МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

$ab \vdots 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \Rightarrow ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot x$ где $x \in \mathbb{N}$

Аналогично для bc и ac $\Rightarrow \min ab$ когда $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

Аналогично для bc и ac.

В любом случае, если при min $ab; bc; ac$ числа получ. нецелыми (что противоречит условию), то подбирая min в x не может быть других простых множителей кроме $2; 3; 5$, иначе число abc не будет min.

$\Rightarrow$ Пусть: $a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$

$b = 2^l \cdot 3^m \cdot 5^k$

$c = 2^d \cdot 3^e \cdot 5^f$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + l = 8 \\ l + d = 12 \\ x + d = 14 \end{cases} \quad l = 3;\ x = 5;\ d = 9 \qquad l + x + d = 17$$

$$\begin{cases} y + m = 14 \\ m + e = 20 \\ y + e = 21 \end{cases} \quad m = 6{,}5;\ y = 7{,}5;\ e = 13{,}5 \Rightarrow a; b; c \notin \mathbb{N}$$

значит чтобы они $\in \mathbb{N}$

$ab \geqslant 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$; $bc \geqslant 2^{12}\, 3^{20}\, 5^{19}$; $ac \geqslant 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + m \geqslant 14 \\ m + e \geqslant 20 \\ y + e \geqslant 21 \end{cases}$$

min варианты: т.к. $m \geqslant 6{,}5$; $y \geqslant 7{,}5$; $e \geqslant 13{,}5$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m = 7 \\ y = 7 \\ e = 14 \end{cases} \\ \begin{cases} m = 6 \\ y = 8 \\ e = 14 \end{cases} \\ \begin{cases} m = 7 \\ y = 8 \\ e = 13 \end{cases} \end{array}\right.$$

В любом случае $m + y + e = 28$

$$\begin{cases} f + k = 17 \\ k + z = 12 \\ z + f = 39 \end{cases} \quad \begin{cases} k = 5 \\ z = 7 \\ f = 12 \end{cases} \quad k + z + f = 24$$

Т.о. $abc = 2^{x+l+d} \cdot 3^{e+m+y} \cdot 5^{z+k+f} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$.

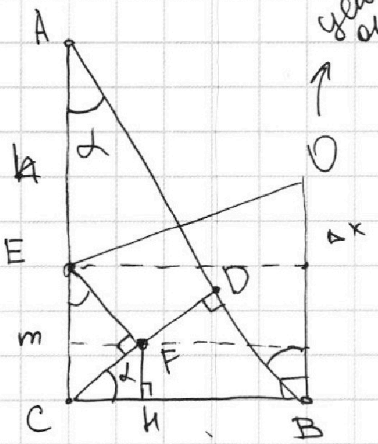
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

центр окр-ти



$AD : DB = 5 : 2$

$\Rightarrow \dfrac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{7}{5}$

$\Rightarrow S_{ADC} = \dfrac{5}{7} S_{ABC}$

т.к. $EF \parallel AD$, то

$\triangle CEF \sim \triangle CAD$

$\Rightarrow \dfrac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = k^2$ где

k - коэффициент подобия $\triangle CEF$ к $\triangle CAD$

$S_{CEF} = \dfrac{5}{7} S_{ABC} \cdot k^2$

Пусть $EC = m$, тогда $CB^2 + \Delta x^2 = (m + \Delta x)^2$

$\underbrace{EA = h}$

$((m - FH) + \Delta x)^2 + (CB - CH)^2 = (m + \Delta x)^2$

$\dfrac{CF}{FD} = \dfrac{m}{h}$

при этом $\dfrac{m}{m+h} = k$ где $FH = k \cdot CD \cdot \cancel{tg} \sin\alpha$

$$\boxed{\begin{array}{ll} CB = \sqrt{14}x & \sin\alpha = \frac{\sqrt{14}}{7} \\ AC = \sqrt{35}x & \\ CD = \sqrt{10}x & \cos\alpha = \frac{\sqrt{35}}{7} \end{array}}$$

