8^4 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + 3 \cdot C_8^4 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^1 + 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 =$$

$$= 3 \cdot C_8^4 \left(2 \cdot C_{11}^3 + C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{11}^2 \cdot C_9^1\right) = 3 C_8^4 \left(2 \cdot C_{11}^3 + \frac{11}{1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} + \frac{11 \cdot 10}{2} \cdot \frac{9}{1}\right) =$$

$$= 3\, C_8^4 \left(2\, C_{11}^3 + 2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2\right) = 6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2$$

Ответ: $6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

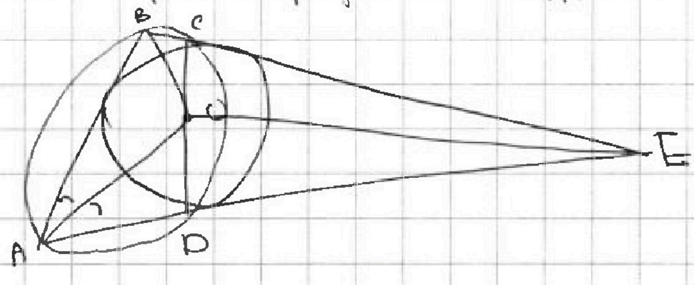
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

~~1. Построим треугольник ABE~~



1. BE=18. O - инцентр треугольника ABE.
2. $DE \cdot AE = CE \cdot BE$, т.к. ABCD - впис.
3. DE

Ответ: ~~18~~ 15

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$$

$1-|x-y-1|\geq 0$, т.к. иначе x,y – не целые

$\Downarrow$

$-1\leq x-y-1\leq 1$

$y\leq x\leq y+2$

Т.к. x и $y\in\mathbb{Z}$, $x=y$ или $x=y+1$ или ~~$y\geq y$~~ $x=y+2$

Разберем 3 варианта (подставим x, выраж. через y)

1\. $x=y$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$$

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2}+\sqrt{1-|x-x-1|}=2$$

$$\sqrt{-2x^2}+\sqrt{0}=2$$

$-2x^2\geq 0$ $\quad 0=0 \Rightarrow$ решений нет

~~2. $x=y+1$~~

~~$\sqrt{2x-2x-2-x^2-($~~

2\. $x=y+1$

$$\sqrt{2y+2-2y-(y+1)^2-y^2}+\sqrt{1-|y+1-y-1|}=2$$

$$\sqrt{2-y^2-2y-1-y^2}+\sqrt{1}=2$$

$$\sqrt{1-2y^2-2y}=1 \qquad 1-2y^2-2y>0 \Rightarrow y\neq 1$$

$1-2y^2-2y=1$

~~$2+y^2-y$~~ $2y(y-1)=0$ $\qquad y=0$ или $y=1$!

$x=1 \qquad x=2$!

3\. $x=y+2$

$$\sqrt{2y+4-2y-(y+2)^2-y^2}+\sqrt{1-|y+2-y-1|}=2$$

$$\sqrt{4-4y-4-2y^2}+\sqrt{0}=2$$

$$\sqrt{-4y-2y^2}=2 \qquad -4y-2y^2\geq 0$$

$-4y-2y^2=4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7

$4y + 2y^2 = -4$

$2y + y^2 = -2$

$y(2+y) = -2$ $\qquad y \in \mathbb{Z} \Rightarrow |y| = 1$ или $|y| = 2$; $y \neq 0$

$y \geq 0 \Rightarrow y(2+y) > -2$

$y < 0 \Rightarrow y = -1$ или $(-1 \cdot (2-1) = -1 \neq 2)$ или $y = -2$ $(-2 \cdot (2-2) = 0 \neq -2)$

$\Downarrow$

Решений нет.

Единственное решение $-$ $y = 0$, $x = 1$

Ответ: $x = 1$, $y = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N6

~~1. Рассмотрим пути~~

1. Пусть деревни - вершины графа. Если какие-то 2 деревни соединены дорогой, соединим соотв. вершины ребром.

2. Рассмотрим пути между вершинами со степенью 5, 6, 7 и 9. Они не могут лежать через вершины со степенью 1, тк не зайдем и выйдем в такую вершину, те можно было не заходить. ⇒ ∃ существует путь по этим 4^{м} вершинам, проходящий только по ним. В таком случае граф только из этих 4^{х} вершин связный ⇒ между вершинами со степенью ~~~~ более, чем 1 проходит хотя бы 3 ребра.

