



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

Пусть  $\{v_n\}$  - данная геометрическая прогрессия:  $v_n = v_{n-1} \cdot q$

$$v_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad v_{13} = 5-x \quad v_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$v_{15} = v_7 \cdot q^8 \quad \uparrow^2 \quad \text{OЗЗ: } x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$(13x-35)(x+1) = q^{16} \cdot \frac{13x-35}{(x+1)^3}$$

1) Если  $x = \frac{35}{13}$ , то

$$v_7 = 0 \quad v_{13} = 5 - \frac{35}{13} = \frac{30}{13} \quad v_{15} = 0$$

но геометрическая прогрессия бывает или возрастающей, или убывающей

$\Rightarrow \{v_n\}$  - не геометрическая прогрессия  
Противоречие.

2) Если  $x \neq \frac{35}{13}$ , то

$$(x+1)^4 = q^{16} \Rightarrow x+1 = \pm q^4$$

• если  $x = q^4 - 1$ , то

$$v_{13} = 6 - q^4, \text{ т.к. } v_7 \geq 0 \text{ и } v_{15} \geq 0, \text{ то } v_{13} \geq 0 \Rightarrow q^4 \leq 6$$

$$v_{15} = v_{13} \cdot q^2 \quad \uparrow^2$$

$$(13x-35)(x+1) = q^4 \cdot (x^2 - 10x + 25)$$

$$(13q^4 - 48) \cdot q^4 = q^4 \cdot (q^4 - 6)^2 \quad | : q^4 \neq 0$$

$$13q^4 - 48 = q^4 - 12q^4 + 36 \quad \text{иначе } \{v_n\} \text{ - не геом. прогр.}$$

$$(q^4)^2 - 25q^4 + 84 = 0 \quad \text{по т. Виета:}$$

$$\begin{cases} q^4 = 21 \\ q^4 = 4 \end{cases} \quad \text{т.к. } q^4 \leq 6, \text{ то } q = \pm 1$$

но если  $q = \pm 1$ , то  $\{v_n\} = \text{const} \neq 0$  и  $\{v_n\}$  - не геометрическая прогрессия



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• если  $x = -q^4 - 1$

$$v_{13} = 6 + q^4$$

$$v_{15} = v_{13} - q^2 \quad \uparrow^2$$

$$(13x - 35)(x + 1) = q^4 \cdot (x - 5)^2$$

$$(-13q^4 - 48) \cdot (-q^4) = q^4 \cdot (q^4 + 6)^2 \quad | : q^4 \neq 0$$

$$13q^4 - 48 = (q^4 + 6)^2$$

$$(q^4)^2 - q^4 + 84 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 84 < 0 \Rightarrow q \in \emptyset$$

Итого, нам покажут  $q = \pm 1$

• если  $q = 1$ , то  $x = 0$ , но  $x = 0 \notin \text{ODЗ}$

• если  $q = -1$ , то  $x = 0$ , но  $x = 0 \notin \text{ODЗ}$

Ответ:  $x \in \emptyset$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2} + 2 \Leftrightarrow (*)$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} \quad (1)$$

рассмотрим  
случай (1)

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$0 \leq \sqrt{169-2^2} \leq 13$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$\begin{cases} y+1 + 3(y-12) \leq 13 \\ y \geq 12 \\ y+1 - 3(y-12) \leq 13 \\ y \leq 12 \\ -y-1 - 3y+36 \leq 13 \\ y \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 12 \\ y \geq 12 \\ y \geq 12 \\ -1 \leq y < 12 \\ y \geq 14 \\ y \leq -1 \end{cases} \Rightarrow y=12$$

значит,  $y=12 \Rightarrow z=0$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \quad (2)$$

решим (2)

