



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть каждый succeeding член прогрессии в  $q$  раз больше предыдущего, а  $n$ -ый член будем обозначать  $b_n$ .

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\text{Получим: } \begin{cases} b_{10} = b_4 \cdot q^{(10-4)} = b_4 q^6 \\ b_{12} = b_{10} \cdot q^{(12-10)} = b_{10} q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} & x \neq 3 \\ \sqrt{(15x+6)(x-3)} = q^2(x+4) \end{cases}$$

$$1) \quad 15x+6 \neq 0 \Rightarrow x+4 \neq 0, \quad q \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{q^2} = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q^8 = (x-3)^2 \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$(x+4)\sqrt{|x-3|} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad /: \sqrt{|x-3|}$$

$$(x+4)^2 = 15x+6$$

$$1.1) \quad x > -\frac{6}{15}, \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = 2, 5$$

2 - не подходит, т.к.  $\sqrt{(15x+6)(x-3)} < 0$

Подставим  $x=5$  и увидим, что он подходит,  $q^2 = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1.2) x < -\frac{6}{15}, \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0, \quad \begin{matrix} x_1 x_2 = 22 \\ x_1 + x_2 = -23 \end{matrix} \Rightarrow x = -1, -22 < -\frac{6}{15}$$

Подставив  $x = -1$  получим, что корень подходит, а  $q^2 = 2$ .

$$\text{При } x = -22 \quad b_{10} = 9x + 4 = -182 < 0$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = \sqrt{19 \cdot 324} > 0,$$

$$\text{но } b_{12} = q^2 b_{10} \Rightarrow q^2 < 0, \quad q \notin \mathbb{R}$$

$$\text{2) } 15x + 6 = 0 \Rightarrow x + 4 \neq 0$$

$$b_{10} = q^6 b_4, \quad x + 4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = 0$$

- противоречие

$$\text{Ответ: } x = -1, x = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$|y-20| + 2|y-35| = |y-20| + |35-y| + |y-35| \geq$$

$$\geq \underbrace{|(y-20) + (35-y)|}_{\geq 15} + |y-35| \geq$$

$\geq 15$ , по неравенству треугольника

$$\Rightarrow |y-20| + 2|y-35| \geq 15$$

$$\begin{cases} |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \leq 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15 \leq \sqrt{225-z^2} \leq 15 \Rightarrow \sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} = 15$$

По неравенству выше:  $|y-20| + 2|y-35| \geq$

$$\geq 15 + |y-35| \Rightarrow |y-35| = 0 \Rightarrow y = 35, z = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6+(x+z)} - \sqrt{6-(x+z)} + 6 = 2\sqrt{6^2-(x+z)^2}$$

Запишем ОДЗ:  $-7 \leq x \leq 5$

$$\sqrt{6+(x+z)} - \sqrt{6-(x+z)} = 2(\sqrt{(6-(x+z))(6+(x+z))} - 3)$$

Возведём в квадрат:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 - (t+x) + 6 + (t+x) - 2\sqrt{(6-(t+x))(6+(t+x))} =$$

$$4(6-(t+x))(6+(t+x)) - 24\sqrt{(6-(t+x))(6+(t+x))} + 36$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(6-(t+x))(6+(t+x))} = t \geq 0$$

$$t^2 - 2t = 4t^2 - 24t + 36,$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0, \quad D = (121 - 96) = 5^2$$

$$t = \frac{11 \pm 5}{4} = 4, \frac{3}{2} > 0$$

$$t = \sqrt{36 - (t+x)^2} = 4, \quad t+x = \pm \sqrt{20}, \quad x = -(t \pm 2\sqrt{5})$$

$$t = \sqrt{36 - (t+x)^2} = \frac{3}{2}, \quad t+x = \pm \sqrt{35}, \quad x = -t \pm \sqrt{35}$$

Ответ:  $x = -(t \pm 2\sqrt{5}), \quad x = -t \pm \sqrt{35}$   
 $y = 35$   
 $z = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x, \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p = 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

Пусть  $\cos x = t \in [-1; 1]$ , а  $p = p(t)$

$$\text{Тогда } p(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$p'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t-1)^2 \geq 0$$

$\forall t \Rightarrow p(t) \nearrow \Rightarrow \min(p(t)) = p(-1)$ ,  
т.к.  $p(t)$  непрерывна

