МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6-9x$, шестой член равен $(x^2-2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y+6x$ при условии

$$\begin{cases} |x-2y| \leqslant 2 \\ |2x-y| \leqslant 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC=6$, $AZ=3$, $YZ=4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7=2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3+3x-\sqrt{2y}=y^3-\sqrt{2x}+3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB=4$, $AN=5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность арифм. прогр. равна d, тогда

$d = \frac{a_6 - a_4}{2}$, а также $d = \frac{a_{10} - a_6}{4}$, где a_i — i-ый член арифм прогр., тогда:

$\frac{a_6 - a_4}{2} = \frac{a_{10} - a_6}{4}$, $2(a_6 - a_4) = a_{10} - a_6$, подставим:

$2\left(\cancel{\log}(x^2-2x)^2 - (6-9x)\right) = 9x^2 - (x^2-2x)^2 = x^2\left(9-(x-2)^2\right)$

$\Leftrightarrow 2\left(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6\right) = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$

$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$

заметим, что $x = 1$ подходит, разложим:

$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$, заметим, что правая часть также делится на $(x-1)$, получается:

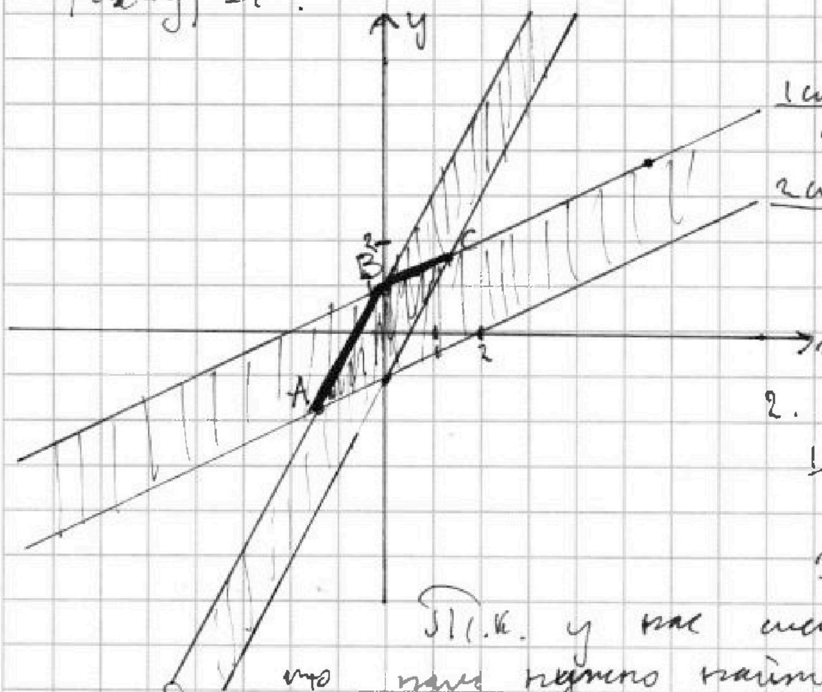
$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$, реши $x^2 - 2x - 4$, $D = 4 + 16 = 20$

$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$, $\Rightarrow$ подходят такие x;

$x = 1$, $x = 1 + \sqrt{5}$, $x = 1 - \sqrt{5}$.

Ответ: 1, $1+\sqrt{5}$, $1-\sqrt{5}$

Давайте ~~построим графики~~ $|x-2y|\le 2$ и $|2x-y|\le 1$:



1. $|x-2y|\le 2$.

1сл. $x-2y\ge 0$, $y\le \frac{x}{2}$,
$x-2y\le 2$, $y\ge \frac{x}{2}-1$

2сл. $x-2y\le 0$, $y\ge \frac{x}{2}$
$-x+2y\le 2$, $y\le \frac{x}{2}+1$

2. $|2x-y|\le 1$

1сл. $2x-y\ge 0$, $y\le 2x$
$2x-y\le 1$, $y\ge 2x-1$

2сл. $2x-y\le 0$, $y\ge 2x$
$-2x+y\le 1$, $y\le 2x+1$

Т.к. у нас система, то нам нужно найти пересеч. 2-х областей — это заштр. пар-м. Заметим, что $\forall x \in$ нашей области мы можем выбрать ~~единств.~~ самый большой y => нам нужно читать только на жирных отрезках $[AB]$ и $[BC]$, также очевидно, что на отрезке $[BC]$ самым большим знач. $3y+6x$ будет обладать точка C, т.к. с увеличением x увеличивается и y, аналогично и с отрезком $[AB]$ => на отрезках $[AB]$ и $[BC]$ самым большим знач. $3y+6x$ будет обладать точка C, => и во всей области (удовл. системе нер-в).

