



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2
~~Для того чтобы она существовала, если шаг прогрессии y , то $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ где~~

~~все значения должны быть действительными, $y^2 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{x+3}$; $y^6 = \frac{(\sqrt{(25x-9)(x-6)})^3}{(x+3)^3} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3}$; $x \cdot (2y-1) = 4-y$
 $x = \frac{4-y}{2y-1}$~~

~~$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^3}$, $25x-9 \neq 0$, иначе вся прогрессия
 $x=0$ так же y~~

~~должны быть нулями, а $x+3$ будет не 0, $y = 3$ или $y = 1$ тогда $x-6=0$
 $x = -3$
 $x = -2$
 $x = -5$; 1~~

~~$(25x-9) \cdot (x-6)$ $x = -2$ $\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4$ $1-x = x+5$
 $2x = 4-4$
 $y = -2$~~

Для того чтобы она существовала должны быть такой шаг прогрессии, что $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$;

$y^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$; $y^6 = \frac{(x+3)^3}{(25x-9)^{\frac{1}{2}}(x-6)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3(x+3)}} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}}(x+3)}$

$25x-9 \neq 0$, иначе вся посл. нули, но $x+3 \neq 0$, а можно и $(x-6) \neq 0$ и $x+3 \neq 0$, тогда можем сократить; $\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2} = 1 \Rightarrow (x+3)^2 = \pm(25x-9)$

то есть $x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$; $x^2 - 19x + 18 = (x-18)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$ или $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и второй случай $(x+3)^2 = -25x+9$; $x^2+6x+9 = -25x+9$;

$x^2+31x=0$; $x=0$ или $x=31$, имеет 4 случая:

0, 1, 18, 31, в случае с 0 все числа действительные,
в случае с 1 нет $(25x-9) > 0$; $(x-6) < 0$; 18 и 31 подходят.

Ответ: 0, 18, 31



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Эта задача существовала, если шаг прогрессии y ,
то $\sqrt{25x-9}(x-6) \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y^6 = \sqrt{25x-9} \sqrt{(x-6)^3}$;~~

~~$$y^2 = \frac{\sqrt{25x-9} \cdot x+3}{\sqrt{25x-9} \cdot (x-6)} \cdot y^6 = \frac{(x+3) \sqrt{25x-9} \sqrt{(x-6)^3}}{(x-6)^2 \cdot (x+3)} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^2 \cdot (x+3)}$$~~

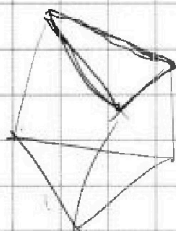
~~$$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+3)}$$
; $25x-9 \neq 0$, иначе все последов.~~

~~Теперь - это нуль, но $x+3$ тогда $\neq 0$, значит на $(25x-9)^{\frac{1}{2}}$ можно
обратить, аналогично у нас $(x-6)^{\frac{3}{2}}$ и $(x+3)^{-1}$, $\forall x \in \text{system}$~~

~~$$\frac{(25x-9) \cdot (x-6)^3}{(x+3)^2} = 1$$~~

~~$$\sqrt{45} - \sqrt{1-x-4x^2} = 2\sqrt{y^2 x - x^2 + 2}$$

 $|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2x^2}$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4/|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Найдём $\min(|y+4| + 4/|y-5|)$, при $x \geq 5$, строгое расст,

м.е. \min в $y=5$, при $y \in [-4; 5]$ при уменьшении y она тоже растёт, т.к. $4/|y-5|$ растёт быстрее чем $|y+4|$ которой

растёт как $|y|$ и при $y \leq -4$ тоже аналогично, и при 0

$\min = \min(f(5), f(-4)) = (9, 36) = 9 \Rightarrow$ так как в. 2

$\sqrt{81-z^2}$, максимум которой $= 9$ при $z=0$, то $z=0$, $y=5$, и тогда решим систему.

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$2\sqrt{-(x+5)(x-1)} = \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4, \text{ но если } x \geq -5$$

$x \geq -5; x \leq 1$ и z ограничены тем что, то число делится

меньше, тогда $(x+5)(1-x) = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)} - 4 = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} - 4$,