$\max(p(t)) = p(1)$  (мин и макс на заданном  $t \in [-1; 1]$ )

$$\Rightarrow \min(p(t)) = p(-1) = -4 - 6 + 3 + 3 = -4$$

$$\max(p(t)) = p(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$\Rightarrow$  решения есть  $\forall p \in [-4; 4]$

Сделаем замену ~~то~~  $t = k + \frac{1}{2}$

$$\text{Тогда } 4\left(k + \frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(k + \frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(k + \frac{1}{2}\right) + 3 - p = 0,$$

$$\underline{4k^3} + \underline{6k^2} + \underline{3k} + \underline{\frac{1}{2}} - \underline{6k^2} - \underline{6k} - \underline{\frac{3}{2}} + \underline{3k} + \underline{\frac{3}{2}} + 3 - p = 0$$

$$4k^3 + \frac{1}{2} - p = 0, k = \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{1}{8}}$$

$$\Rightarrow t = k + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{1}{8}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{p}{4} - \frac{q}{8}}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{p}{4} - \frac{q}{8}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{p}{4} - \frac{q}{8}}\right) + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:  $\nearrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

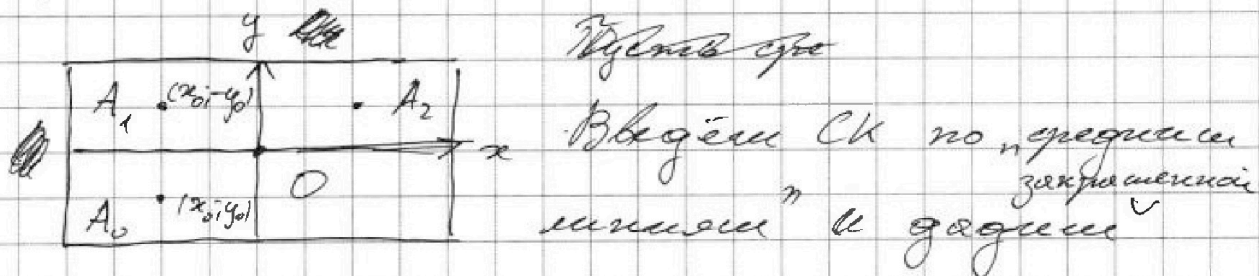
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

Докажем, что узор, симметричный относительно сразу двух "средних линий", то он симметричен относительно центра



точке  $A_0$  координаты  $x_0, y_0$  (см. рисунок).

Тогда  $\Gamma$  симметрична относительно  $Ox$  точке  $A_1$ . Тогда её координаты

$(x_0, -y_0)$ . Аналогично  $A_2$  - симметрична к  $A_1$  относительно  $Oy$ . Её координаты

$(-x_0, -y_0)$ .  $\Gamma, A_0, O, A_2$  - лежат на одной прямой т.к. тангенсы наклона

прямых  $A_0O$  и  $A_2O$  равны  $\frac{y_0}{x_0}$

$$2. A_0O = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, A_2O = \sqrt{(-x_0)^2 + (-y_0)^2} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

$$\Rightarrow A_0O = A_2O$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из 1. и 2.  $\Rightarrow$  что узор точкой  $O$  симметричен относительно центра.  
П.к. это можно проделать для любой точки, то весь узор симметричен относительно центра. Доказательство того, что при симметрии относительно одной линии и центра, узор будет симметричен относительно другой линии аналогично.

В каждой половине прямоугольника  $\frac{150 \cdot 200}{2} = 15000$  клеток, а в четверти  $7500$ .

1. При симметрии относительно линии  $mn$  центра для каждой клетки в одной половине будет другая (соответственно заданная пометками в первой половине) клетка во второй половине.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Значит, количество узоров с одной из этих симметрий равно по-бу способов  $\frac{8}{2} = 4$  клеток