$\dfrac{m}{AC} = k \Rightarrow m = k \cdot AC$

$CB^2 + \Delta x^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$

$(k \cdot AC - k \cdot CD \cdot \sin\alpha + \Delta x)^2 + (CB - k \cdot CD \cdot \cos\alpha)^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$

при этом $AC; CD; \sin\alpha; \cos\alpha; CB$, - можем найти из того, что $AD = 5x$; $DB = 2x$

$\Rightarrow$ можем выразить через x. Δx, и x сократится $\Rightarrow$ найдем k.

$\Delta x = \dfrac{14x - k^2 \cdot 35x}{2k \cdot \sqrt{35}}$

$\left(\dfrac{15k^2 + 14}{2k\sqrt{35}}\right)^2 + 14 + k^2 \cdot \dfrac{14 \cdot 25}{49} - 20k = \left(\dfrac{k^2 \cdot 70 + 14 - k^2 \cdot 35}{2k\sqrt{35}}\right)^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{\pi - 2x}{10}$

$\boxed{\text{Ответ: } x \in \left\{-2\pi;\ -\frac{\pi}{3};\ \frac{\pi}{2};\ \frac{4\pi}{3};\ 3\pi\right\}}$

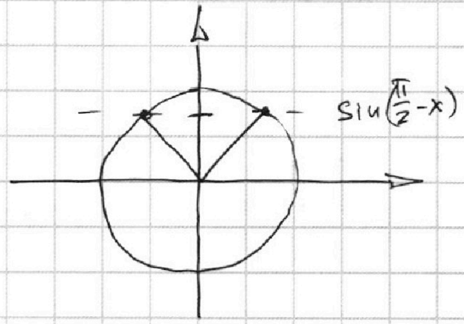
arcsin определен на $\left[-\frac{\pi}{2};\ +\frac{\pi}{2}\right]$

$\Rightarrow \quad \frac{\pi - 2x}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$

$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$

$4\pi \geq -2x \geq -6\pi$

$-2\pi \leq x \leq 3\pi$



$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n \quad (1) \\ \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k \quad (2) \end{array}\right. \qquad n; k \in \mathbb{Z}$$

1) $5\pi - 10x = \pi - 2x + 20\pi n$

$4\pi - 20\pi n = 8x$

$x = \frac{4\pi(1 - 5n)}{8}$

2) $5\pi - 10x = 10\pi - \pi + 2x + 20\pi k$

$-4\pi - 20\pi k = 12x$

$\frac{-4\pi(1 + 5k)}{12} = x$

$x = \frac{\pi}{2}(1 - 5n)$

↳ монотонно убыв. функция

$n = +2 \quad x = -4{,}5\pi$

$\Rightarrow n \geq 2$ x не подходит $< -2\pi$

$n = 1 \quad x = -2\pi$

$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{2}$

$n = -1 \quad x = 3\pi$

$n < -1 \quad x > 3\pi$

↳ не подходит.

функция монотонно ~~...~~ убывает

$x = -\frac{\pi}{3}(1 + 5k)$

$k = 1 \quad x = -2\pi$

$k > 1 \quad x < -2\pi$ W

$k = 0 \quad x = -\frac{\pi}{3}$

$k = -1 \quad x = \frac{4}{3}\pi$

$k = -2 \quad x = 3\pi$

$k < -2 \quad x > 3\pi$ W

Ответ: $x \in \left\{-2\pi;\ -\frac{\pi}{3};\ \frac{\pi}{2};\ 3\pi;\ \frac{4\pi}{3}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

