



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b \\ b=5 \\ a=5 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6 \cdot (x+1)^3 = \sqrt{35-13x} \stackrel{(*)}{=} 5-x \quad | \cdot 2$$

$$35-13x = 25-10x+x^2$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$\begin{cases} x=-5 \\ x=2 \end{cases} \quad 5-x > 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} q \neq 0 \\ q \neq 1 \end{matrix} \quad \checkmark$$

$$(*) D = 26^2 - 4 \cdot 60 = \sqrt{436}$$

$$x_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{436}}{2} = 13 \pm \frac{\sqrt{436}}{2} \quad \text{т.к. } 13 + \frac{\sqrt{436}}{2} \geq 5$$

$$\sqrt{436} > 20$$

$$13 + \frac{\sqrt{436}}{2} < 5 \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} q \neq 0 \\ q \neq 1 \end{matrix} \quad \checkmark$$

Ответ:  $-5; 2; 13 - \frac{\sqrt{436}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{aligned} b_1 q^6 &= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_1 q^{12} &= 5-x & (2) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_1 q^4 &= \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} b_1 &\neq 0, q \neq 1! \\ q &\neq 0 \\ x+1 &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \text{корни} \\ 7, 15 \end{matrix} \text{ корни} > 0 & \Rightarrow \begin{matrix} 13x-35 > 0 \\ 5-x > 0 \end{matrix} \\ \text{т.к. } \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & \text{ не 2 отриц.} & \Rightarrow x < 5 \end{aligned}$$

~~$$b_1 = \frac{x}{q^6} \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}}$$~~

$$(3) \rightarrow q^8 = (x+1)^2 \quad (4)$$

(1) можно, т.к. все члены  $\neq 0$  по опр. геом. прогрессии

если  $x+1 > 0$

$$(4) \text{ в } (2): b_1 ((x+1)^2)^{\frac{3}{2}} = 5-x$$

$$b_1 (x+1)^3 = 5-x$$

$$(4) \text{ в } (1): b_1 (x+1)^2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 \sqrt{(x+1)^3} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 (x+1)^3 = \sqrt{13x-35} = 5-x \quad |^2, 5-x > 0$$

$$13x-35 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 26x + 60 = 0 \quad (*)$$

если  $x+1 < 0$

$$(4) \text{ в } (2): \text{т.к. } b_1 (x+1)^3 = 5-x \quad (5)$$

$$b_1 (x+1)^3 = x-5$$

$$(4) \text{ в } (1): b_1 \sqrt{-(x+1)^3} = \sqrt{\frac{35-13x}{-(x+1)^3}} \quad | \cdot \sqrt{-(x+1)^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} & (2) \end{cases} \quad z \leq 13$$

$$(2) \uparrow^2 \quad y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 216y + 1296 + 6|(y+1)(y-12)| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 214y + 1101 + z^2 + 6|(y+1)(y-12)| = 0$$

Заметки, что

$$\underbrace{(x+3)}_{a^2} \underbrace{(4-x-z)}_{b^2} + \underbrace{(y-12)}_{d^2} = y + x - x^2 - (x+3)z$$

$$a - b + 5 = 2\sqrt{a^2b^2 + d^2 + z + a^2z}$$

$$b^2 = 7 - a^2 - z$$

$$z = 7 - a^2 - b^2$$

$$z(a^2+1) = 7a^2 - 4 - a^2b^2 + 7 - a^2 - b^2$$

$$a - b + 5 = 2\sqrt{7a^2 - a^4 + 7 - a^2 - b^2 + d^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x = 2\cos^3 x - \cos x - \\ &\quad (1 - \cos^2 x) \\ &= 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p = \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x &= 4\cos^3 x - 3\cos x + \\ + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x &= [t = \cos x] = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \\ t \in [-1; 1] & \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3 \end{aligned}$$

найдём экстр

$$\begin{aligned} f(t) &= 4t^3 + 6t^2 + 3t \quad \cap \quad p + 3 = \text{const} \\ f'_t &= 12t^2 + 12t + 3 = 0 \quad \vee \\ D &= 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 0 \\ t &= \frac{-12}{2 \cdot 12} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow f'_t \geq 0 \quad \forall t \Rightarrow f - \text{возр}$