в одной половине прямо угловика,

т.е.  $C_{1500}^4$ . Если учесть все три

вида симметрий, то получим  $3 \cdot C_{1500}^4$

Ответов Но все трижды посчитаемся

случаи, когда рисунок имеет все 3

симметрии. Если рисунок имеет все

3 симметрии, то каждая точка в

одной четверти ~~за~~ одновременно задает

еще 3 в каждой из оставшихся

$\Rightarrow$  кол-во рисунков со всеми симме-

триями равно числу способов

выбрать  $\frac{8}{4} = 2$  клеток в одной

четверти, т.е.  $C_{750}^2$ , т.к. в

четверти 750 клеток.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вычислить ~~число~~ два меньших разга  
почтеннее рисунки со всеми  
симметриями, получаем

$$3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

Ответ:  $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

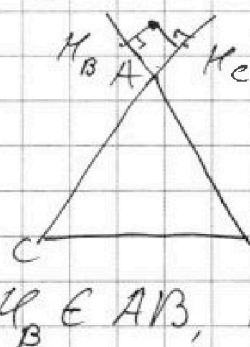
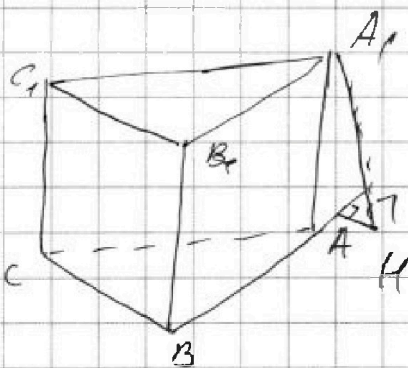
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Рассмотрим вершину  $A_1$ , на которой сходятся грани с площадью  $S$ .

Вспомогательная точка  $H$  в  $\triangle ABC$



Из  $H$  проведем  
 $H H_B \perp AB$   
и  $H H_C \perp AC$ ,  
 $H_B \in AB$ ,  $H_C \in AC$

Можно по т. о 3-х перпендикулярах:

$A_1 H_B \perp AB$ ,  $A_1 H_C \perp AC$ . По т. Пифагора:

$$A_1 H_B = \sqrt{A_1 H^2 + H H_B^2}, \quad A_1 H_C = \sqrt{A_1 H^2 + H H_C^2}$$

$$S_{A_1 B_1 B} = AB \cdot A_1 H_B = 2 A_1 H_B = 5$$

$$S_{A_1 C_1 C} = AC \cdot A_1 H_C = 2 A_1 H_C = 5$$

$$\Rightarrow A_1 H_B = A_1 H_C \Rightarrow \sqrt{A_1 H^2 + H H_B^2} = \sqrt{A_1 H^2 + H H_C^2}$$

$$\Rightarrow H H_B = H H_C \Rightarrow H \text{ лежит на биссектрисе}$$

угла  $BAC$  (или её продолжении)

М.к. плоскость  $A_1 B_1 C_1$  - это плоскость

$ABC$  пересечённая по какой-то прямой.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

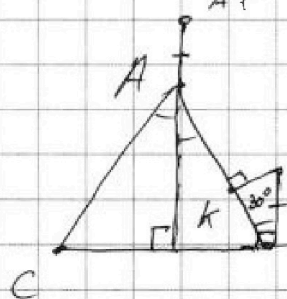
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

то и проекции точек  $A_1, B_1, C_1$  - это точки  $A, B, C$ , перенесённые на одну и ту же высоту.

Пусть  $B_1'$  - проекция  $B_1$  на  $ABC$ ,

$A_1'$  - проекция  $A_1$  на  $ABC$ .



$$\Rightarrow AA_1' \parallel BB_1', AA_1' = BB_1'$$

$AA_1'$  - высота на гипотенузу

$$\Rightarrow AA_1' \perp BC \Rightarrow BB_1' \perp BC$$

$$\Rightarrow \angle AB_1' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Опустим перпендикуляр из  $B_1'$  на  $AB_1'$

в точке  $K$ , тогда  $\sin \angle AB_1' = \frac{B_1'K}{BB_1'}$

$$= \sin \angle AB_1' = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow 2B_1'K = BB_1'$$

По т. о 3-х перпен.:  $B_1'K \perp AB, B_1'B \perp BC$

$$\Rightarrow S_{B_1'ACC} = BC \cdot B_1'B = 2 \sqrt{B_1'B^2 + B_1'K^2} = 4$$

$$S_{AA_1'B_1'B} = 2 \sqrt{B_1'B^2 + B_1'K^2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{B_1'B^2 + 4B_1'K^2} = \frac{5}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 4B_1'B^2 + 4KB_1'^2 &= \frac{25}{4} \cdot 4 = 25 \\ \Rightarrow B_1'B &= \sqrt{\frac{461}{3}} \end{aligned} \right.$$

Но получается, что  $KB_1' < 0$ , это невозможно.