если $\sqrt{1-x} = a; \sqrt{x+5} = b$, то $2ab = a - b + 4; (a+2b) - a - b = 4$

$$\Rightarrow a = \frac{4-b}{2b+1}, \text{ но если } \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x+5)(x-1)} + 0 = 0 \Rightarrow 4 \sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x+5)(x-1)} + 0 = 0; 4a^2 - 14a + 10 = 0; a = 1 \text{ и } 1.4$$

$$a = 1.25; \text{ если } a = 1; (1-x)(x+5) = 1; -x^2 - 4x + 5 = 1; -x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2;$$

$$\text{и если } -x^2 - 4x + 5 = 2.5; x^2 + 4x - 2.5 = 0; \text{ Ответ: } 2.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10; \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x;$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1, \text{ тогда}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10;$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0; \quad /4 \quad p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0;$$

$$x = t, t \in [-1; 1] \quad pt^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0, \quad \Delta = -1 < 0 \Rightarrow \text{гипербола}$$

быть еще точка на $[-1; 1]$ где $p - 2 \geq 0$, тогда будет

корень, ~~максимум достигается в 0~~ заметим, что при

увеличении $p > 0$ ~~визуально~~ ~~возникает~~ некоторое ~~задание~~ ~~и~~ ~~оно~~

не увеличивается, т.е. надо найти такое p ~~с~~ ~~каким~~

теперь корень на отрезке $p=1$ ~~подходит~~ ~~т.е.~~ ~~при~~

$$= (t-1)(t^2-3t+1)$$

$p \geq 0, \Delta \geq 0 \Rightarrow 0$, т.е. корень есть, если ~~использовать~~ макс.

$t \in [-1; 1]$ ~~то~~ ~~не~~ ~~нужно~~ ~~производной~~ ~~идея~~ ~~компа~~

$$\text{Кл} \quad \frac{d}{dt}(pt^3 - 4t^2 + 4t - 1) = 3pt^2 - 8t + 4 = \left(\sqrt{3p} \pm \frac{8}{2\sqrt{3p}}\right)^2 + 4 - \frac{64}{12p}$$

~~решение~~ имеет корни

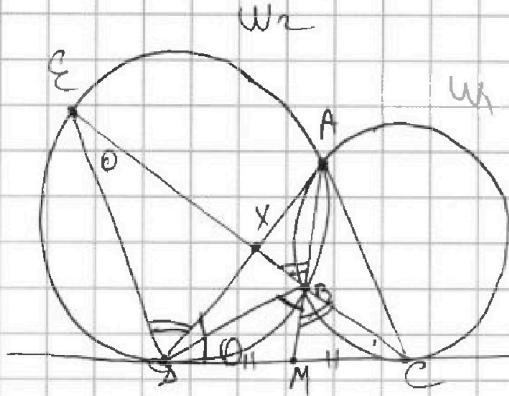


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AD \cap CE$ в точке X .

$$\text{Тогда } \frac{CX}{XE} = \frac{S_{\triangle XCE}}{S_{\triangle XDC}} =$$

$$= \frac{DC \cdot \sin \angle ADC}{DE \cdot \sin \angle ADE} = \frac{DC \cdot \sin \angle ADC}{DE \cdot \sin \angle ADE} = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{DE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC}, \text{ найдем это отношение.}$$

Заметим, что B - точка Шаня в $\triangle ADC$ (по опр. точки Шаня), тогда по её св-вам, AB - медиана ($AB \parallel DC = m$) и $\angle BAC = \angle CAB$; $\angle BCD = \angle BAC$, и т.к. MD - касательная

к W_2 , то $\angle DBM = \angle DA$ и $\angle EDA = \angle EBA = \angle MBC$, тогда

$$\frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC} = \frac{\sin \angle MBE}{\sin \angle DBM} = \frac{BD}{BC} \text{ (теорема синусов}$$

для $\triangle MB$ и $\triangle MBC$), причем $\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{DC}$ (из-за подобия

$\triangle BCD$ и $\triangle DEC$ из-за равных углов и из-за касания) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{DC}{DE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{DE}{DC} \Rightarrow \left(\frac{DC}{DE}\right)^2 = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{DC}{DE} = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ Ответ: } \sqrt{\frac{2}{5}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

например в левой ^{верхней} ~~верхней~~ клетке, строит 2 симметрии, оставшиеся для симметрии аналогично $BAC = C_{20000}^2$, и $ABAC$, по сути тоже C_{10000}^2 , так как все они являются способами пересечения 2 симметрий, поэтому $ABAC - 2(AB + AC + BC) + 3ABAC =$
 $= 3C_{20000}^4 - 2 \cdot 3 \cdot C_{10000}^2 + 3 \cdot C_{10000}^2 = 3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$
Ответ: $3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(x+4)^2 + 4} = 2\sqrt{(y_1 - x)^2 + z^2}$$