Найдем коорд. т. C: $\begin{cases} y=\frac{x}{2}+1\\ y=2x-1\end{cases}$ => $\frac{x}{2}+1=2x-1$, $x=\frac{4}{3}$, $y=\frac{5}{3}$, отсюда $3y+6x=5+8=13$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$

$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$

<u>1 случай</u>. $A = 11p^2$, $B = 75q^2$,

$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$, $m+2n = k \in \mathbb{N}$,

$k(k-7) = 11p^2$, $k > k-7$, $\Rightarrow$ k может быть

равно $11p^2$, $11p$, p^2, 11, <u>1.1</u> $k = 11p^2$, $k-7 = 11p^2 - 7 = 1$ $\varnothing$

<u>1.2</u> $k = 11p$, $k - 7 = 11p - 7 = p$, $\varnothing$, <u>1.3</u> $k = p^2$, $k-7 = p^2 - 7 = 11$, $\varnothing$

<u>1.4</u> $k = 11$, $k-7 = 4 = p^2$, $p = 2$, $\Rightarrow k = 11$ подх. $m+2n = 11$ ✓

отсюда пары $(1,5)$, $(3,4)$, $(5,3)$, $(7,2)$, $(9,1)$ – подх,

но $mn(m+2n+9) = 75q^2$ $5(1+10+9) = 100$ $\varnothing$, $12(3+8+9) = 240$ $\varnothing$,

$15 \cdot 20 = 300 = 2^2 \cdot 75$ ✓, $14 \cdot 20 = 280$ $\varnothing$, $9 \cdot 20 = 180$ $\varnothing$

подх. только $(5,3)$

<u>2 случай</u>. $A = 75q^2$, $B = 11p^2$, $mn(n+2n+9) = 11p^2$,

$m+2n+9 > 11$, $m+2n+9$ может равняться $11p^2$, $11p$, p^2, p.

<u>2.1</u> $m+2n+9 = 11p^2$, $m = n = 1$, $m+2n+9 = 12$ $\varnothing$ <u>2.2</u> $m+2n+9 = 11p$,

либо m, либо $n = p$, либо m, либо $n = 1$, <u>2.2.1</u> $m+2n+9 = p+11 = 11p$ $\varnothing$

<u>2.2.2</u> $m+2n+9 = 2p+10 = 11p$ $\varnothing$, <u>2.3</u> $m+2n+9 = p^2$, <u>2.3.1</u> $m=1, n=11$

$1 + 22 + 9 = 32 = p^2$ $\varnothing$ <u>2.3.2</u> $m = 11$, $n = 1$, $11+2+9 = 22 = p^2$ $\varnothing$

<u>2.4</u> $m+2n+9 = p$, $\Rightarrow$ либо m, либо n больше или равно p.

т.к. $mn = 11p$ но ~~тогда~~ $m+2n+9 > p$ $\varnothing$ – противоречие

$\Rightarrow$ в 2 случае $B = 11p^2$ – решений нет.

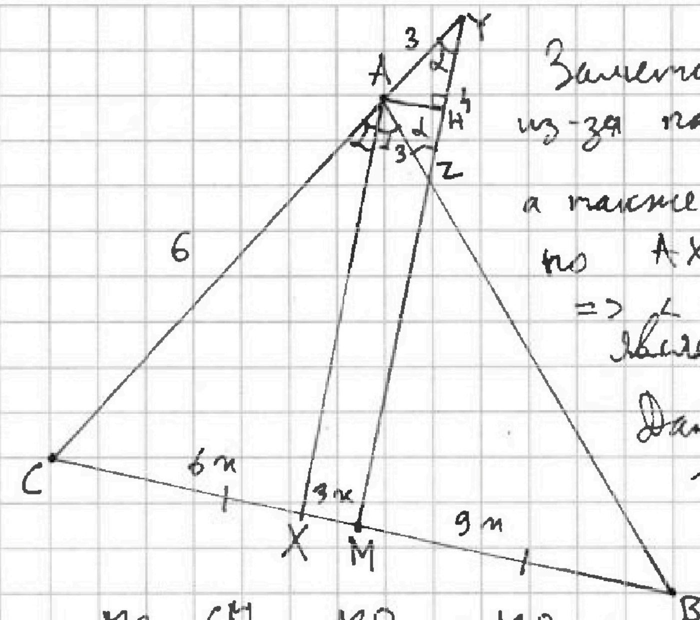
$\Rightarrow$ Ответ: $(5,3)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $\angle XAB = \angle AZY$ из-за пар-ти прямых (AX) и (ZM),