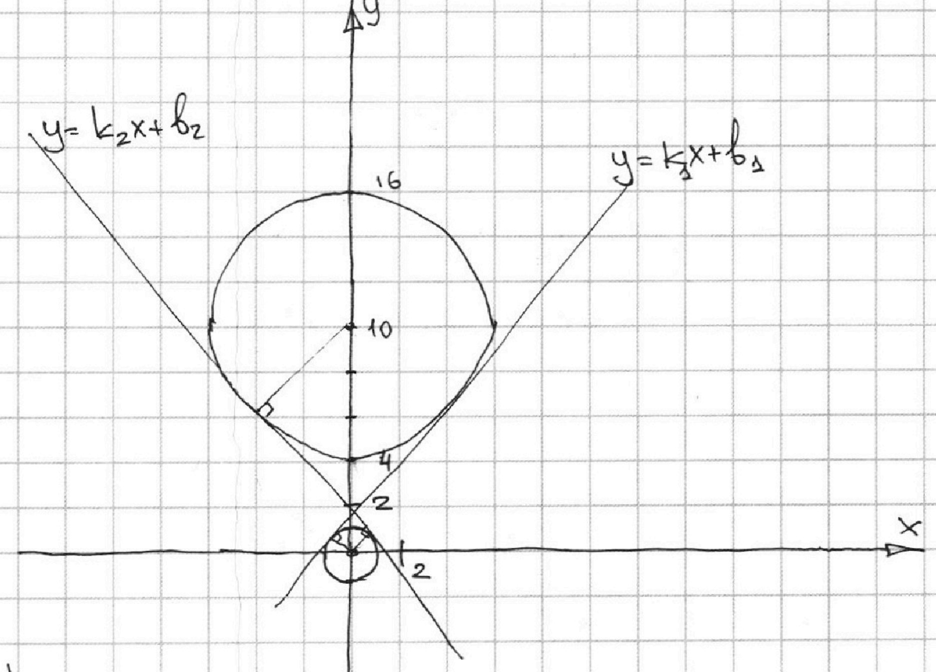
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

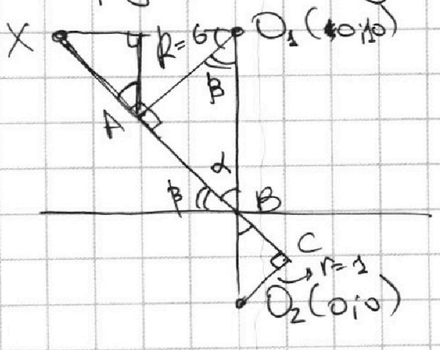
$$\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)=0 \end{cases}$$

Для начала рассмотрим второе уравнение

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \quad \text{— окружность с центром } (0;0) \text{ и } R=1 \\ x^2+(y-10)^2=36 \quad \text{— окруж-ть с центром } (0;10) \text{ и } R=6 \end{array}\right.$$



Прямые $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ — общие касательные окружностей. При этом $k_1>0$; $k_2<0$.
=> если $a \leqslant k_1$ или $a \geqslant k_2$ ← с учетом знака k_2
то подобрать b, чтобы было 4 решения — невозможно
=> достаточно найти k_1 и k_2
Я предпочитаю делать это из геометр. соображений:



$\triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$

$\Rightarrow \dfrac{O_1B}{O_2B}=\dfrac{R}{r}=6$

$O_1B+O_2B=10$

$O_2B=\dfrac{10}{7}$

$O_1B=\dfrac{60}{7}$

$k_2=-\operatorname{tg}\beta$

$\Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{R}{O_1B}=\dfrac{6\cdot 7}{60}=\dfrac{7}{10}=\cos\beta$; $\sin\beta=\dfrac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow \operatorname{tg}\beta=\dfrac{\sqrt{51}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Аналогично высчитываем, что $k_1 = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $k_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7}$

$\Rightarrow a > k_1$ т.е. $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ или $a < k_2$ т.е $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

Ответ: $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ или $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \frac{4}{3}\log_{2x}5 - 3$ $\qquad xy = n$