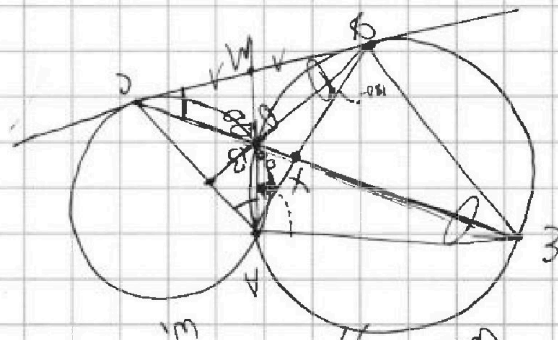
$$|(y+4)(x+y-5)| = \sqrt{81-2^2}$$

$$3pt^2 - 8t + 4 \text{ имеет корни на } [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$p = 0,8$$

$$2,4t^2 = 8t + 4$$



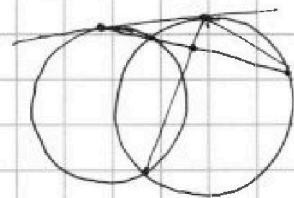
$$3pt^2 - 8t + 4$$

$$\frac{3p}{8p}$$



$$p = \frac{16}{14}$$

$$(a-1)(4a+10)$$

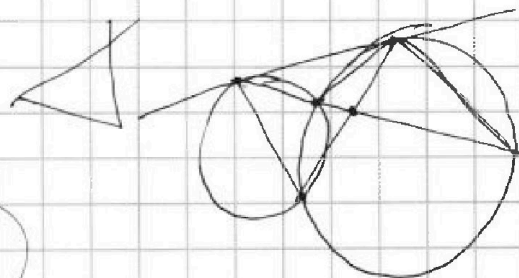


$$\left(\sqrt{3p}t - \frac{8}{2\sqrt{3p}} \right)^2 + 4 = \frac{64}{12p}$$

$$\sqrt{3p}t = \frac{4}{\sqrt{3p}}$$

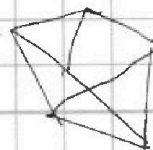
$$t = \frac{4}{3p}$$

$$x = \frac{1}{p}$$



$$4px^3 - px^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{4}{p^2} + \frac{4}{p} - 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$ так p^2 имеет только делители $\{p, p^2\}$
 то это то из $a-c, b-c$ равно ± 1 , оставшееся $\pm p^2$ или
 что то $\pm p$, оставшееся $\pm p$, при этом $a < b \Rightarrow$
 $\Rightarrow b-c > a-c \Rightarrow$ остаются только случаи $b-c = p^2$;
 $a-c = 1$ и $b-c = -1$; $a-c = -p^2$, в первом
 случае, у нас $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$, если p не равно 3, то
 $p \equiv 1$ или $\equiv 2 \pmod 3$, так как p -простое делится только на 3
 и на себя $\Rightarrow (p-1)(p+1) \not\equiv 3 \Rightarrow b-a \not\equiv 3$, что неверно
 по условию $\Rightarrow p=3 \Rightarrow b-a = 3^2 - 1 = 8$; $b = a + 8$, тогда
 $a^2 + b = a^2 + (a+8) = 710$; $a^2 + a - 702 = 0$; $(a+27)(a-26) = 0$;
 получается $a = -27$ или $a = 26$, если $a = 26$, то $b = 34$,
 $c = 25$, если $a = -27$, то $b = -19$, $c = -28$, если
 же $b-c = -1$, $a-c = -p^2$, то $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$, аналогично
 $p=3$, то есть $b-a = 8$; $a^2 + b = 710$, $a = -27$ или 26 , $b =$
 $= 34$, $c = 35$, в случае с 26 , $b = -19$, $c = -18$, в
 случае с -27 . Ответ: $(26, 34, 25)$; $(-27, -19, -28)$;
 $(26, 34, 35)$; $(-27, -19, -18)$