3. Все вершины со степенью 1 могут быть соединены только с вершинами со степенью, большей 1, тк иначе они образуют компоненту из 2^{х} вершин, не связанную с остальными ⇒ граф будет несвязен, что невозм. по усл.

4. Тк между любыми 2^{мя} деревнями ровно один путь, нет 2^{х} деревень, между которыми более 1^{й} дороги.

5. По лемме о рукопожатиях, сумма степеней вершин графа четна ⇒ вершин со степенью 1 нечетно, тк $5+6+7+9=27 \not\vdots 2$ ~~~~

6. Тк по п. 4, между вершинами со ст. более 1 проведено не более, чем $\frac{4\cdot 3}{2}=6$ ребер. Суммарная степень вершин со ст. более $1 = 27$, если из них не выходит ребро в другие такие же, то выходит в ребро, со ст. 1 ⇒ из них выходят не менее, чем $27-6\cdot 2=15$ ребер ⇒ вершин со ст 1 хотя бы 15

$6\cdot 2$ - тк одно ребро прибав. к их сумм. степени 2.

7. По п. 3, между 4 вершинами со ст. более 1 есть хотя бы 3 ребра, те из них выходит не более, чем $27-3\cdot 2=21$ ребро, тк вершин со ст. 1 не более 21.

8. ~~~~ Докажем, что любое кол-во вершин со ст. 1, не четное 2^{м} от 15 до 21 возможно. ~~~~ Сначала соединим все вершины со ст. больше 1 друг с другом. Из каждой такой вершины выходит по 3 ребра. Дополним их степени до нужного кол-ва висячими вершинами. По п. 6 висячих вершин равно 15. После этого по очереди заменим ребро между вершинами со ст. 5 и 6, 6 и 9, 5 и 7. Можно убедиться, что если убрать их граф все еще связен. Будем заменять убранное ребро на 2 висячие вершины из соотв. вершин. их степень сохранится, а кол-во висячих вершин увеличится на 2. Тогда после 1го убр ребра, висячих вершин станет 17, после 2го - 19, а после 3го - 21. Те кол-во висяч вершин пробегает все искомые количества. Других вариантов быть не может.

Ответ: 19, 21, 23, 25 ~~вершин~~ деревень.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Черновик

Усл: $a - b = 12$ $\qquad a, b \in \mathbb{N}$

$a = b + 12$

Усл: $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$

Подставим $a = b + 12$ вместо a:

$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$

Подсчитаем НОД скобок $(2b+12)$ и $(2b+15)$. Для этого используем алгоритм Евклида:

$((2b+12), (2b+15)) = (2b+15) - (2b+12) = 3$

НОД скобок равен 1 или 3, т.к. 3 - это простое число.

Разберем 2 варианта: НОД = 3 и НОД = 1

1. НОД = 3

Если НОД = 3, то $19p^4 \vdots 3$. По ОТА, $p^4 \vdots 3$ (т.к. $19 \not\vdots 3$). p - простое число $\Rightarrow$