$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3}\log_{2x}5 + 3 = 0$

$\log_5(2x) = m$ $\qquad l+m = \log_5(2xy) = $

$= \log_5(2n)$

$m^4 - \frac{13}{3m} + 3 = 0$

$3m^5 - 13 + 9m = 0$

$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = -\frac{1}{3}\log_y 5 - 3$

$\log_5^4 y + \frac{13}{3}\log_y 5 + 3 = 0$

$\log_5 y = l$

$3l^5 + 13 + 9l = 0$

$3(l^5+m^5) + 9(m+l) = 0$ – сложим

$3(m+l)(m^4+l^4+\dots) + 9(m+l) = 0$

$(m+l)(3(m^4+l^4+\dots)+9) = 0$

$m+l = 0$

$\log_5(2xy) = 0$

$2xy = 1$

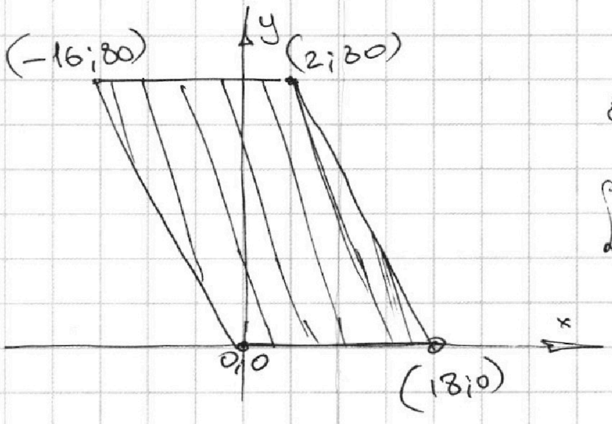
$xy = 0{,}5$

Ответ: 0,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 [X] 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$(x_1;y_1)$ $(x_2;y_2)$

~~Если~~ Если точка $(x;y) \in$ данному парал-му, то

$$\begin{cases} 0 \le y \le 80 \\ y \geq -5x \\ y \le -5x+90 \end{cases}$$

(*) условие: $5(x_2-x_1)+y_2-y_1=45$

~~К~~ коэф. наклона боковых (не || осям) ~~ребер~~ сторон парал-ма $=-5$.

Возьмем точку $A(x_1;y_1)$. Тогда пусть т. B подходит под данное условие ($5(x_2-x_1)+y_2-y_1=45$) тогда рассмотрим какие ещё точки могут ~~[illegible]~~ подходить под это условие.

Пусть подходит т. C. У неё $y_3 = y_2 + \Delta y$

тогда $5(x_3-x_1)+y_2+\Delta y-y_1=45$

$$\Delta y + 5(x_3-x_1)+45-5x_2+5x_1=45$$

$$5(x_3-x_2) = -\Delta y$$

$$5\Delta x = -\Delta y \Rightarrow \Delta y = -5\Delta x$$

$\Rightarrow$ все точки подходящие под условие лежат на одной прямой с коэф. наклона -5, то есть || боковым сторона парал-ма.

Возьмём т. $A(x_1;y_1)$ и т. $B(x_1+9;y_1)$

Она подходит под условие (*).

$\Rightarrow$ Возьмем прямую с коэф. $k=-5$ и проходящую через т. B. Все точки на ней ~~[illegible]~~ и только на ней подходят под условие (*)

Тогда получается, что точки $(x_1;y_1)$ лежащие на прямой $y=-5x+45$ подходят под (*), а все точки „правее" (для которых ~~[illegible]~~ $x > \frac{45-y}{5}$) не подходят. (т.к. для них x_1+9 лежит за границей парал-ма)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

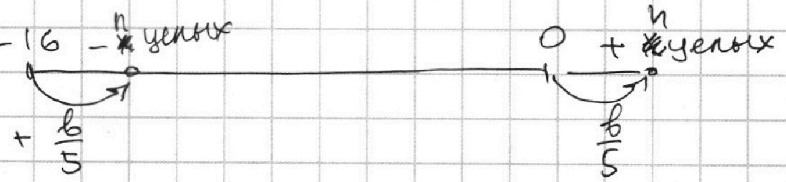
~~Т.к.~~ Стоит отметить, что $(x;y)$ - целые попадаются только на прямых где $b \in \mathbb{Z}$ т.к. $y = -5x + b$
целое. целое

таких прямых от $y = -5x$ до $y = -5x + 45$ всего 10.