а также $\angle CAX = \angle CYM$ из $(AX) \parallel (ZM)$, но AX – бис-са $\Rightarrow \angle CAX = \angle XAB$ $\Rightarrow \angle AZY = \angle CYM \Rightarrow \triangle AYZ$ является равнобедр. $\Rightarrow AY = AZ = 3$

Далее из т. Фалеса следует, что $\frac{CA}{AY} = \frac{CX}{XM} = \frac{6}{3} \Rightarrow$ $CX = 6x,\ XM = 3x$, но $CM = MB \Rightarrow MB = CX + XM = 9x$, Это т. о бис-се $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XM} = \frac{6x}{12x} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow AB = 2AC = 12$.

~~Теперь по т. косинусов посчитаем угол~~

В $\triangle AZY$ пров-м высоту (бис, мед.) AH, и найдем $\cos\alpha$, $\cos\alpha = \frac{YH}{AY} = \frac{2}{3}$, отсюда найдем $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$, $(\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{9})$

Теперь по т. кос. найдем BC: $BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot -\frac{1}{9} =$ $144 + 36 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 6}{9} = 180 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 196$, отсюда $BC = 14 = \sqrt{196}$

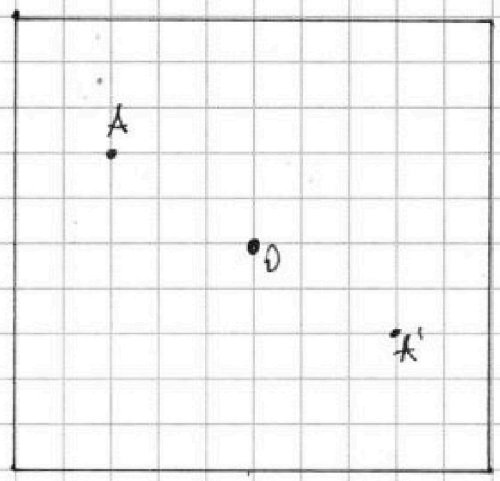
Ответ: $BC = 14$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Заметим что ~~...~~ всего у нас 121 узел (11^2), и у каждого узла, кроме центрального (точка O), есть противоположный ему узел, например для узла A противоположным яв. узел A', такой, что $A' = S_O(A)$. (центр. симм. отн. O)

Заметим, что если наша пара не A и A', где A и A' противоположные (наша пара - какие-то не противополож. узла), то у нас есть 4 вар-та "повернуть нашу пару" так, что все вар-ты будет отличаться, если же узлы противополож, то только 2 вар-та, всего пар узлов: $C_{121}^2 = \frac{121 \cdot 120}{2} = 121 \cdot 60$, а также есть $\frac{121-1}{2} = 60$ противополож. пар $\Rightarrow$ непротивополож. пар у нас $121 \cdot 60 - 60 = 120 \cdot 60$ тогда кол-во вариантов K будет: $K = \frac{120 \cdot 60}{4} + \frac{60}{2} = 30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 61 = 1830$ вариантов

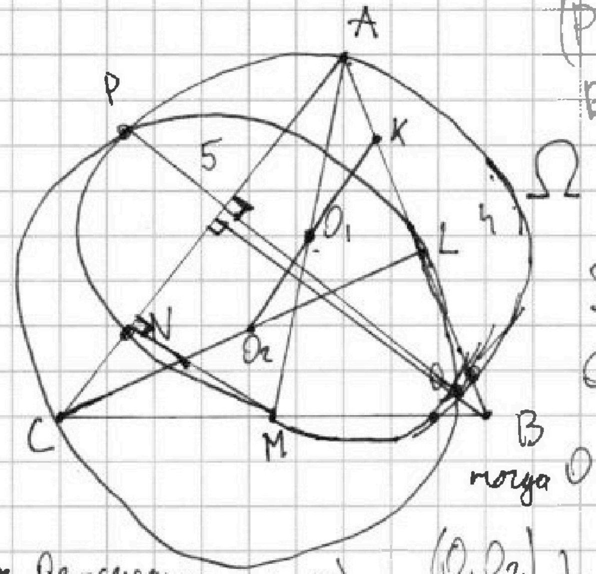
Ответ: 1830 вариантов

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



(PQ) перп. высоте из $B \Rightarrow (PQ) \perp AC$, т.к. высота из $B \perp (AC)$

Пусть O_1 – сер. $[AM]$

O_2 – сер $[CL]$,

тогда O_1 – центр Ω, O_2 – ω,

$(O_1O_2) \perp (PQ) \Rightarrow (O_1O_2) \parallel (AC)$.