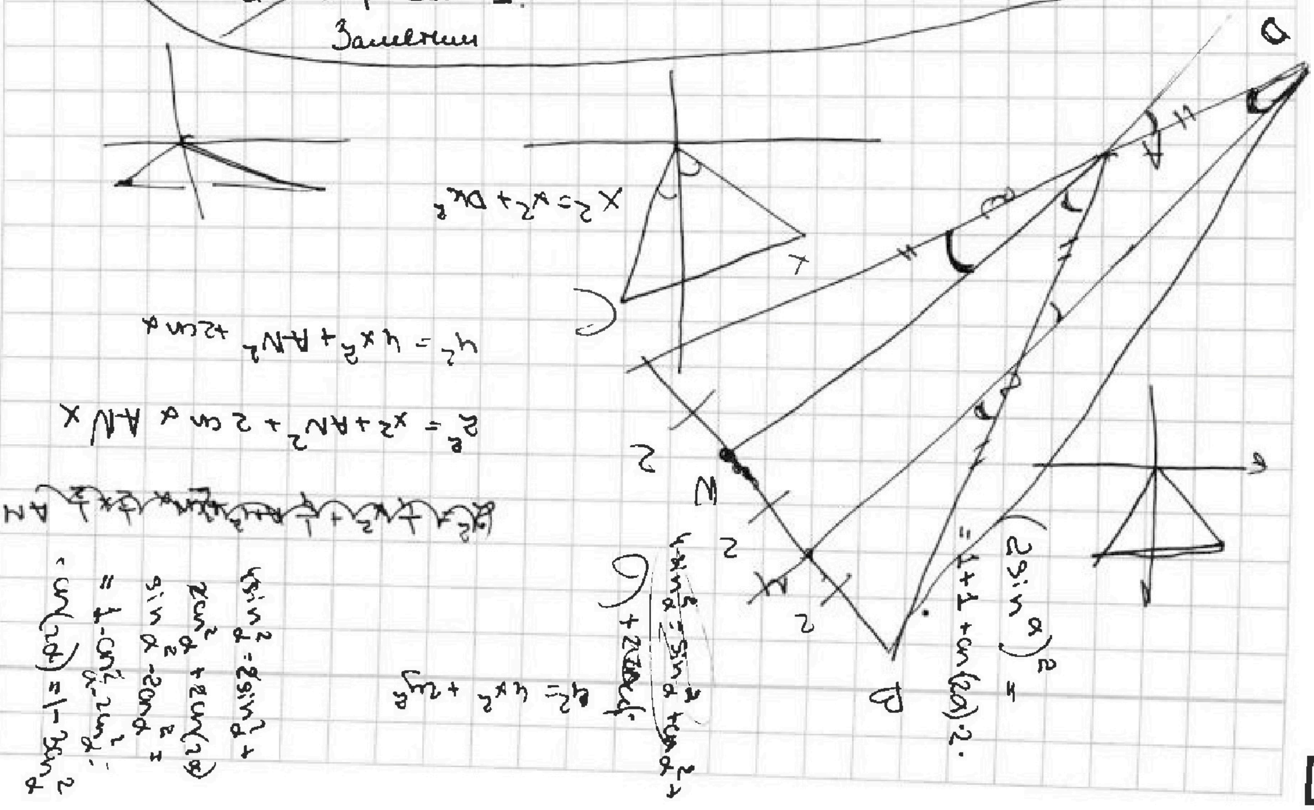
$\Rightarrow p = 3$. Тогда $(2b+12)(2b+15) = 19 \cdot 3^4$

Скобка $2b + 12 = (b+6) \cdot 2 \Rightarrow (b+6)(2b+15) \cdot 2 \vdots 2$, но $19 \cdot 3^4 \not\vdots 2$

Противоречие $\Rightarrow$ НОД не равен 3.

2. НОД равен 1.

Заметим



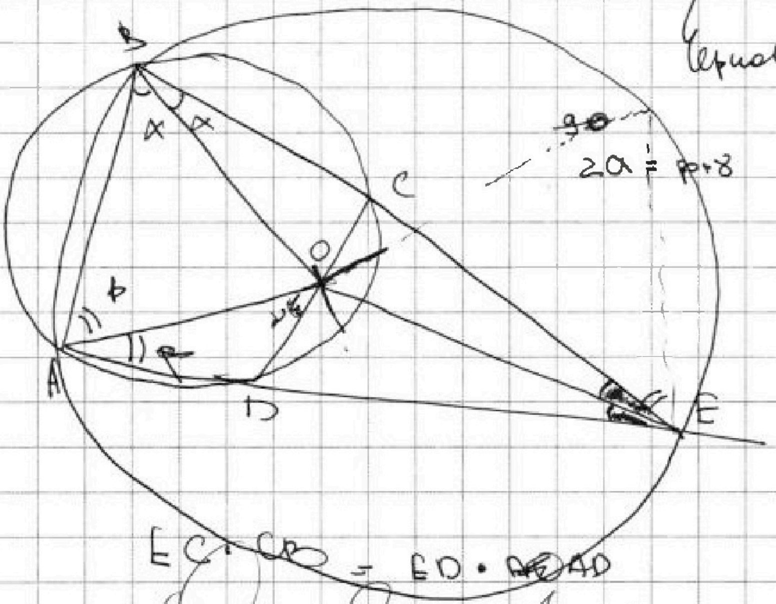
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