Далее также стоит сказать, что на любой прямой вида $y = -5x + b$ где $y \in [0;80]$ всего 17 ~~[illegible]~~ целых точек.
$b \,\vdots\, 5$

т.к.:
$$0 \le y \le 80$$
$$0 \le -5x + b \le 80$$
$$\frac{b}{5} \ge x \ge -16 + \frac{b}{5}$$

У прямой $b = 0$ 17 целых точек. Тогда



т.к. $\frac{b}{5}$ смещает границы диапазона на равные части причем т.к. $b \,\vdots\, 5$, то кол-во целых не меняется.

Если $b \not\vdots\, 5$ то кол-во целых $= 16$. из почти ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ аналогичных рассуждений.

тогда для каждого ~~[illegible]~~ значения прямой $y = -5x + b$ (b в диапазоне от $y = -5x$ до $y = -5x + 45$) ~~[illegible]~~ подойдут все значения прямой $y = -5x + b + 45$.

Итого: $b \in [0;45] \to 46$ прямых

Для $b \in \{0;5;10;15;20;25;30;35;40;45\}$ 17 значений целых и 17 знач. на прямой с точками b.

Для ~~[illegible]~~ остальных из 36 значений для прямой точек A и т. B.

$\Rightarrow$ Всего: $10 \cdot 17^2 + 36 \cdot 16^2 = 12106$

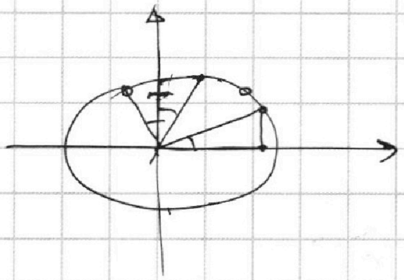
Ответ: 12106.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

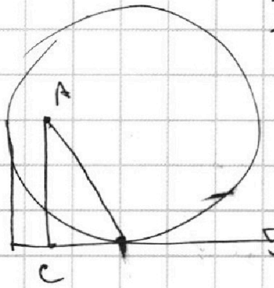
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$



$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right)$

$10 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right)\right) = \pi - 2x$



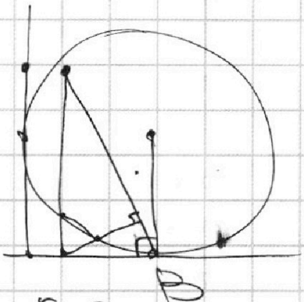
$\frac{\pi - 2x}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

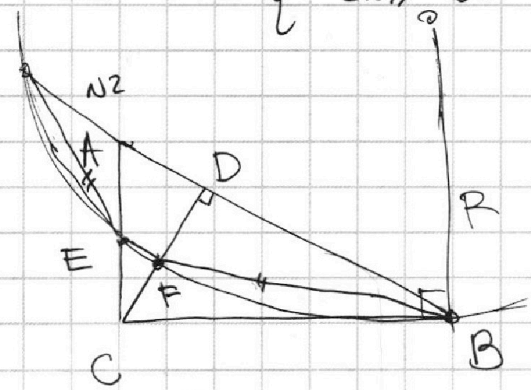
$\pi - 2x \in [-\pi \cdot 5; \pi \cdot 5]$

$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$

$\begin{cases} 4\pi \geq -2x \\ -2x \geq -6\pi \end{cases}$ $\begin{cases} -2\pi \leq x \\ +3\pi \geq x \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k \end{array}\right.$