Ответ: такой призмы не существует.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.  $a-b = k$

$a + (a-k)^2 = 820$

$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 18$

$5t^3 - 6t^2 + 3t - 15 = 0$

$t = 0, 1, 2$

$b(b-1) = 1 - 5 \cdot 3(4t^2 - 4t + 1)$

$b(b-1) = 3(2t-1)^2$

$b = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = \frac{7}{2}$

$1 \quad 2 \quad a \equiv_3 b + 5$

$1 \quad 2 \quad b + 5 + b^2 \equiv_3 1$

$820 \equiv_3 1$

$2 -$

$a - b =$

$a \equiv_3 a^2$

$a^2 + b^2 - 2ab \equiv_3 k^2$

$a + b \equiv_3 k + 2ab$

$2 \cos x \cos 2x + 3(\cos x - \cos 2x) + 2 \cos x$

$0; \pi$

$\pi; 0$

$3k + \pi + 9n^2 = 820$

$3n = \sqrt{819 - 3k}$

$n = 5$

$a + a - b = \sqrt{51}$

$2a + b = \sqrt{31}$

$\begin{cases} h^2 + a^2 = 25 \\ h^2 + b^2 = 16 \end{cases}$

$a^2 - b^2 = 3^2$

$h = -330$

$19 \cdot 16^2 + 6 = 1$

$a + b^2 \equiv_3 1$

$b^2 \equiv_3 (a-k)^2$

$4k^2 + 4k$

$(a-k)^2 + a^2 + 1 - 4k - 480$

$E = a^2 + (2k+5)a + k^2 \equiv_3 820$

$-2ak$

$-4 - 6 - 3 + 3 = -10$

$4 - 6 + 3 + 3 = 4 = a^2$

$2 \cos x \cos 2x + 3(\cos x - \cos 2x) + 2 \cos x$

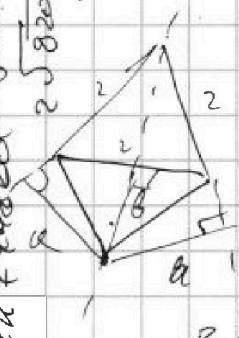
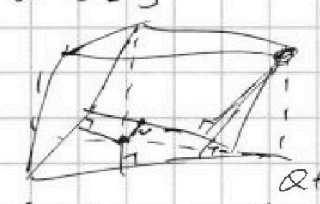
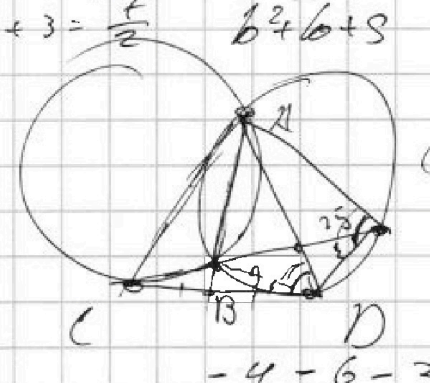
$0; \pi$

$\pi; 0$

$3k + \pi + 9n^2 = 820$

$3n = \sqrt{819 - 3k}$

$n = 5$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -4$$

$$y + (x+1)^2 + 2$$

$$(2-3z) \geq 0$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$z \leq 4$$

$$y = 35$$

$$|y-20| + |y-35| \geq 15, z=0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{36 - (x+1)^2}$$

$$|y-20| + |35-y| + |y-35| \geq |y-20 + 35-y|$$

$$+ |y-35| = 15 + |y-35| = \sqrt{225 - z^2} \leq 15$$

$$y = 35$$

$$x \leq 5$$

$$x \geq -4$$

$$15 + |z|$$

$$\sqrt{6 + (1+x)} + \sqrt{6 - (1+x)} + 6 = \sqrt{6^2 - (1+x)^2}$$

$$\sqrt{6+t} + \sqrt{6-t} + 6 = \sqrt{6^2 - t^2}$$

$$a+b+6 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 + ab = a^2 + b^2 + 12ab + 36$$

$$b+b+6-t + \sqrt{6^2 - t^2} = 6^2 - t^2 - 12\sqrt{6^2 - t^2}$$

$$ab - (a+b) + c^2 = p^2$$

$$a-b = 2ab - 6$$

$$y^3 + px + q = 0$$

$$y = a+b$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4a^2b^2 - 24ab + 36$$