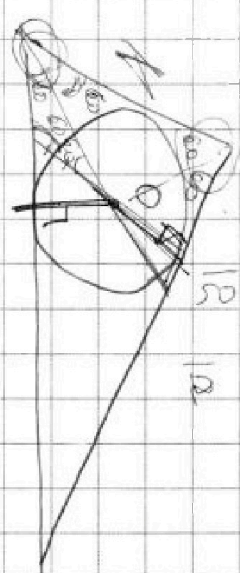
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик





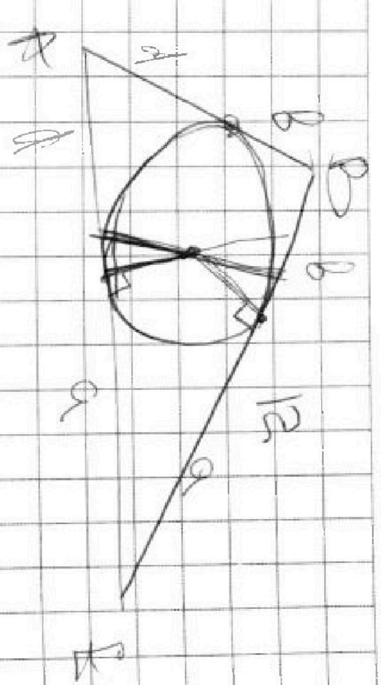
$EC \cdot CB = ED \cdot \cancel{AE}\,AD$

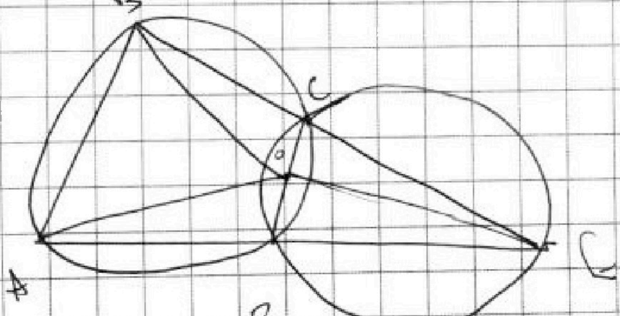
$EC \cdot (12 - EC) = DE \cdot AD$

$DE \cdot AE = EC \cdot EB$

$\frac{CO}{OD} = \frac{EC}{ED} = \frac{AE}{EB}$ $\quad CO \cdot EB = DO \cdot AE$

$CO \cdot$





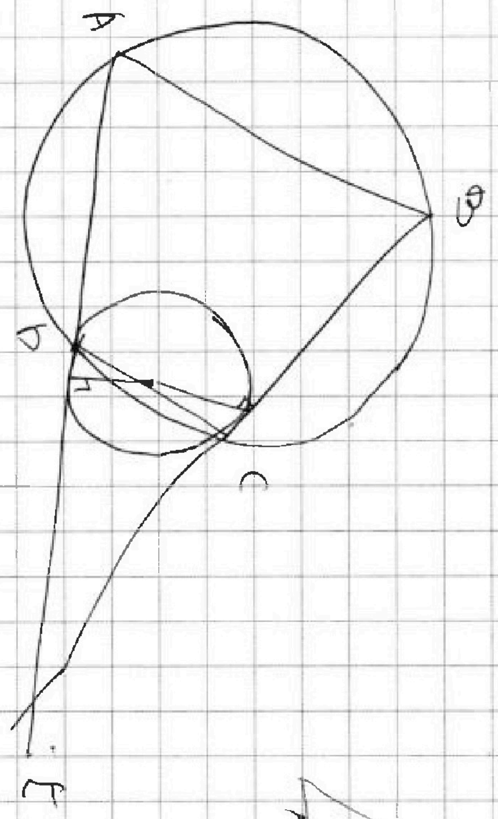
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

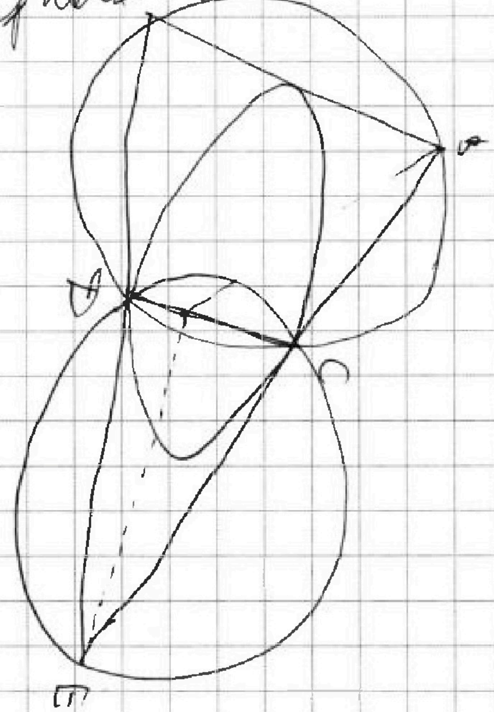
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

