



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Условие задачи про прогрессии

$$x \cdot k^3 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} - \text{левый член}$$

$$x \cdot k^{11} = (2-x)$$

$$x \cdot k^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$k^8 = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^2}} =$$

$$k^8 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$\Rightarrow k^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2}, k^4 = \frac{1}{|3x+2|}, k^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x$$

$$\frac{(25x+34)(3x+2)}{|3x+2|} = x^2 + 4 - 4x$$

$3x+2 \neq 0$ т.к. член k не равен 0

в скобке член приравнен нулю это невозможно

если

$$1) 3x+2 > 0 \quad x > -\frac{2}{3}$$

$$25x+34 = x^2 + 4 - 4x \quad x^2 - 28x - 30 = 0$$

решение

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 23x - 30 = 0$$

$$(x-30)x + 1(x-30) = 0$$

$$(x-30)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 30 \quad x_2 = -1. \rightarrow \text{не подходит т.к. } x > -\frac{2}{3}$$

$x = 30$ Проверка:

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} > 0 \quad \sqrt{(30 \cdot 25 + 34)(30+2)} > 0$$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}} > 0$$

$$\sqrt{\frac{30 \cdot 25 + 34}{(32)^2}} > 0; \quad \sqrt{28^2} = -28 \text{ не подходит}$$

$$2) \text{ если } 3x+2 < 0 \quad x < -\frac{2}{3}$$

$$-25x - 34 = x^2 + 4 - 4x$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0.$$

$$D = 441 - 1524 = 289$$

$$\sqrt{D} = 17.$$

$$x_1 = \frac{-17 - 21}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-17 + 21}{2} = -1.8$$

Проверка:

$$\sqrt{(-50+34)(-6+2)} > 0 \quad \sqrt{(-50+34)(-6+2)} > 0$$

x_2

$$\sqrt{(-5 \cdot 2 + 3)(25(-1.8) + 34)(3(-1.8) + 2)} > 0$$

$$\sqrt{-(25 \cdot 3 + 34)} = \sqrt{-49} = 7$$

-2 подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

-148 Уравнение:

$$\sqrt{(-18 \cdot 25 + 34)} - \sqrt{(-2 \cdot 8 - 1 - 15)} = 21.$$

Левая часть:

$$\sqrt{18 \cdot 25 + 34} = \sqrt{21^2} = 21 \text{ подходит.}$$

Ответ: $x = -2$

$x = -1.5$

$$k = \frac{1}{\sqrt[4]{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt[4]{5-5}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 p \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3(p+4) \cos x + 10 &= 0 \\
 p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 &= 0 \\
 4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 4 &= 0 \\
 4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 &= 0 \\
 12 \cos^2 x (1 + \cos x) + 4(1 + \cos x)^3 &= 0
 \end{aligned}$$

1) если $p = 1$:

$$\begin{aligned}
 12 \cos x (1 + \cos x) + 4(1 + \cos x)(\cos^2 x + 1 - \cos x) &= 0 \\
 (1 + \cos x)(12 \cos x + 4\cos^2 x + 4 - 4 \cos x) &= 0
 \end{aligned}$$

находим корни при $\cos x = -1$.

Общее решение

2) если $p \neq 1$:

$$\begin{aligned}
 p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 4 &= 0 \\
 p \cos^3 x + 2 \cos^2 x + \cos x + (\cos x + 1)^2 &= 0
 \end{aligned}$$

при таких p $p \cos^3 x + 2 \cos^2 x + \cos x > 0$

$$D = 4 - 4p < 0$$

$$p > 1 \Rightarrow$$

при $p < 1$ не возможн.

Общее $p \geq 1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$.
 $\frac{1}{2}(a-c)(b-c) = p$.
 $a^2 + b^2 = 1000 + 25 - 120(p-1)(p+1)/356$.
 $(a-c)(b-c) = p$.
 $(a-c)^2 = p^2$.
 $(b-c)^2 = p^2$.
 $a-c = b-c$.
 $a = b$.
 $(a-c) = l$.
 $(b-c) = p$.
 $p^2 > 1$.
 $b > a \Rightarrow b-c > a-c \Rightarrow$
 $(b-c)^2 = p^2$.
 $(a-c) = 1$.
 $(b-a+1) = p^2 = p$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- I) Записали что обе средние линии падут по
граничам клеток (т.к. страница чётная)
- II) Четырь прямогольника имеют на пересечении
средних линий