т.к. O_2 – середина и $(O_2K) \parallel (AC)$

$\Rightarrow (O_1O_2) \cap (AB) = \{K\}$, K – сер $[AL]$, т.к. $[O_2K]$ – ср. линия в $\triangle ACL$. Но $(ML) \parallel (O_1K)$, как ср. лин в $\triangle MAL$, $\Rightarrow (ML) \parallel (AC)$, но $CM = MB \Rightarrow ML$ – ср. линия $\triangle ABC$ $\Rightarrow AL = LB$, $\Rightarrow CL$ – медиана $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобед. $\Rightarrow AC = BC$, заметим, что $\angle MNA = 90$, т.к. $N \in \Omega$ и AM – диаметр, ~~пусть~~ $\cancel{\angle CAB = \alpha}$, ~~тогда~~ $\cancel{\cos\alpha = \frac{0{,}5AB}{AC} = \frac{2}{5}}$

$\cancel{\angle ACB = 180 - 2\alpha}$, $\cancel{\cos\angle ACB = -\cos 2\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \frac{21}{25} - \frac{4}{25} = \frac{17}{25}}$

$\cancel{\left(\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}\right)}$, ~~также~~ $\cancel{\cos\angle ACB = \frac{CN}{CM}}$,

~~пусть~~ $\cancel{CM = a}$ ~~тогда~~ $\cancel{CB = 2a = AC}$, ~~тогда~~ $\cancel{CN = 2a - 5}$,

~~тогда~~ $\cancel{\cos\angle ACB = \frac{2a-5}{a} = \frac{17}{25}}$, $\cancel{50a - 125 = 17a}$, $\cancel{33a = 125}$,

$\cancel{a = \frac{125}{33}}$, $\cancel{\Rightarrow AC = BC = \frac{250}{33}}$ ~~тогда~~ | $AL = BL = \frac{4}{2} = 2$,

~~также заметим~~, пусть $\angle ACL = \alpha$, $CN = a$, тогда $CM = \frac{a+5}{2}$,

т.к. $CM = MB = \frac{AC}{2}$ тогда $\cos 2\alpha = \cos\angle NCM = \frac{CN}{CM} = \frac{2a}{a+5}$

$\sin\alpha = \frac{AL}{AC} = \frac{2}{a+5}$, $\sin^2\alpha = \frac{4}{(a+5)^2}$, $\cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{(a+5)^2}$,

$\cos 2\alpha = 1 - \frac{8}{(a+5)^2} = \frac{2a}{a+5}$, домножим на $(a+5)^2$:

$a^2 + 10a + 25 - 8 = 2a^2 + 10a$, $a^2 = 17$, отсюда $a = \sqrt{17}$

$\Rightarrow$ ~~ABC~~ Ответ: $AC = BC = 5 + \sqrt{17}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

Заметим, ~~что~~ $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$

$= (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$

1 случай: $A = 11p^2$, $B = 75q^2$, тогда

$A = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$, $m+2n = k \in \mathbb{N}$,

$A = k(k-7) = 11p^2$, 1сл $k = 11p$, $k-7 = p$, тогда,

$k = p+7 = 11p$, $10p = 7$ $\varnothing$, 2сл, $k = 11p^2$, $k-7=1$, $k=8$,

$8 = 11p^2$, $\varnothing \Rightarrow$ в 1-м случае решений нет.