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} + \sqrt{4-x}$$

$$DZ: x \in [-3, 4]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3 + 4 - x - 2\sqrt{12+x-x^2} = 4(12+x-x^2)$$

$$-20\sqrt{12+x-x^2} + 25 = 0$$

Пусть  $t = \sqrt{12+x-x^2}$ , тогда

$$4t^2 - 18t + 18 = 0 \quad | :2$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9 = 3^2$$

$$\begin{cases} t = \frac{9+3}{4} = 3 \\ t = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обратная замена:

$$\begin{cases} \sqrt{12+x-x^2} = 3 \\ \sqrt{12+x-x^2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \quad (3) \\ 4x^2 - 4x - 39 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

решим (3):  $x^2 - x - 3 = 0$  ~~нр~~ Дискриминант:

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ} \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ} \end{cases}$$

решим (4):  $4x^2 - 4x - 39 = 0$

$$D/4 = 4 + 39 = 43 = (4\sqrt{10})^2$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + 4\sqrt{10}}{4} = \frac{1}{4} + \sqrt{10} \in \text{OДЗ} \\ x = \frac{1 - 4\sqrt{10}}{4} = \frac{1}{4} - \sqrt{10} \in \text{OДЗ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{10} \end{cases}$$

ооо

Ответ:  $\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0\right)$  и  $\left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{10}; 12; 0\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 6 \cos x = p \quad (*)$$

при каких  $p \in \mathbb{R}$   $\geq 1$  решения?

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

пусть  $\cos x = t, -1 \leq t \leq 1$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3 \quad (*)$$

$$\begin{cases} y = 4t^3 + 6t^2 + 3t = f(t), -1 \leq t \leq 1 \\ y = p + 3 \end{cases}$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

т.к.  $f'(t) \geq 0, \forall t$

$f(t)$  - монотонно возрастает непрерывно.

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 = -1$$

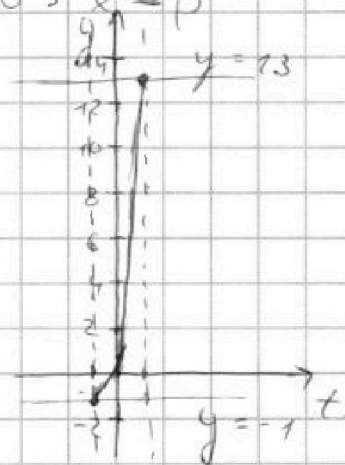
$$f(1) = 4 + 6 + 3 = 13$$

$\Rightarrow$

т.к.  $t = \cos x$ ,  $\forall x$  если  $(*)$

имеет решение, то  $(*)$

также имеет решение



значит,  $(*)$  имеет  
1 решение при  
 $-1 \leq p + 3 \leq 13$   
 $-4 \leq p \leq 10$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

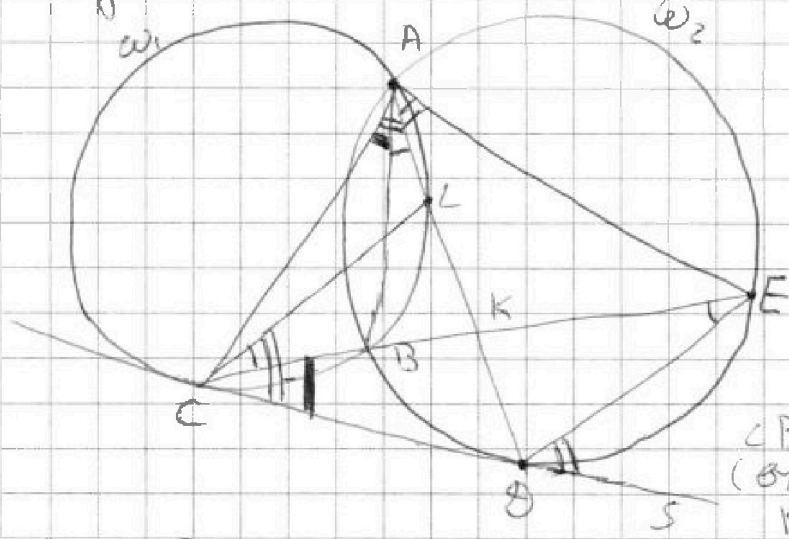


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$K = A \cap ACE$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$AD \cap \omega_1 = L$ ,  $A$   
Пусть  $\angle CED = \alpha$   
тогда  $\angle BAD = \alpha$   
(впис. оп. на дугу  $BD$  ( $\omega_2$ ))