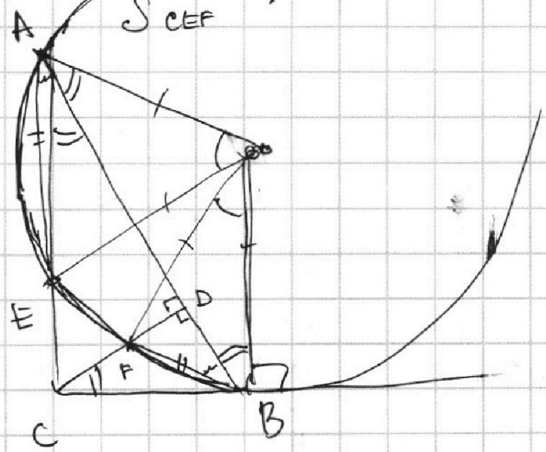




$AB \parallel EF$

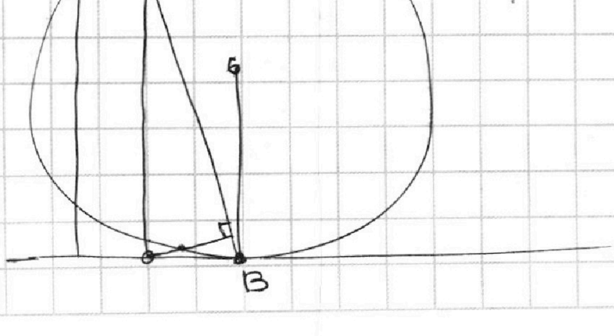
$AD : DB = 5 : 2$

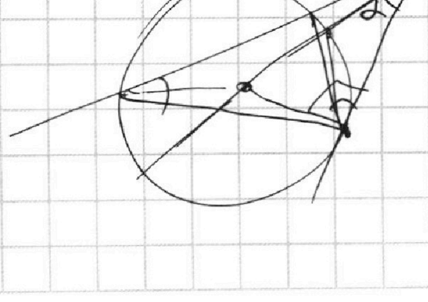
$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$ – ?



S_{ABC}

$S_{ADC} = \frac{\cancel{4}\,5}{7} S_{ABC}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

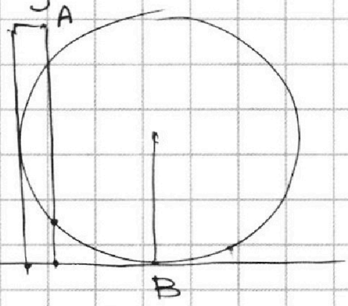
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \vdots 2^8 3^{14} 5^{12}$ $\quad a = 2^x 3^y 5^z$

$bc \vdots 2^{12} 3^{20} 5^{17}$ $\quad b = 2^l 3^m 5^k$

$ac \vdots 2^{14} 3^{21} 5^{39}$ $\quad c = 2^d 3^e 5^f$



$\min abc - ?$

$ab = 2^{x+l} = 2^8$

$x+l=8$ $\quad l+d=12$

$y+m=14$ $\quad m+e=20$

$z+k=12$ $\quad k+f=17$

$x+d=14$

$y+e=21$

$z+f=39$

$\left.\begin{matrix} x+2l+d=20 \\ x+d=14 \end{matrix}\right\}$ $2l=6$, $l=3$

$x=5$, $d=9$

$\left.\begin{matrix} y+m\cdot 2+e=34 \\ y+e=21 \end{matrix}\right\}$ $2m=13$, $m=6{,}5$