2 случай: $A = 75q^2$, $B = 11p^2$

Рассмотрим $B = mn(m+2n+9) = 11p^2$, заметим, что

$m+2n+9 \geq 11$, 1сл. $m+2n+9 = 11$, тогда $m=n=1$,

$1 \cdot 1 \cdot 11 = 11p^2$, $p = 1$ $\varnothing$ $P \cancel{\in}$ – противоречие

2сл. $m+2n+9 > 11$, тогда 2.1 $m+2n+9 = 11p^2$, тогда

$m = n = 1$, $m+2n+9 = 12 \neq 11p^2$ $\varnothing$, 2.2 $m+2n+9 = 11p$,

тогда $mn = p$, 2.2.1 $m = p$, $n = 1$, $p\cdot(p+1\cancel{0}) = 11p^2$, $p+1\cancel{0} = 11p$,

$\cancel{p = 1 \in P}$, $10p = 11$ $\varnothing$, 2.2.2 $n = p$, $m = 1$, $p(p+10) = 11p^2$, $p+10 = 11p$, $p = 1 \notin P$ $\varnothing$

2.3 $m+2n+9 = p^2$, тогда $mn = 11$, либо m, либо $n = 11$, другое $=1$

$m+2n+9$ равно ~~либо~~ $11+2+9 = 22$ – не подх, либо $1+22+9 = 32$ – $\varnothing$

2.4 $m+2n+9 = p$, тогда либо $m = p$, $n = 11$, либо $m = 11$, $n = p$.

2.4.1 $m = p$, $n = 11$, $p+22+9 = p$, $31 = 0$ $\varnothing$, 2.4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

$\frac{(x^2-2x)^2}{2} = \frac{9x^2-(x^2-2x)^2}{3}$, $2x^2(x-2)^2 = x^2(9-(x-2)^2)$