I Поставили как-то момент симметричных
пересечений средней линии

500

записали что тогда что момент
вокруг из верхней части
имеют симметричные векторы и они
и образуют их в пятнадцати векторах из четырех симметричных
вокруг векторах из четырех симметричных
вокруг векторах из четырех симметричных
 $(500 \cdot 60)! / 4! (500 - 60 - 4)! = S_1$

последний не важен

II Поставили как-то момент симметричных
пересечений средней линии

600

250

250

120

вокруги четырех в правой
части прямогольника относительно

средней линии

$250 \cdot 120$

$= S_2$

$4! (250 \cdot 60 - 4)! = S_3$

III Поставили как-то способом векторов и получили
симметричное центру

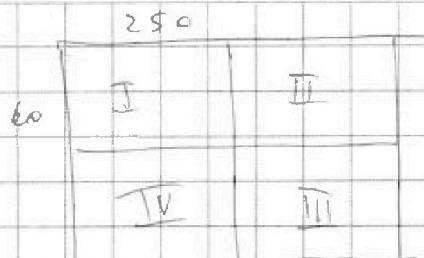
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим что уравнение

I симметрична III, а

$$II - IV \Rightarrow$$

если мы выберем 4 точки

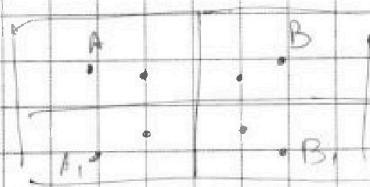
в промежутках I и II мы можем
задавить 4 симметричных отк центра

$$\frac{(250 \cdot 60 + 250 \cdot 60)}{4} = S_2$$

$$4 \cdot (250 \cdot 120 - 4)$$

III IV Построим множество которого это состояло
из пар: в симметричные относительно 1 сп. линии
или средней линии и центра.

1) симметричных от 1 сп. линии



то в Доказательство
точка попадет в симметричном
от центра Рассмотрим

это в первом верхнем пару

симметричных от верхней линии
заметим что попадет симметричной от горизонтальной

линии A и B, т.е. сп. линиях складают
 $\frac{n}{y}$ ABB_n

с средним линиями $\frac{n}{y} 500 \times 120 \Rightarrow$ центр складает.

тогда ABB_n складывает \Rightarrow это симметричны центру ABB_n



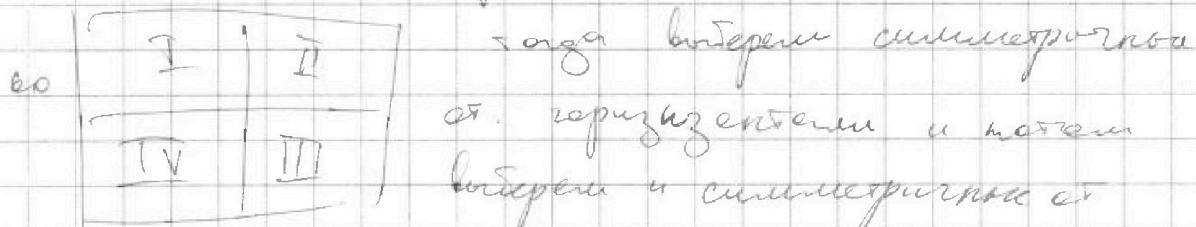
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ если имеется симметрия относительно горизонтальной оси
и линий то и оно имеет по условиям задачи
тогда 2 фигуры 2 фигуры в группе



$$\text{Способ 1} \quad \text{тогда} \quad S_1 = \frac{250 \cdot 60}{2! (250 \cdot 60 - 2)}$$

и таких имеется 2 по условиям задачи.

они одновременно выполняются все условия ⇒

$$\begin{aligned} \text{количество вариантов} &= S_1 + S_2 + S_3 - 2S_4 = \\ &= 3 \cdot \frac{(500 \cdot 120)}{2}! - 2 \cdot \frac{(500 \cdot 120)}{4}! = \\ &= 3 \cdot \frac{500 \cdot 120}{2} \cdot \frac{(500 \cdot 120)}{2 - 1} \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 2 \right) \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 3 \right) = \\ &= 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \left(\frac{500 \cdot 120}{4} \right) \left(\frac{500 \cdot 120}{4} - 1 \right) &= \frac{30000 \cdot 28888 \cdot (28888 \cdot 28887 - 1)}{3 \cdot 8} \\ &= 1875 \cdot 28888 \cdot (28888^2 - 1) = 28888^3 \cdot 1875 - 3750 \cdot 28888 \end{aligned}$$

ответ.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по условию: $(a-c)(b-c) = p^2$, тогда

$$p^2 \mid (a-c) \quad p^2 \mid (b-c) \Rightarrow \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \quad \begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases}$$

I) Если $(a-c) = p$, то $b-c = p$ (чтобы произведение было p^2)
(т.к. $a-c = p$, $b-c = p$, значит $a-b = p$, $b-c = -p$)

тогда $a-c = b-c \quad a=b$ противоречие т.к. $b > a$.