$y=7{,}5$, $e=13{,}5$

$\left.\begin{matrix} z+2k+f=29 \\ z+f=39 \end{matrix}\right\}$ $k=5$

$z=7$

$f=12$

$m=7$ $\quad y=8$ $\quad e=14$

$e=\cancel{14}\,13$ $\quad m=6$

$y=7 \}\times$ $\quad e=14$

$\cancel{m=6}$, $\cancel{y=8}$, $\cancel{e=14}$

$y+m \geq 14$ $\quad m+y+2e \geq 41$

$m+e \geq 20$ $\quad m+y \geq 14$

$y+e \geq 21$ $\quad 14+2e \geq 41$

$m \geq 6{,}5$ $\quad 2e \geq 27$

$y \geq 7{,}5.$ $\quad e \geq 13{,}5$

$m=7$, $y=7$, $e=14$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

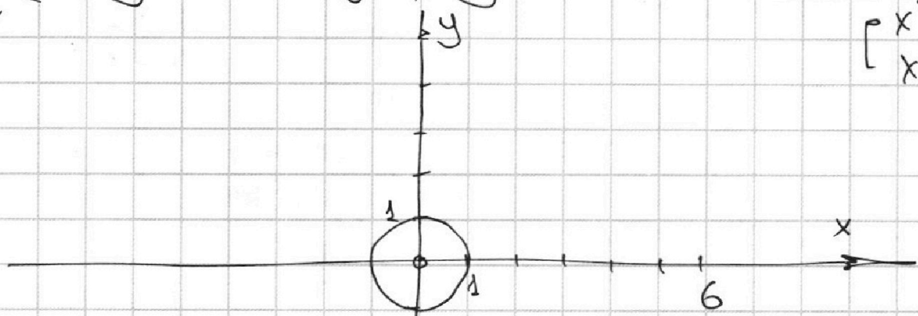
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4.

$$\begin{cases} ax-3y+4\cdot b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)=0 \end{cases}$$

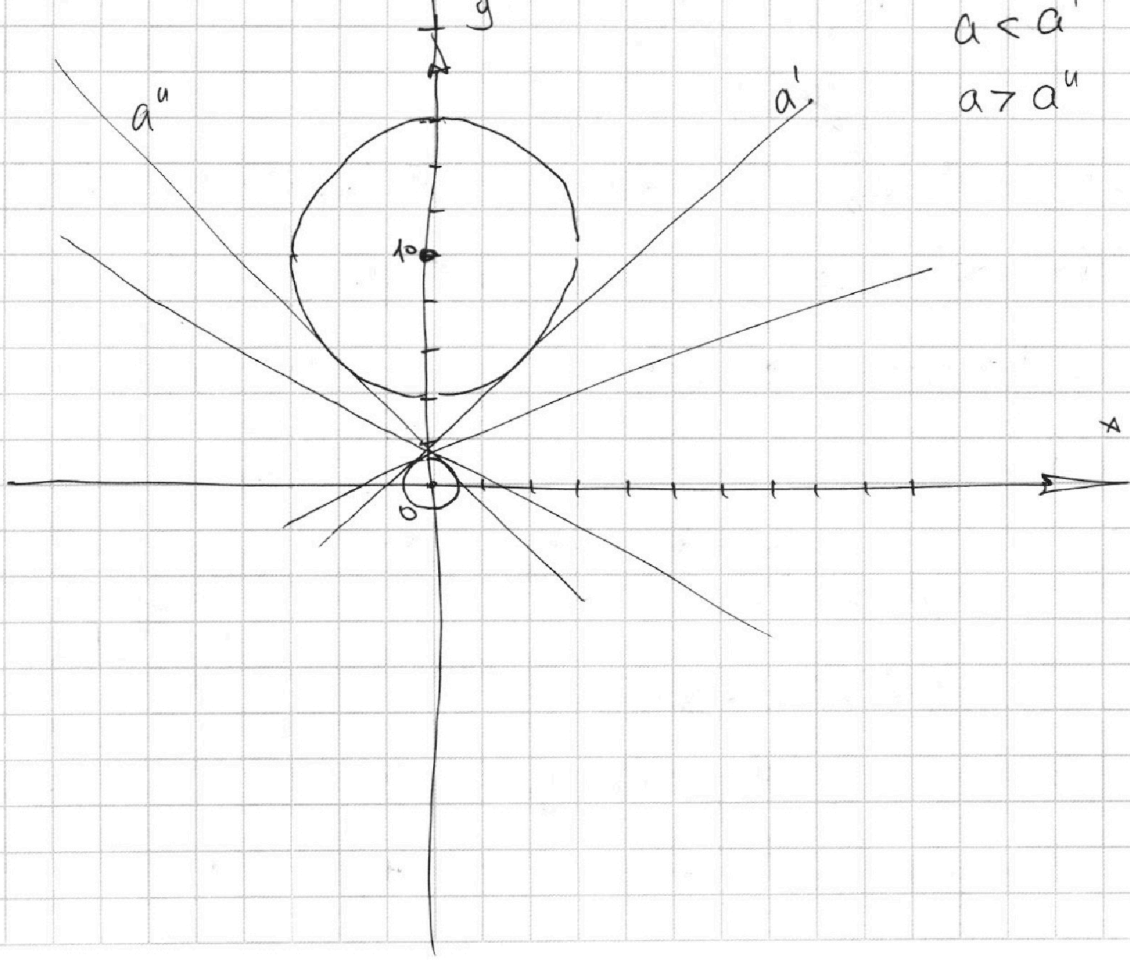
4 решения.