$6-9x \geq (x^2-2x)^2$, $x^4-4x^3+4x^2+9x-6 \leq 0$

$4+16=20$

$2x^4-8x^3+8x^2+18x-12 = -x^4+4x^3+5x^2$

$\frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$

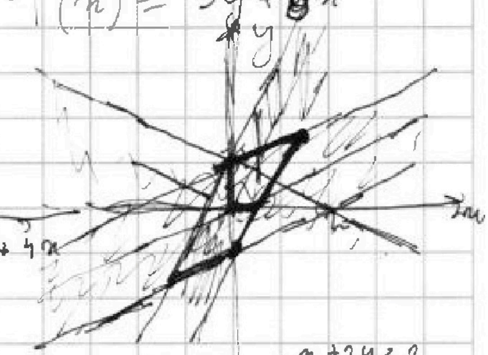
$3x^4-12x^3+3x^2+18x-12=0$

$x^4-4x^3+x^2+6x-4=0$

$16-32+4+12-4$

$a^2+10a+25-8 = \dots$

$f(x) = 3y+6x$



$x^4-4x^3+x^2+6x-4 \mid x-1$

$x^4-x^3 \qquad x^3+3x^2+4x$

$3x^3+x^2$

$3x^3-3x^2$

$4x^2+6x$

$4x^2-4x$

$x-2y \leq 2$, $-x+2y \geq 2$,

$y \geq \frac{x}{2}-\dots$, $y \leq \frac{x}{2}+1$

$y \geq \frac{x-2}{2} = 0{,}5x-1$

$x-2y \leq 0$

$19-y$

$5(x+1)$

$x^3(x-1)-3x^2(x-1)-2x(x-1)+4(x-1)$

$(x-1)(x^3-3x^2-2x+4)=0$

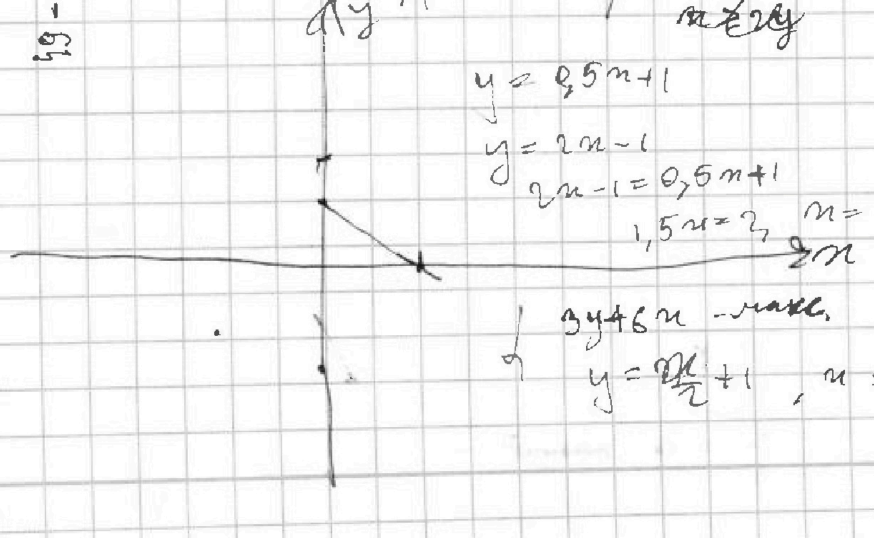
$3(y+2x)$ $y \geq \frac{x}{2}$

$x^2(x-1)-2x(x-1)-4(x-1)$

$(x-1)(x^2-2x-4)$

$y \geq \frac{x}{2}$ $\quad -2z+6y$

$x \leq 2y$ $\quad z-2y$



$y=0{,}5x+1$

$y=2x-1$

$2x-1=0{,}5x+1$

$1{,}5x=2$, $x=\frac{2}{1{,}5}=\frac{4}{3}$

$2x-y \geq 0$, $y \leq 2x$

$2x-y \leq 1$,

$y \geq 2x-1$

$-2x+y \leq 1$,

$3y+6x$ — макс.

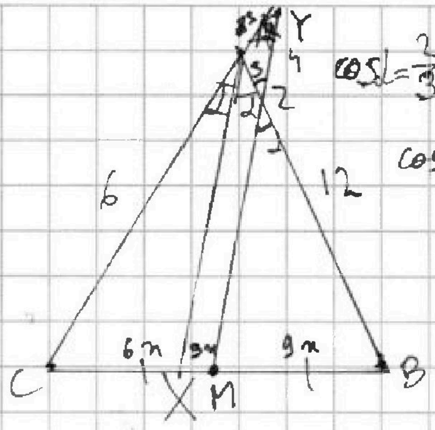
$y=\frac{x}{2}+1$, $x \leq \frac{4}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



черновик

$\cos\alpha = \frac{2}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{9}$

$\frac{121\cdot120}{2}$ – вар

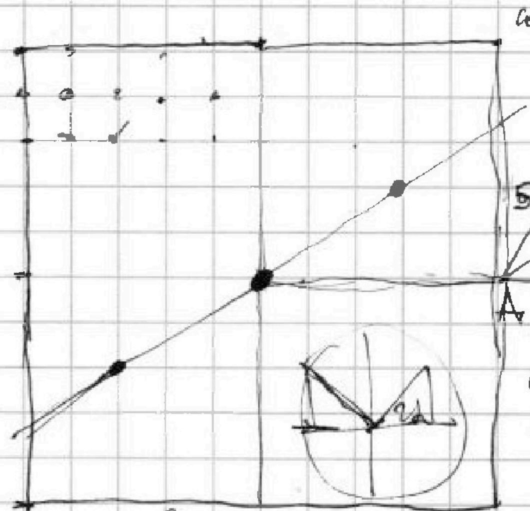
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

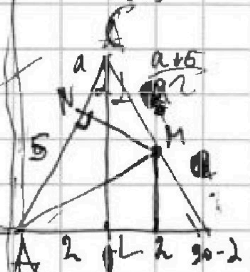
$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

выбрать узлы

121 узел

$\cos 2\alpha \; \frac{2a}{a+5}$





$m^2+4mn+3n^2-7m-14n$

$(m+2n)^2-7(m+2n)$

$(m+2n)(m+2n-7)=11p^2$

$n\,(m^2+2mn+9m$

$\frac{121\cdot120-120}{2}+\frac{120}{2}$

$\frac{121\cdot120}{2} = 121\cdot60-60$

$x^3-y^3=3y-3x+\sqrt{2y}-\sqrt{2x}$

$\frac{16}{(a+5)^2}$ $\frac{(a+5)^2-16}{(a+5)^2}$

$mn\,(m+2n+9)=11p^2$

$11p^2$ $m=n=p$ $11p$

$mn=p$, $m=1$, $n=1$

$\frac{(a+5)^2-32}{(a+5)^2}$

$mn\,(m+2n+9)=11p^2$

$m+2n+9>11$

$m+2n+9 = \cancel{p},\ \cancel{11p},\ \cancel{p^2},\ 11p^2$

$1-\frac{32}{(a+5)^2}$

$(m+2n)(m+2n-7)$

$k(k-7)=11p^2$

~~$p+2+9=p+4=11p$~~

$1+2p+9=11p=2p+10$

$k=11p^2$

$32=p^2$

$k=11p$

$22=p^2$

$k=p^2$

$11p-7=p$

$11p^2-7=1$

$k-7=n$

$p^2=18$

$\cos\alpha=\frac{2}{5}$

$2a-5$