$\angle BAD = \angle BAL = \angle BCL = \alpha$   
(впис. опир. на дугу  $BL$  ( $\omega_1$ ))

т.к.  $\angle BCL = \angle ECL = \angle CED = \alpha$ , то  $CL \parallel ED$   
 $\angle EDS = \angle EAD = \beta$  ( $\angle$  мжу хордой и касат.)  
 $\angle EDS = \angle CDE = \beta$  (т.к.  $ED \parallel LC$ )  
 $\angle LCE = \angle CAL = \angle CAD = \beta$  ( $\angle$  мжу хордой и касат.)

$\Rightarrow \angle CAD = \angle EAD = \beta$ , т.е.  $AK$  - биссектриса  $\angle CAE$ .

P!  $\triangle CAE$ :  $CK$  - бисс.  $\Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$

P!  $\triangle CLK$  и  $\triangle KED$ :  $\angle LKC = \angle EKD$  (вертик.)  
 $\angle CCK = \angle KED$  (вн. вышле)  
 $\Rightarrow \triangle CLK \sim \triangle KED$  (по 2-м  $\angle$ -ам)

$$\Rightarrow \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10} = \frac{LK}{KD} = \frac{LC}{ED}$$

$\angle ADC = \angle AED$  ( $\angle$ -ам мжу хордой и касат.)

$\angle CAD = \angle EAD \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AED$  (по 2-м  $\angle$ -ам)

$$\frac{AE}{AD} = \frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC} = k \text{ т.к. } AK \text{ - биссектриса, то}$$

$$k = \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2} AE \cdot p(D; AE)}{\frac{1}{2} AC \cdot p(D; AC)} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{3}{10}} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{10}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b$$

$$(a-b) \nmid 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

Рассмотрим все возможные случаи:

1) Если  $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$ , то  $a=b$ , но  $a > b$  противоречие

2) Если  $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ , то  $a-b = (p-1)(p+1)$   
 $\nmid 3$

т.к. среди чисел  $p-1, p, p+1$  1 делится на 3 и/или  $p-1, p+1 \nmid 3$  то  $p \nmid 3$

т.к.  $p$  - простое, то  $p = 3$

$$\begin{cases} a-b = 8 \\ a+b^2 = 560 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 552 = 2209 = 47^2$$

~~т.к.  $47 \nmid 560$  противоречие~~

$$b = \frac{-1 + 47}{2} = 23 \Rightarrow a = 31$$

$$\begin{cases} 31-c = 9 \\ 23-c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = 22$$

$$\begin{cases} 31-c = 9 \\ -16-c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = -25$$

$$\begin{cases} 31-c = 9 \\ -24-c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = -25$$

подходят:  $(31; 23; 22), (-16; -24; -25)$

3) Если  $\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -1 \end{cases}$ , то  $a-b = 1-p^2$  противоречие

4) Если  $\begin{cases} a-c = 1 \\ b+c = p^2 \end{cases}$ , то  $a-b = 1-p^2$  противоречие

5) Если  $\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$ , то  $a-b = p^2 - 1$   
 $\nmid 3$   
 $\Rightarrow p = 3$  (аналогично выше)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 55c = 0$$
$$\begin{cases} -b = 23 \Rightarrow a = 31 \\ b = -24 \Rightarrow a = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 31 - c = -1 \\ 23 - c = -9 \end{cases} \Rightarrow c = 32$$