$$12 + 22ab = 4a^2b^2$$

$$= 80$$

$$a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

$$+ p(a+b) + q = 0 \quad a+b =$$

$$ab = 0$$

$$ab = 0$$

$$a-b = k$$

$$D = 121 - 96$$

$$2; 0 = 25 \quad 144 - 9$$

$$ab = 36 \quad 120 + 24$$

$$135$$

$$\begin{cases} 3ab + p = 0 \\ a^3 + b^3 + q = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + b + k = p \\ ab = -\frac{p}{3} \end{cases}$$

$$a^3 + b^3 = -\frac{q}{3}$$

$$1 - k = 0; 2$$

$$k = 1; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

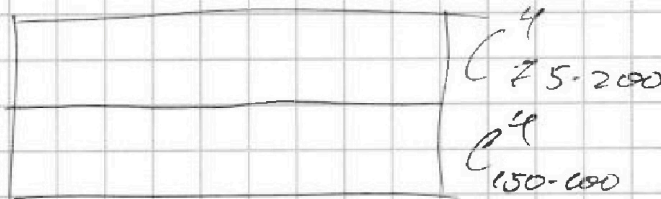
~~$$a \equiv b \pmod{3}, 820 \equiv r \pmod{3}, a+b^2 \equiv 820 \equiv r \pmod{3}$$

$$\Rightarrow b^2 + b \equiv r \pmod{3}, b(b+1) \equiv r \pmod{3}$$~~

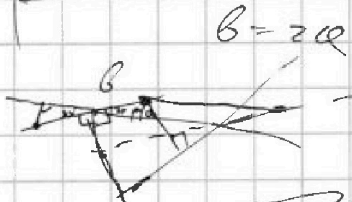
Пусть  $a-b=k$ ,  $3 \nmid k \Rightarrow b=a-k$

$$a+(a-k)^2=820, a^2-a(2k-1)+k^2-820=0$$

$$D=4k^2-4k+1-4k^2+4 \cdot 820=4 \cdot 820+1-4k$$



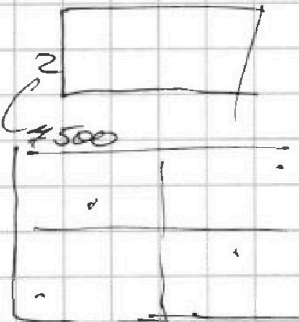
		1 2 3
1	6	1 2
2	0	1
3	2	1 0



$$h^2 + b^2 = a^2$$

$$h^2 + a^2 = 25$$

$$a^2 - b^2 = a$$



$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + p(a+b) + q = 0 \quad D = q^2 - 4k$$

$$a^3 + b^3 + (a+b)(p+3ab) + q = 0 \quad a^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 + \frac{4}{27}k^3}}{2}$$

$$a^3 + b^3 = -q$$

$$a^3 b^3 = -\left(\frac{p}{3}\right)^3$$

$$a^3 = \frac{k}{a^3} + q = 0$$

$$a^6 + qa^3 - k = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1     2     3     4     5     6     7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

$$4(t+\Delta)^3 - 6(t+\Delta)^2 + 3(t+\Delta) + 3 - p = 0$$

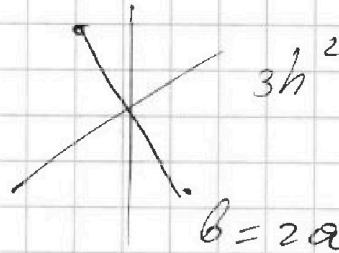
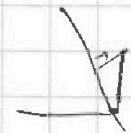
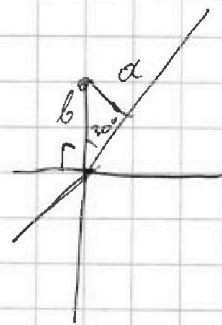
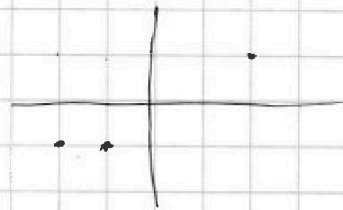
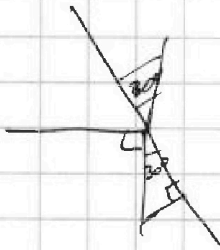
$$4t^3 + 12t^2\Delta + 12t\Delta^2 - 6t^2 - 12t\Delta + 6\Delta^2 + 3t + 3\Delta$$