II) Если $(a-c) = -p$, то $b-c = -p$ (чтобы произведение было p^2)

1) тогда если $(a-c)^2 = p^2 \quad a-b = -1 \quad \text{тогда}$

$$p^2 > 1 \quad \text{т.к. } p_{\min} = 2 \quad p_{\min}^2 = 4 > 1 \Rightarrow$$

$a-c > b-c \quad b > b$ противоречие

2) Если $(a-c) = -p$ $b-c = -1 \quad \text{тогда}$

такой вариант возможен т.к. $(a-c) < b-c \quad -p^2 < -1 \quad \Rightarrow b > a$

III) Если $(a-c) = 1$, то $(b-c) = p^2$ (чтобы произведение было p^2)

1) если $(a-c) = 1$, то $(b-c) = p^2$ подходит. т.к.

2) если $(a-c) = -1$, то $(b-c) = -p^2$ $b > a \quad \text{и } p^2 > 1$.

$-p^2 < -1 \Rightarrow b-c < a-c \Rightarrow b < a$ противоречие

Итак либо $\begin{cases} (a-c) = -p \\ (b-c) = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} (a-c) = 1 \\ (b-c) = p^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} (a-c) = -p \\ (b-c) = -1 \end{cases} \Rightarrow b=c-1 \quad c=b+1 \Rightarrow a-b-1 = -p^2 \Rightarrow$$

$$b-a = p^2 - 1 \quad b-a = (p+1)(p-1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пункт 1

$$b-a \mid 3 \Rightarrow p \mid (p-1)(p+1) \mid 3 \quad \text{Значит либо}$$

среди любых 3 наряду найдется число кратное 3 и 4

Пусть есть n_1, n_2, n_3 . Если у первого остаток 1 при делении на 3, то $n_1+2 \equiv 3$, если 2 то у n_1+3 , если 0 то оно кратно 3. $(p-1) \mid 3, (p+1) \mid 3 \Rightarrow p \equiv 3$

~~последнее число~~ \Rightarrow ~~если оно кратно 3~~
~~то оно кратно 3~~

$$\text{БК реш} \quad p=3$$

$$b-a = 3^2 - 1 = 8 \Rightarrow a^2 + a + 8 = 1000 = 0.$$

$$b = a+8.$$

$$a^2 + a + 992 = 0.$$

$$D = 1 + 3968 = 3969 \neq$$

$$\sqrt{D} = 63$$

$$a_1 = \frac{63-1}{2} = 31 \quad a_2 = \frac{-63-1}{2} = -32.$$

$$b_1 = 35$$

$$b_2 = -24.$$

$$c_1 = 40 \text{ и } b_1$$

$$c_2 = -23 = b_1 + 1$$

Проверка:

Проверка

$$38 + 31 = 69 \not\mid 3$$

$$-24 > -32$$

$$38 > 31$$

$$-24 - (-32) = 8 \not\mid 3$$

$$(38-n_0)(31-n_0) = (-31-(-1)) = 8.$$

$$(-24-(-23))(-32-(-23)) = (-9)(-1) = 9$$

$$(31)^2 + 38 = 1000$$

$$(-32)^2 + -24 = 1000$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \text{ Если } \begin{cases} (b-a) = p^2 \\ (a-c) = 1 \end{cases} \Rightarrow a = c + 1, \quad c = a - 1.$$

$$b - a + 1 = p^2$$

$$b - a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \Rightarrow \text{ получаем},$$

$$(p-1) \nmid 3 \quad (p+1) \nmid 3 \quad p \nmid 3 \quad \text{последнее} \Rightarrow p=3$$

$$b - a = 3^2 - 1 = 8.$$

$$b = a + 8.$$

$$a^2 + a - 992 = 0.$$

$$D = 1 + 3 \cdot 968 = 3969$$

$$\sqrt{D} = 63$$

$$a_1 = \frac{63 - 1}{2} = 31$$

$$a_2 = \frac{-63 - 1}{2} = -32$$

$$b_1 = 39$$

$$b_2 = -24$$

$$c_1 = a_1 - b_1 = 30$$

$$c_2 = a_2 - b_2 = -33$$

Проверка:

$$33 > 31$$

Проверка:

$$-24 > -32$$

$$-24 - (-32) \vdots 3$$

$$33 - 31 \nmid 3$$

$$(-32 - (-33))(-24 - (-33)) = 9$$

$$(31 - 30)(39 - 30) = 9$$

$$3 \cdot 31^2 + 38 = 6000$$

$$(-32)^2 - 24 = 6000$$

$$\text{Ответ: } a_1 = 31 \quad b_1 = 39 \quad c_1 = 30$$

$$a_2 = -32 \quad b_2 = -24 \quad c_2 = -33$$

$$a_3 = 31 \quad b_3 = 39 \quad c_3 = 30$$

$$a_4 = -32 \quad b_4 = -24 \quad c_4 = -33$$

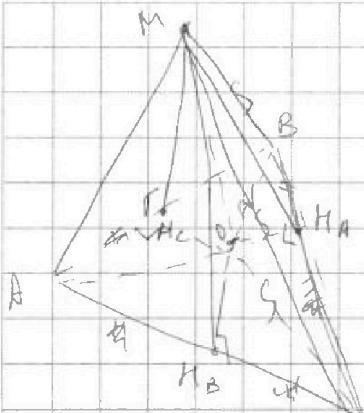
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



① по усн $AB = BC = AC$

H_c, H_B, H_A высоты над AB, BC, AC

$$S_{AMB} = AB \cdot MH_B \cdot \frac{1}{2} = 6 \quad \text{Абсолютное значение}$$

$$S_{AMC} = AC \cdot MH_C \cdot \frac{1}{2} = 6 \quad \text{сравнение}$$

$$\Rightarrow S_{MBC} = \frac{1}{2} BC \cdot MH_A = 5$$

$$\Rightarrow MH_B = MH_C \neq \sqrt{AB} = AC$$

② MO высота четырехугольника.

$OH_B \perp MO; OH_A \perp MO; MH_C \perp MO$ по

т.к. O - центр перпендикульаров \Rightarrow

$S_{MOB} = S_{MOC}$ по катету (MO общее)

и гипotenузе ($MH_B = MH_C$)

$$S_{ABC} = S_{OAC} + S_{OBC} + S_{MOB} + S_{MOA} = 8.$$

③ $AH_B = AH_C \neq \sqrt{AB}$ $\Rightarrow AOH_B \sim AOH_C$ н/у AO общ.

$OH_B = OH_C = 6 \Rightarrow H_B C = H_C B = AC - AH_B =$ гипотенуза

$= AB - AH_C \Rightarrow OC = OB + \sqrt{AH_C} \cdot BO \Rightarrow H_B OC$

н/у $AH_C = OH_B$ $H_B C = H_C B$ $OC = CB \Rightarrow$
(катеты) (гипотенуза)

④ $\triangle OBC$ р/с $\Rightarrow OH_A \in AH$ т.к. AH высота ABC

т.к. OH_A медиана и высота $\Rightarrow AH$ медиана



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Всего 40

⑤ по сформулировке

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{ab}{2}\right)} = 4$$

$$\sqrt{\frac{3a^4}{16}} = 4 \quad \frac{3a^4}{16} = 16 \quad a^4 = \frac{4^4}{3} \quad a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$$

$$\frac{8a^4}{16} \text{ периметр} = \frac{5}{a} + 2 = \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{ABC} = S_{ACD} + S_{ABD} + S_{BCD} = (2H_C D + H_A D) AB = 4$$

$$2H_C D + H_A D = \frac{8}{4} = 2\sqrt[4]{3}$$

O ∈ AH ⇒ M5 лежит в ∆ AHD.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -6$$

$$x + 2z \leq 3$$

$$\text{т.ч. } -20 \leq z \leq 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k^8 x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \quad |^2$$

$$k^{11} x = (2-x)$$

$$k^{17} x = \frac{\sqrt{25x+34}}{(3x+2)^3}$$

$$k^8 = \frac{1}{(3x+2)^4}$$

$$k^8 = (2-x)$$

$$k^8 = \frac{1}{(3x+2)^4}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$(2-x) \cdot \sqrt{(3x+2)^3} = \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{1}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{(3x+2)}} = (2-x)$$

$$\frac{(25x+34)(3x+2)}{13x+2} = x^3 + 4 - 4x$$

$$3x+2 > 0. \text{ т.е.}$$

$$(25x+34) = x^3 + 4 - 4x$$

$$x^3 - 28x - 30 = 0$$

D=

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 13 \\ \hline 225 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 27 \\ \hline 225 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 34 \\ \hline 241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \\ - 21 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 13x+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 21 \\ \hline 38 \end{array} \text{ В.п.}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 21 \\ 13 \\ \hline 02 \\ 02 \\ \hline 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 5 \\ \hline 28 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \cos 2x \cos x - \sin x \sin 2x = 0 \\ & \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = 0 \\ & 1 - 4 \sin^2 x \cos x = 0 \\ & 2 \cos^3 x - \cos x = 0 \end{aligned}$$