$\Rightarrow$  если есть решение, то оно только 1

$$k(t - t_0)^3 = 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$4t^3 - 4 \cdot 3t^2 t_0 + 4 \cdot 3t t_0^2 - 4 \cdot t_0^3 = 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$\begin{aligned} -4 \cdot 3t_0 &= 6 \\ t_0 &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$4\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = p + 3$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \in [-1; 1]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} \leq \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} \leq 1,5 \quad | \uparrow^3, \cdot 4$$

$$-\frac{4}{8} \leq p+3 \leq \frac{27}{8} \cdot 4$$

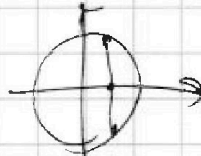
$$\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{27}{2}$$

$$p \in \left[ \frac{1}{2}; \frac{27}{2} \right]$$

$$-3,5 \leq p \leq 10,5$$

$$p \in [-3,5; 10,5]$$

$$\cos x = \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2}$$



$$x = \pm \arccos \left( \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{-2\alpha - \beta - \varphi} + \overbrace{+\alpha} = \varphi - \beta$$

$$\Rightarrow \angle ACD = (\varphi - \beta) + \beta = \varphi$$

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

По св-ву касательной и секущей

$$CD^2 = CB \cdot BE$$

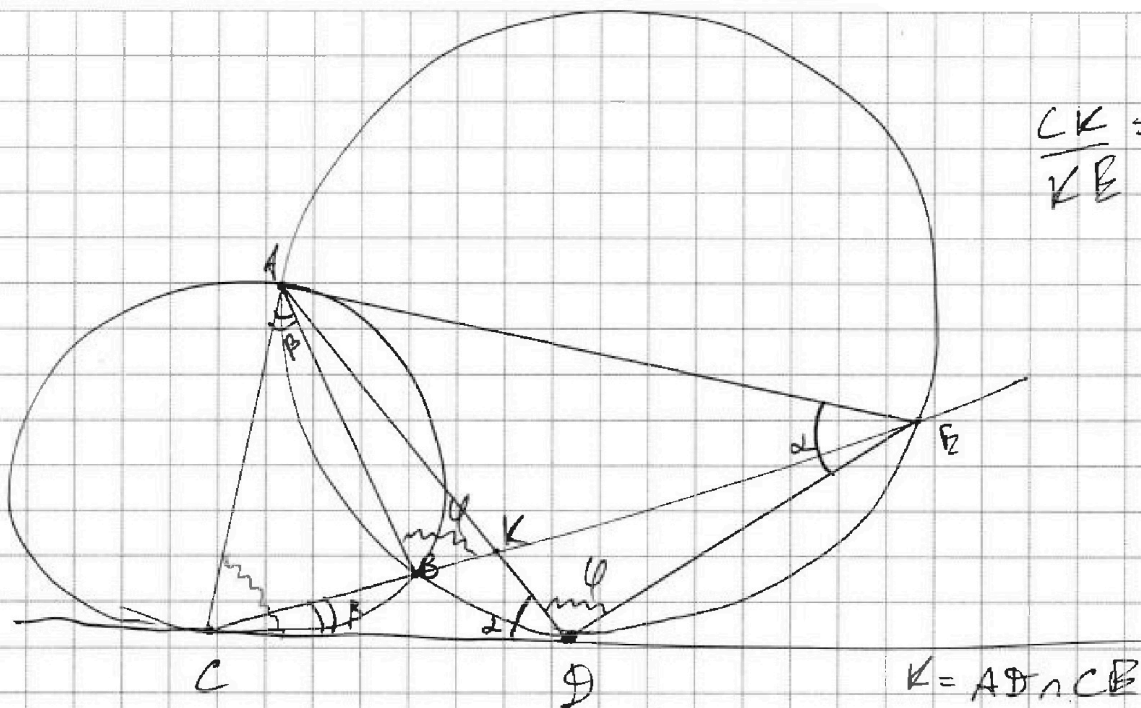


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$K = AD \cap CE$$

$$\angle CDA = \angle DEA = \alpha \text{ (касая)} + \text{одн. дуга}$$

$$\angle CAB = \angle DCB = \beta \text{ — // —}$$

$$\angle ABE = \angle ADE = \varphi \text{ (одн. дуга)}$$

$$\triangle CDE \Rightarrow \angle CED = \pi - \beta - \alpha - \varphi$$

$$\angle CBA = \angle CBD = 2\alpha + \beta + \varphi - \pi$$

$$\angle BKA = \alpha + \beta \text{ (внешн } \angle \triangle CKD)$$

$$\angle BAK = \pi - \varphi - \angle BKA = \pi - \varphi - \alpha - \beta$$

$$\angle DAE = \pi - \varphi - \alpha \text{ (} \triangle DAE)$$

$$\triangle CAE \Rightarrow \angle ACE = \pi - \beta - \angle BAK - \angle DAE -$$

$$- \angle CEA = \pi - \beta - \pi + \varphi + \alpha + \beta - \pi + \varphi + \alpha -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