$$\begin{cases} -16 - c = -1 \\ -24 - c = -9 \end{cases} \Rightarrow c = -15$$

Порядок:  $(31; 23; 32)$  и  $(-16; -24; -15)$

Мы рассмотрим все возможные случаи

т.к.  $(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} a-c &\in \mathbb{R} \\ b-c &\in \mathbb{R}, \text{ т.к. } a, b, c \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Ответ:  $(31; 23; 32), (-16; -24; -15),$   
 $(31; 23; 32), (-16; -24; -15)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{n+1}^2 = b_n \cdot q, \quad b_{n+1} = b_{n-2} \cdot q = b_{n+2} \cdot q$$

$$b_{15} = b_7 \cdot q^8$$

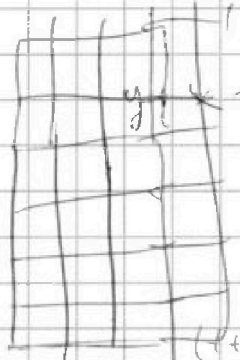
$$(13x - 35)(x + 1) = q^{16} = \frac{13x - 35}{(x + 1)^3}$$

ОДЗ:  $x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 \quad 2) \quad -37 < 13 \quad y \leq 25$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{65 - 2z}$$



$$4y - 35$$

$$x + z \leq 4 \quad -13 \leq z \leq 13$$

$$-3 \leq x \leq 17$$

$$4y - 35 \leq 185 \quad 34 \leq y \leq 51$$

$$4y \leq 204 \quad y \leq 51$$

$$-13 + x \leq x + z \leq 13 + x$$

$$-x^2 + x \quad \left( \frac{-1}{-2} \right)$$

$$4y - 35 \geq -169$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$4y \geq 134$$

$$y \geq 33,5$$

$$4(37,5)^2 + 5t = \dots$$

$$2\cos 2x = \cos x + 3\cos^2 x + 5\cos x = p$$

$$2\cos 2x (\cos x + 1) + \cos^2 x = 4\cos x = p + 1$$

Значит

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$4(y + x - x^2 - z) + 4 - x - z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6(\cos^2 x - 3) + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 - p = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2\cos 2x = \cos x + 6 \cdot \cos^2 \frac{3x}{2} + \cos x + 2\cos x = p$$

$$2\cos x (2\cos 2x + 3\cos^2 \frac{3x}{2} + \cos x) = p$$

$$t = \cos x, \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (p+3) = 0$$

$$y = 4t^3 + 6t^2 + 3t, \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$y = p + 3$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$y' = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$= 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$(2t+1)^2 \geq 0$$

$$t = -\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2} + \frac{6}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

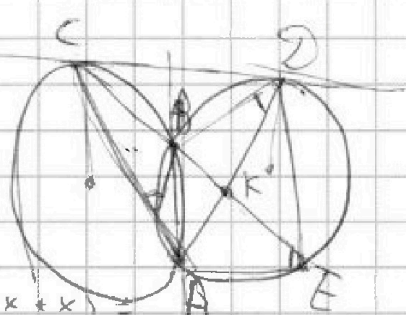
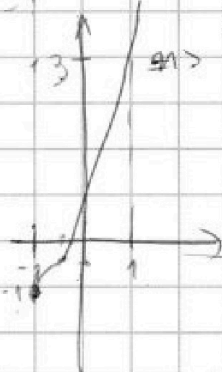
$$t = -1: \quad -4 + 6 - 3 = -1$$

$$t = 1: \quad 13$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\frac{EK}{KC} = \frac{3}{10}$$



$$\cos 3x = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 2 + 1 - 2\sin^2 x) =$$

$$= \cos x (4\cos^2 x - 3)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{165-2x}$$

$$(x+3)(4-x-2) = 4x - x^2 - 3x - 32 = \frac{y-3}{2} = \frac{95}{2}$$

$$= x - x^2 - 32$$

$$x+3 + (4-x-2) - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x-2} =$$

$$= 4(y+x-x^2+2) + 25$$

$$- 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 \geq 5$$

$$2\sqrt{y+x-x^2+2} + \sqrt{4-x-2}$$

$$2\sqrt{4(y+x-x^2+2) + 4-x-2}$$

$$= 2\sqrt{4y + 3x - 4x^2 + 32}$$

$$\leq 2\sqrt{4y + 3(x+2)}$$

$$\leq 2\sqrt{\frac{y+3}{2}}$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$4y \leq 35 + 13 = 48$$