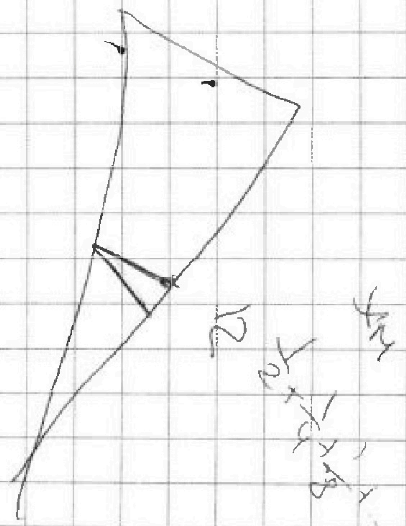
СТРАНИЦА __ ИЗ __

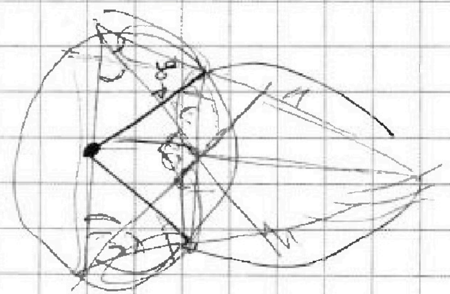
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

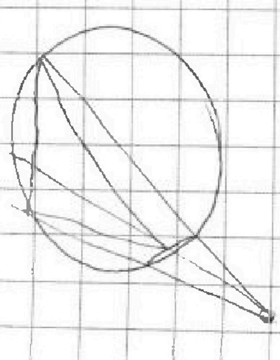
Черновик











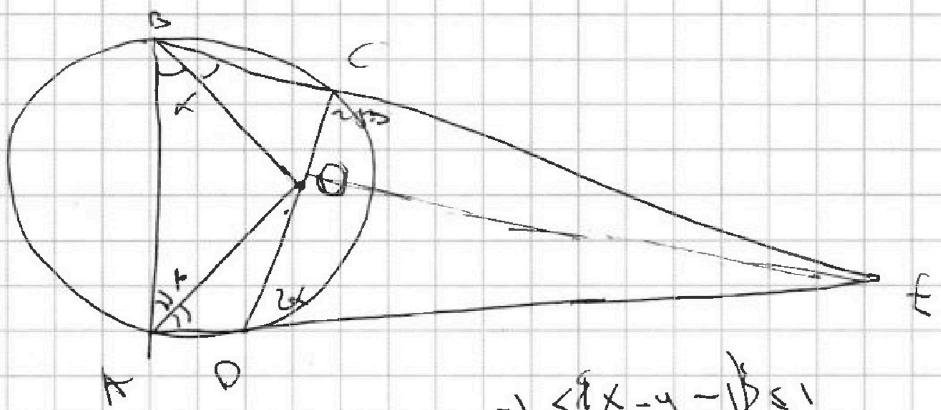
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$-1 \le (x-y-1) \le 1$