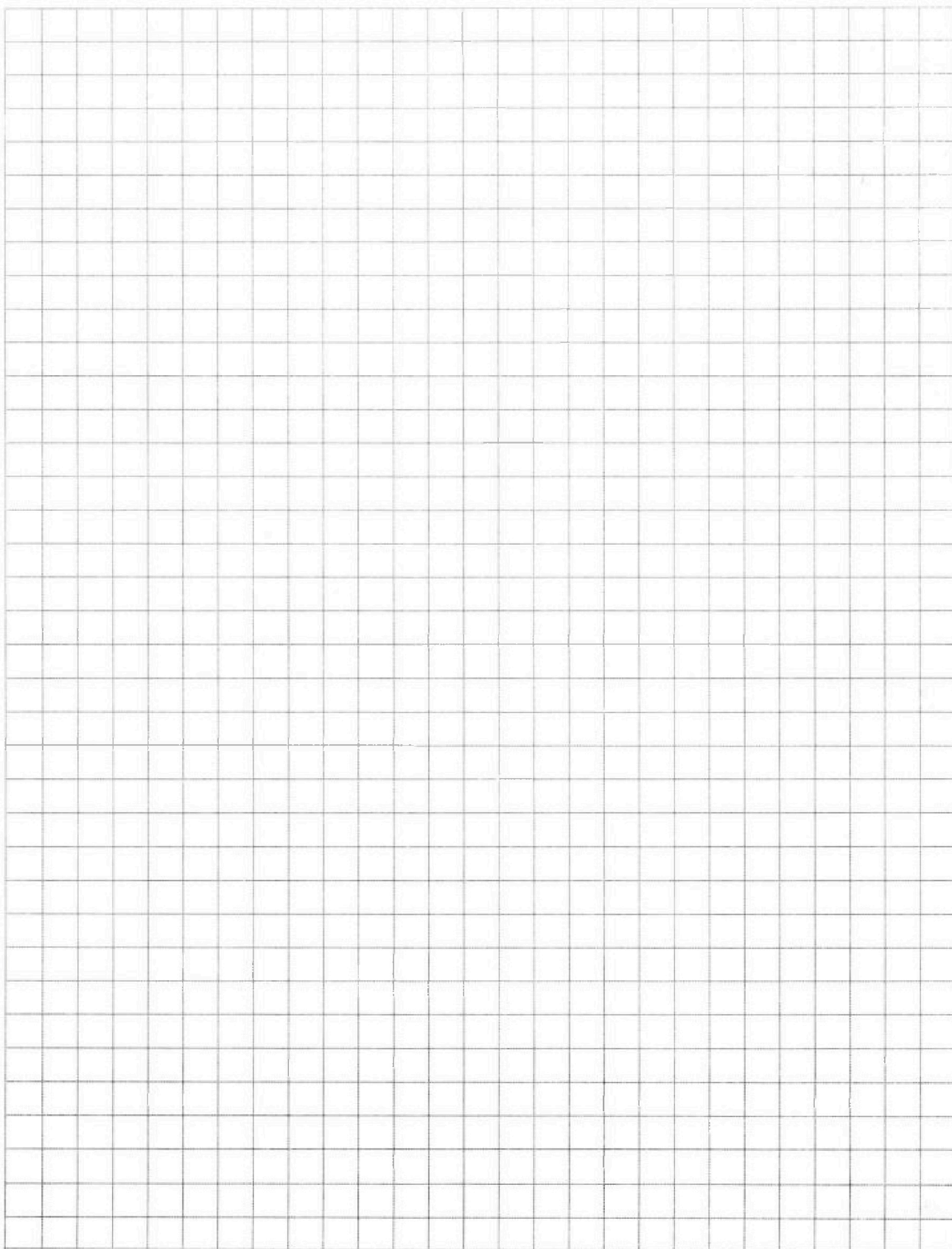


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



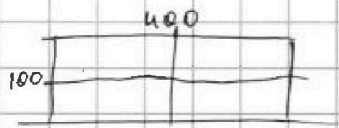


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сначала проходим те способы, когда он симметричен относительно одной из средних линий, относительно большей: C_{20000}^4 так как мы выбираем 4 из верхней части и затем симметризуем аналогично C_{20000}^4 относительно меньшей средней линии, но есть способы, где узко что и другое, это когда фигура симметрична относительно

Пусть A - способы, когда он симметричен относительно меньшей сред. линии, B - относительно большей, C - относительно центра, тогда ответ - это $A \cup B \cup C =$

$$= A + B + C - 2(A \cap B + A \cap C + B \cap C) + 3(A \cap B \cap C) = \text{способы}$$

$|A| = C_{20000}^4$, так как мы выбираем 4 клетки в одной

половине и симметризуем их, $|B| = C_{20000}^4$, аналогично, и

$$|C| = \frac{C_{40000}^4}{2} = \frac{40000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997}{24} \approx 10000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997$$

мы выбираем по 4 клетки, и затем ее симметризуем и выбираем

далее $A \cap B$ - способы когда клетки симметричны относительно обеих ср. линий, их C_{10000}^2 так как мы в $\frac{1}{4}$ части

выбираем 2 и симметризуем, $A \cap C = \frac{C_{40000}^4}{2}$, так как мы выбираем 4 клетки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a cylinder.