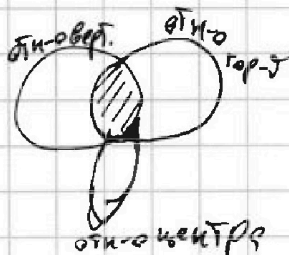
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим эти раскраски.

2 закрашенные клетки в "I четверти" и могут быть любыми, а все остальные определяются однозначно  $\Rightarrow$  таких раскрасок

$$C_{1250}^2 = \frac{1250!}{(1250-2)! \cdot 2!} \quad (1250 = \frac{200 \times 250}{4})$$

5.



Т.о. всего различных способов  $3 C_{1500}^4 - 2 C_{1250}^2 =$

$$= 3 \cdot \frac{2500!}{2496! \cdot 4!} - 2 \frac{1250!}{1248! \cdot 2} = \frac{2500!}{2496! \cdot 8} - \frac{1250!}{1248!}$$

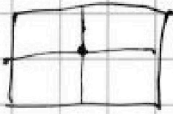
- ответ



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. Сколько способов — 11 — относительно горизонтальной ср. линии?

Аналогично в любой такой комбинации сверху над линией будет закрашено 4, нижние 4 определяются однозначно тогда всего способов  $C_{2500}^4 = \frac{2500!}{(2500-4)!4!}$  ( $2500 = \frac{250 \times 200}{2}$ )

2. Аналогично способов раскраски сим-ко отн-о вертикальной линии  $C_{2500}^4$

3. Аналогична раскраска, сим-я отн-о к центру: над средней линией будут 4 клетки, а нижние 4 будут определяться однозначно  $\Rightarrow$  таких комбинаций  $C_{2500}^4$

4. Пересекаются эти раскраски <sup>тогда</sup> только тогда, когда ~~за~~ закр-е клетки сим-ны и относительно ср. линии вертикальности, и горизонтальной (тогда они сим-ны и относительно центра).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (a-c)(b-c) = p^2, p\text{-простое число} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-c = b-c = p & \times a > b \\ a-c = b-c = -p & \times a > b \\ \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \\ a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} & \times a > b \\ \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} & \times a > b \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \\ a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{cases}$$

т.к. нас не интересует  $c$ , а  $a, b \in \mathbb{Z}$  просто записать

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} c = b+1 \\ a-b = p^2 - 1 \\ c = a+1 \\ a-b = p^2 - 1 \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b = (p-1)(p+1) \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ \text{т.к. } a-b \neq_3 0 \text{ (по усл.)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-1 \neq_3 0 \\ p+1 \neq_3 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \neq_3 1 \\ p \neq_3 2 \end{cases} \Leftrightarrow p \equiv_3 0, \text{ а т.к. } p\text{-простое}$$

то  $p = 3$

$$a - b = 3^2 - 1 = 8$$

$$a = 8 + b$$

по усл.  $a + b^2 = 560$

$$8 + b + b^2 = 560$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$\begin{cases} b = -24 \\ b = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = -24 \\ a = 31 \\ b = 23 \\ c = a+1 \\ c = b+1 \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

все тройки  $(a, b, c)$ :

- $(-16; -24; -15)$
- $(-16; -24; -23)$
- $(31; 23; 32)$
- $(31; 23; 24)$

ответ:  $\rightarrow$



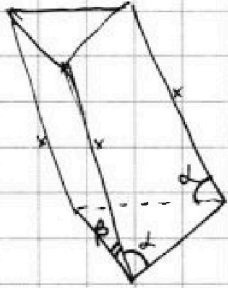
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



тк боковые рёбра призмы равны ( $x=x=x$ )  
рёбра основания равны

$$4 = 4$$

$$S_{\Delta_1} = 1 \cdot x \cdot \sin \alpha = 4$$

$$S_{\Delta_2} = 1 \cdot x \cdot \sin \beta = 3$$

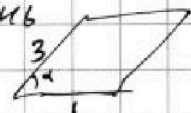


Призма не распадается так, потому  
что тогда другая грань ~~была бы~~  
площадью 3 была бы прямоугольником