$\frac{DE}{BE} =$

$y \le x \le y+2$

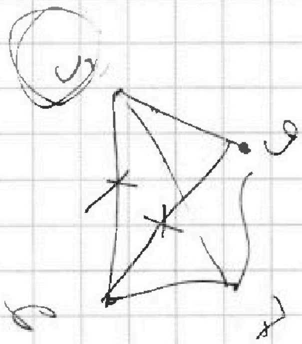
$y \quad y+1 \quad y+2$

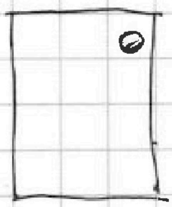
не меньше 9

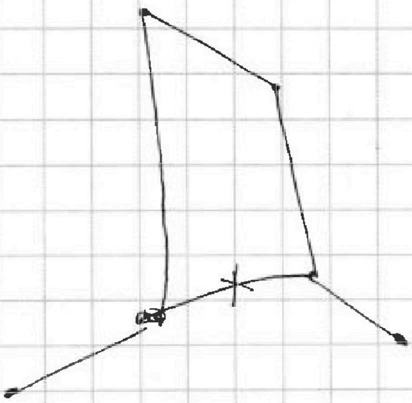
б

5 6 7 9

нет







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

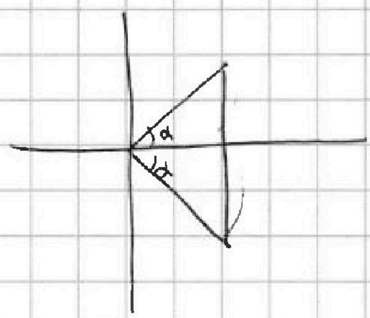
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{11}{1}\cdot\frac{10\cdot 9}{2}$$



$$4\sin^2\alpha = 1+1-2\cos(2\alpha)\cdot 1\cdot 1$$

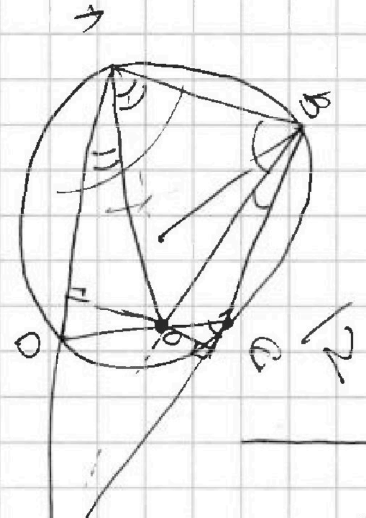
$$2\sin^2\alpha = 1-\cos(2\alpha)$$

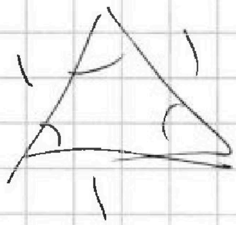
$$\frac{11\cdot 10}{2}\cdot\frac{9}{1}$$

$$\cos(2\alpha) = 1-2\sin^2\alpha = \sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha = \cos^2\alpha-\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha-1 =$$

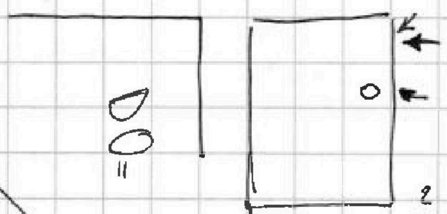
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$$

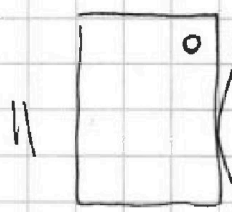
$$-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha-1$$

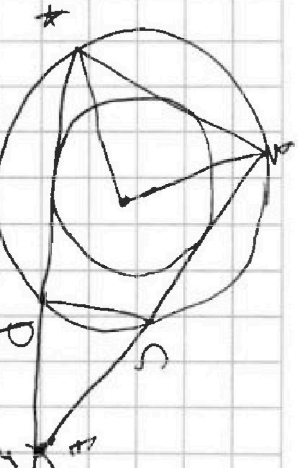


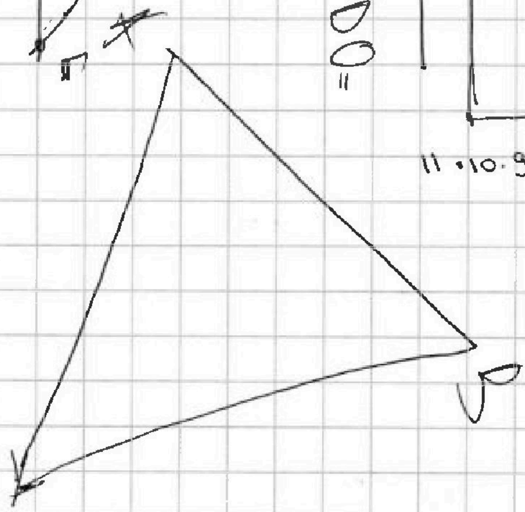


$$1 = 1+1-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 2$$









$$11\cdot 10\cdot 9\cdot\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$a_1 < a_2 < \ldots < a_{11}$$

$$3\left(C_{10}^3 + C_7^4\right)+$$