Diagram 1: A cylinder with a sphere of radius R inside it. The sphere is tangent to the top and bottom circular bases of the cylinder. A vertical line segment of length $12 \cos x$ is drawn from the top base to the sphere's surface. The cylinder's radius is M .

Diagram 2: A sphere with center O and radius R . Points A, B, C, D, E are marked on the sphere's surface. A vertical line segment of length $12 \cos x$ is shown. The distance from the center O to the top base is R .

Equations and Calculations:

- $p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$ (where $400 \cdot 100$)
- 49016
- $400 \cdot 20$
- 20000
- $4p + 4 \geq 2$
- $4p + 4 \geq 2$
- $p \geq \frac{1}{2}$
- $40000 - 27$
- $10000 - 14$
- $x = 5$
- $\cos(2x) = \frac{255}{116} = \frac{2}{5}$ (where $120 - 90 = 30$)
- $x = \frac{\pi}{2}$
- $\frac{CX}{XE} = \frac{S(\cos x)}{S(2x)} = \frac{2R \cdot \sin \angle CA}{2R \cdot \sin \angle AE}$
- $4 \cos^3 x - 3 \cos x + (3p+4) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + 10$
- $4 \cos^3 x - 12 \cos^2 x + \cos x \cdot (3p+4) - 4$
- $A \cup B \cup C = A + B + C - 2 \cdot A \cap B - 2 \cdot A \cap C - 2 \cdot B \cap C + A \cap B \cap C$
- $4x^3 - 12x^2 + x \cdot (3p+4) - 4$

Diagrams: Multiple diagrams showing spheres, circles, and points A, B, C, D, E with various lines and angles. Some diagrams show the intersection of two circles or spheres.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0 \quad c = 1/2$$

$$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\begin{aligned} a-b &= 1 \\ b-c &= p \\ a+b &= 7 \end{aligned}$$

$$3pt^2$$

$$\cos(3x)$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2} - x$$

$$\cos\left(3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - (3x - \frac{\pi}{2})\right)$$

$$a-1-c=p$$

$$a-c = p^2 + 1$$

$$a-b = a-1$$

$$b-c = \frac{1}{4}$$

$$a-b = \frac{1}{2}$$

$$a-b = \frac{1}{2}$$

$$b-c = 2p$$

$$a-c > b-c$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

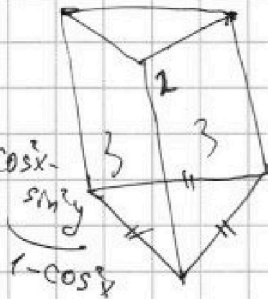
$$\sin 3x = \sin(2x+x)$$

$$a-c = 2p$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x -$$

①

$$\cos 2x = \cos^2 x -$$



$$\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$$

$$a = b + 1$$

$$a < b$$

$$b - a = 1/3$$

$$(a-b)/(b-c) = p^2$$

$$a = p$$

$$b-c = p$$

$$a+b = 7 \Rightarrow$$

$$-\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$-\sin(-3x)$$

$$\frac{35 \pm 1}{2 \pm 1} = \frac{39}{3} = 13$$

$$(b+1) + b = 7 \Rightarrow$$

$$\sin 3x$$

$$b^2 + 3b + 4 = 7 \Rightarrow$$

$$a-b =$$

$$\cos\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

$$202 = 2 \cdot 13 \cdot 3^3 = 26 \cdot 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos(3x) + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$\begin{matrix} 1-2+1 \\ -3p+3p \end{matrix}$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$\begin{matrix} -4t^3+4t-1 & 4t^2-4t+1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 12 \cos^2 x + 4 \end{matrix}$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$\begin{matrix} \cos x = x \\ x = \frac{\pi}{2} \end{matrix}$

$$px^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$\max(px^3 - 3x^2 + 3x)$$

$$3px^2 - 6x + 3$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1+2-1 & x=-1 \\ -4x=0 \\ -4x+3=0 \\ 3x^2-3x+1 \\ x=\frac{3}{4} \end{matrix}$$

$$\cos x = 1$$

$$36 - 12 \cdot 3 \cdot p$$

$$36 - 36p$$

$$x = 0$$

$$p \leq 1$$

$$-x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$2p+4=16$$

$$4p+4=16$$

$$0; 1; 9; 0; 2$$

$$-t^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0$$

$$p \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$4p+12=16$$

$$p \geq 1$$

$$4t^2 - 4t + 1 \geq 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{3}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$-2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$p+3p+12$$

$$-\frac{2}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1$$

$$0; 0,5; 9; 0; 1$$