$$\Delta = \frac{t}{2} + 3 - p = 0$$

$$4t^3 + 3t - 6t - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3t + 3 - p = 0$$

$$4t^3 \quad \cos x = t + \frac{t}{2}$$

$$\frac{t}{2} - \frac{3}{2} \in \left[ \frac{3}{2}, 3 \right]$$



$$\begin{aligned}
 3h^2 & \\
 b &= 2a \\
 h^2 + b^2 &= 46 \\
 h^2 + a^2 &= 25 \\
 h^2 + 4a^2 &= 16 \\
 h^2 + a^2 &= 25 \\
 h^2 + 4a^2 &= 16 \\
 4h^2 + 4a^2 &= 100 \\
 3h^2 &= 84
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} b^6 = (x+4) \quad \sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} b^8 = \sqrt{(75x+6)(x-3)} - 15$$

$$(x+4) b^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad b^8 = (x-3)^2$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2 \quad 5^{\frac{3}{2}} b^6 = \frac{8=49 \text{ м.} = 3^2}{x = \frac{8 \pm 3}{2}}$$

$$(x+4)^2 - (15x+6) = 0 \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(y-20)^2 + 4(y-35) + 4(y-20)(y-35) = 3$$

$$3 = \frac{\sqrt{11}}{8} = 225 - 2^2 \frac{9}{8} = \frac{81}{2\sqrt{81}} \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$5y \quad 9\sqrt{2} = 9^2 \cdot 9 \quad 12t^2 - 12t + 9 = 0 \quad \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{8}} = \frac{3}{8}$$

$$9^2 = \sqrt{81} \cdot 9 \quad 4t^2 - 4t + 1 + 2 = 0$$

$$q^2 = 2 \quad \cos(2x+x) = \cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x$$

$$= \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \cos x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) \quad \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4 \cos^3 x + 3 \cos x \quad \frac{4 \cdot 3 \sqrt{3}}{8}$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 9 \cos x = p$$

$$4t^3 - 6t^2 + 9t - p = 0 \quad 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2$$

$$2 \cos x \cos 2x + 5 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos x$$

$$3(\cos 2x - \cos x) \quad 4 \cos^3 x = 3(\cos^2 2x - 3 \cos x) + p$$

$$= -6$$

$$4 \cos^3 x = 3(2 \cos^2 x$$

$$\cos(3x) = \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$4$$

$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x$$

$$= \cos x (\cos^2 x + 3 \cos^2 x + 3)$$

$$= -3 \cos x + 4 \cos^3 x$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos x = 3 \cos 2x + p \quad 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2 \cos x (\cos 2x + 1) = 3 (\cos 2x - 1) + p$$

$$4 \cos x \cos^2 2x = 6 \sin^2 2x$$

$$4 \cos x \cos^2 4x + 6 \cos^2 4x - 6 = p$$

$$f(x) = \cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x$$

$$= 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$3a^2 - 4a\sqrt{3} + 12 = 0$$

$$D = 48 -$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$



$$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{3}$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\sqrt{3} - 2a$$

$$3 + 4a^2 - 4a\sqrt{3}$$

$$4 - h^2 + a^2 = 25$$

$$h^2 + c^2 = 16$$

$$(2t - 1)^2 = 0$$

$$a^2 - c^2 = 9$$

$$2a + c = \sqrt{3}l$$

$$t = \frac{1}{2} (4a\sqrt{3} - 3a^2) = 12$$

$$h + 6 = \sqrt{6 - t - 32} + 6 \quad \frac{l}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = 3 + \frac{l}{2}$$

$$= 2 \sqrt{t^2 + 24l}$$

$$8800$$

$$406$$

$$128$$

$$246600$$

$$5l^2$$

$$= 3600 - 360 + 9$$

$$= 324900$$

$$110 = 80$$

$$y - 20 + 2y - 75$$

$$3y - 95 = \sqrt{225 - 2^2}$$

$$9y^2 - 570y + 95^2 - 15^2 = -2^2$$

$$3249$$

$$-2466$$

$$78300$$

$$9y^2 - 570y + 8800 + 2^2 = 0$$

$$D = 570^2 - 4 \cdot 9 \cdot 8800$$