$\Rightarrow x \cdot 1 = 3 \Rightarrow x = 3$ , тогда другая грань

$$S_{\Delta} = 3 \cdot 1 \cdot \sin \alpha = 4 \text{ (усл)}$$

, но  $\sin \alpha \leq 1 \Rightarrow x$



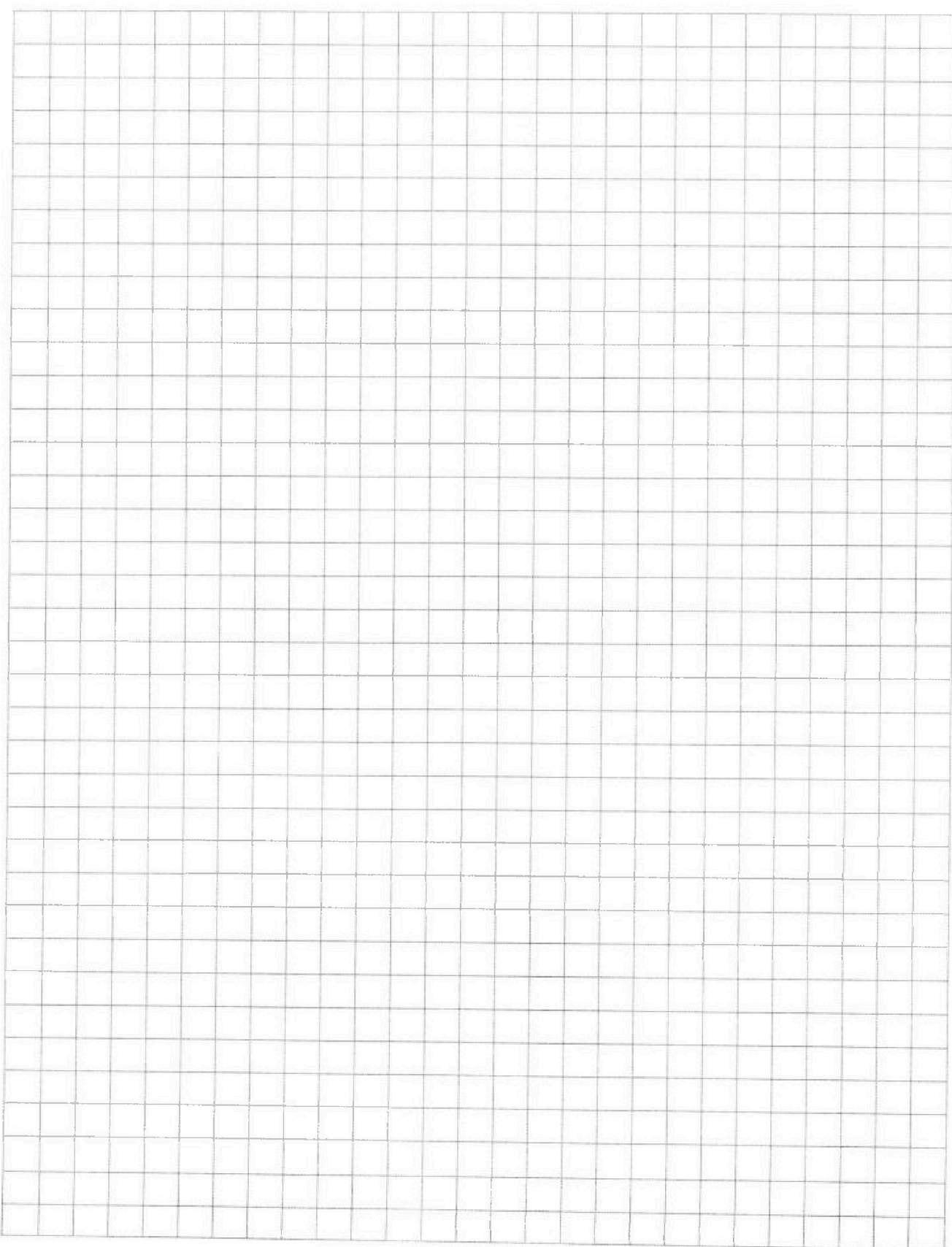


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



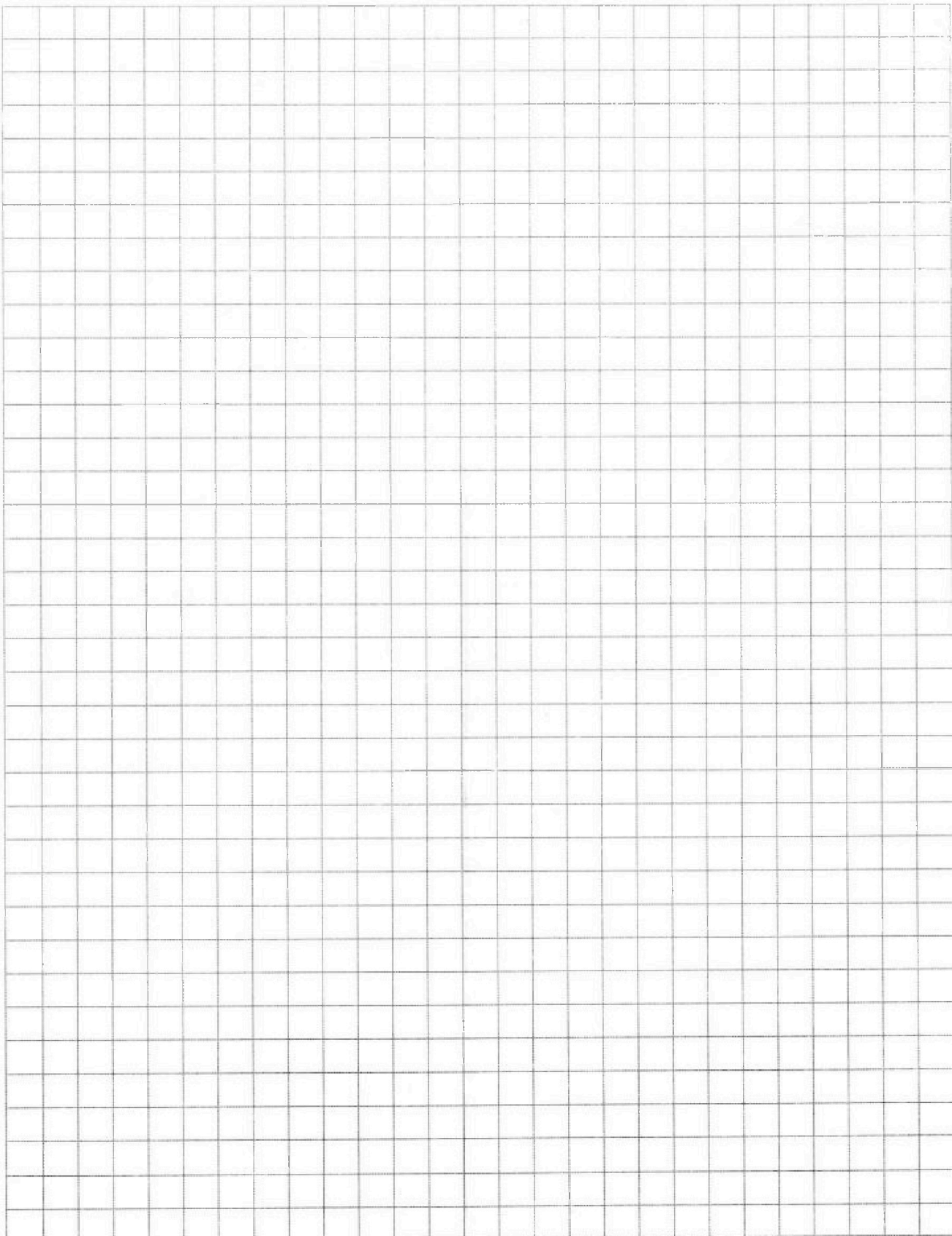


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА \_\_\_\_  
ИЗ \_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos 2\alpha =$   
 $2 \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c}$   
 $\cos^2 \alpha =$

$g = \frac{1}{2} \cdot h \cdot \sin \alpha$   
 $h = \frac{2g}{\sin \alpha}$   
 $h = 2 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 8$

$h = \frac{2g}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{\sin 2\alpha} = \frac{24}{\sin 2\alpha}$

$CB \cdot CE = CD^2$   
 $180^\circ - \alpha$

$1 2 3 1 1 1$   
 $1 2 3 1 1 1$

$p + 180^\circ - \alpha - \beta = (p + 180^\circ - \alpha - \beta) + \dots$

$\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$   
 $2\alpha = 360^\circ - 4$