$$y \leq 12 \quad y > 12 \Rightarrow y = 12$$

$$y+1 - 3y + 36 \leq 13$$

$$2y \geq 37 - 13 = 24 \quad y \geq 12$$

$$-y - 1 - 3y + 36 \leq 13$$

$$4y \geq 35 - 13 = 22$$

$$y \geq \frac{11}{2} \text{ - против.}$$

$y = 12$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$

$(a-b)/3$

$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$  *прямые*

$a + b^2 = 560$

$a - c = \pm p^2$   
 $b - c = \pm 1$

$a - c = \pm 1$   
 $b - c = \pm p^2$

$a - c = \pm p$   
 $b - c = \pm p$

*не подходит*

$a - b = p^2 - 1$   
 $(p-1)(p+1)$   
 $\Rightarrow p = 3$

$552 | 2$   
 $228 | 2$   
 $113$

$-2y + 3 \leq 13$

$2y \geq 24$

$a - b = 3$   
 $a + b^2 = 560$   
 $b^2 + b - 552$

$a + 5 = 2ab$

$-4y + 35 \leq 13$

$4y \geq 22$

$y \geq \frac{11}{2}$

$a - b = -p^2 + 1$

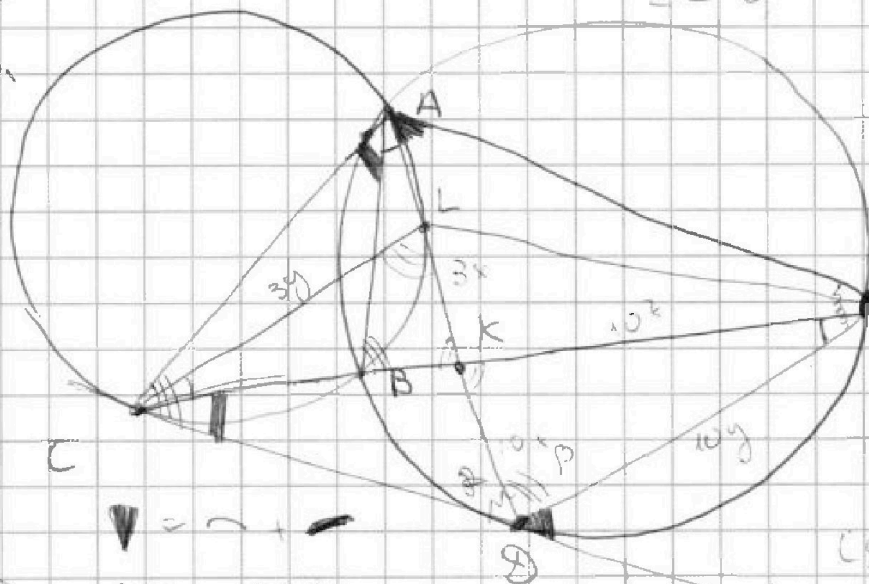
*прямые*

$\begin{array}{r} + 43 \\ b \cdot 43 \\ \hline 1729 \end{array}$

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 45 \\ \hline 325 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1722 \\ \hline 1849 \end{array}$

$\begin{array}{r} 183 \\ \hline 2209 \end{array}$



$\frac{ED}{CB} = ?$

$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$

$\frac{S_{\triangle CKD}}{S_{\triangle KDE}} = \frac{3}{10}$

$\frac{ED}{CD} = \frac{10 \sin \beta}{3 \sin \alpha}$

$CD^2 = CB \cdot CE$

$\frac{CD}{AE} = \frac{LD}{ED} = \frac{CL}{AD} \cdot \frac{AE}{AD} = \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC}$

$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$

$AD \cdot LD = CD^2 = CL \cdot ED$

$\frac{ED}{CD} = \frac{CD}{CL}$