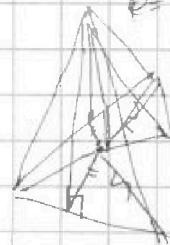
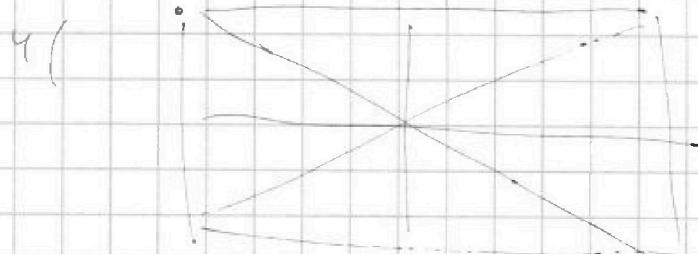
III IV

II

IV

$$12 \cos^2 x - 6 + 3 \cos x + 4 \cos(\frac{x}{2}) = 0$$

$$D = \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}$$



$$768$$

$$3 \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cos(30) = \cos 30 \cdot 0$$

$$3 \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cos 60 = \cos 120 \quad 6 \times 1 \quad 2 - 3 = -1$$

-1

1

$$\begin{aligned} & \frac{3a}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{9a^2}{4} \\ & 9 - 3 = 6 \\ & \frac{3a}{2} = 4 \\ & a = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{a^2}{4} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9} \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\begin{aligned} & \cos x - 4 \sin^2 x \cos x \\ & \cos - 4(1 - \cos^2 x) \cos x = 1 - 4 \cos x + 4 \cos^3 x \end{aligned}$$

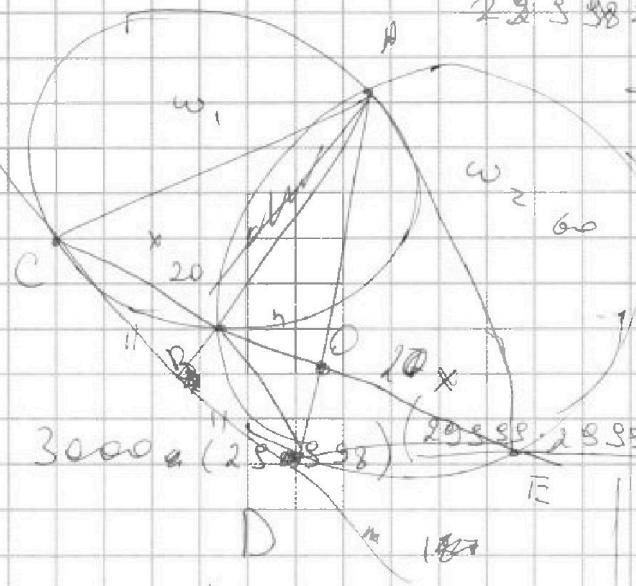


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$29388^2 - 18^2 = 66$$

$$\frac{1}{2}$$

$$E. O.$$

$$8 \quad 3000$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = 8$$

$$16$$

$$CD = CB \cdot CE$$

$$3000 \cdot 20x \cdot n = DO \cdot AD$$

$$3000 (29388) (23888) (23957) \cdot 14533$$

$$\begin{aligned} 3000 &= 15000 \cdot 2 \\ 15000 &= 7500 \cdot 2 \\ 7500 &= 3750 \cdot 2 \\ 3750 &= 1875 \cdot 2 \\ 1875 &= 7x - b \end{aligned}$$

$$DE = AB + BD \cdot AE = AD \cdot BE$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 20x = OD \cdot AD \\ 20x = OD \cdot NO \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 20x = AD \cdot NO \\ OD : ON = 20 : 7 \end{array} \right.$$

$$AD \cdot NO = 8n \cdot 7x$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(2x+x) = OD(OD+NO) \cdot (OD+AD) \\ &= \cos 2x \cdot \sin x + \sin 2x \cos x = (OD + \frac{7}{20}OD)(OD + AD) \\ &= 2\cos^2 x \sin x + 7\cos x \sin x = 2\cos^2 x - \sin x \end{aligned}$$