$ACB = 180^\circ - \beta - 180^\circ + 2\alpha + \beta = 180^\circ - 2\alpha - \beta + 180^\circ = 4 - \alpha$

$180^\circ - \alpha - \beta$   
 $180^\circ - \alpha - \beta$   
 $180^\circ - \alpha - \beta$   
 $180^\circ - \alpha - \beta$   
 $180^\circ - \alpha - \beta$

$q = p + \alpha - \beta$   
 $\alpha - \beta$   
 $180^\circ + \alpha + \beta + \alpha$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 240 \\ \hline 276 \\ 276 \\ \hline 552 \\ 276 \\ \hline 828 \\ 276 \\ \hline 1104 \end{array}$$

$13 \cdot 5$   
 $2 \cdot 10$   
 $3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ 6 \cos^2 x - \sin^2 x &= 2 \cos^2 x - 1 \\ S_n &= \frac{b \cdot (1 - q^n)}{1 - q} \end{aligned}$$

1. формула  $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \\ 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x &= \\ \cos 3x = \cos(x + 2x) &= \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \\ &= \cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x \\ &+ 3 \cos^3 x - 3 \sin^2 x + 6 \cos^3 x = \\ &= \cos^2 x (\cos x + 3) - 3 \sin^2 x (\cos x + 1) + 6 \cos x \\ &\quad (1 - \cos^2 x) \end{aligned}$$

7 8 9 10 11 12 13 14 15

$$b, q^6 = \dots \quad b, q^{12} = 5 - x \quad 1, q^{11}$$

$$q^6 = 5 - x$$

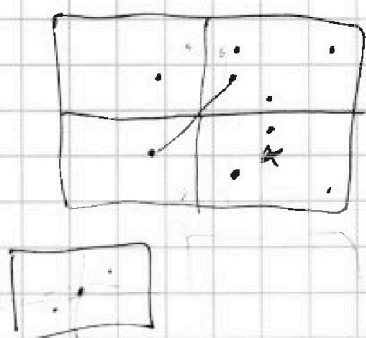
$\exists \Rightarrow q \neq 1, b_1 \neq 0$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ b - c = 1 \\ a - c = \frac{b - c}{3!} \end{cases}$$

$$a - b = (p-1)(p+1)$$

$$\frac{(p-2)! \cdot 2!}{3!} = 3$$

$$\sqrt{(13 - 2)(13 + 2)}$$



$$560 - b^2 - b \cdot 3 = 32$$

$$b^2 + 3b - 528 = 0$$

$$b = 24$$



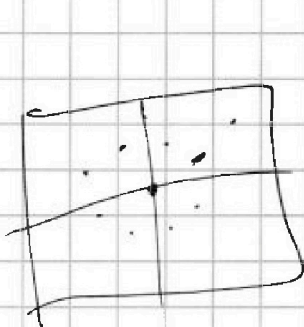


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

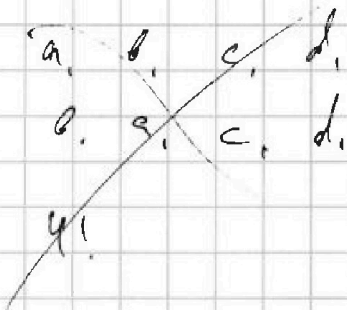
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



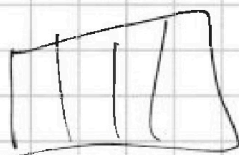
4 ерманик

$$C_{2500}^4 + C_{2500}^4 - C_{1250}^2$$

$$2 \cdot 5000 \cdot 4998 \cdot 4996 \cdot 4994 = 4!$$



$$= C_{2500}^4$$



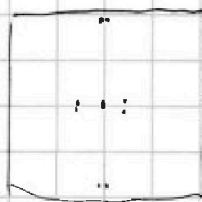
$$\frac{4 \cdot 3}{2!}$$



$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!}$$

$$2 C_{2500}^4 - 2 C_{1250}^2 +$$

$$\frac{2 \cdot 2500!}{25}$$



$$ab = 4x - x^2 - xz + 12 - 3x - 3z = 12 + x - x^2 - xz - 3z$$

$$ab + d = 12 + x - x^2 - xz - 3z - az$$