$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-10)^2=36 \end{array}\right.$$

$ax+4b=3y$

$y=\frac{a}{3}\cdot x+\frac{4}{3}b$



$a<a'$

$a>a''$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$625 = 5\cdot5\cdot5\cdot5 = 5^4$

$xy - ?$

$625 = 25\cdot5\cdot5$

$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{8x^3}625 - 3$

$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3$

$\log_5^4(2x) - 3\cdot\log_{2x}5 = \frac{4}{3}\cdot\log_{2x}5 - 3$

$\left.\begin{array}{l}2x > 0\\ 2x \neq 1\end{array}\right\}$ ОДЗ.

$\log_5(2x) = m$

$\begin{cases} y = -5x + b_1 \\ y = -5x + b_2 \end{cases}$

$-45 - 5x + b_2$

$-5x + b_1 = -45$

$b_1 = b_2 - 45$

$m^4 - 3\cdot\frac{1}{m} = \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{m} - 3$

$m \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$m^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3m$

$0 \le y \le 80$

$-5x = y$

$x = 0 \quad y = 0$

$x = -1 \quad y = 5$

$x = -2 \quad y = -10$

$x = -3 \quad y = -$

$m(m^4 + 3) = \frac{4+9}{3}$

$y = -5x + b$

$3m^5 + 9m - 13 = 0$

$0 \le -5x + b \le 80$

$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \cancel{\log} - \frac{1}{3}\log_y 5 - 3$

x_1, y_1 – целое

$\Rightarrow x_1 + 9;\ y_1$ – целое

$\log_5^4(2x) + \log_5^4 y + 4\log_y 5$

$-b \le -5x \le 80 - b$

$O(0;0)$

$\begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \end{array}$

2890

$A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2)$

$x \geqslant -16 + \frac{b}{5}$

$P(-16;80)$

$90 \quad 5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45.$

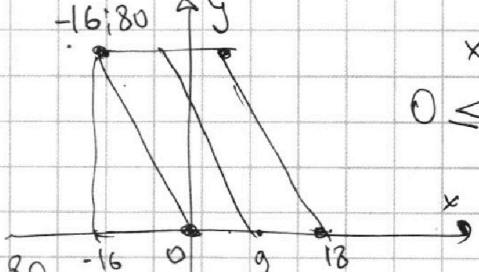
$b \in [0;90]$

$Q\ (2;80)$

$x_1; y_1 \quad x_2; y_2.$

$R\ (18;0)$

$0 \le y \le 80$



$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ +16 \\ \hline 256 \\ \times 36 \\ \hline 1536 \\ +768 \\ \hline 9216 \end{array}$

$y \geqslant -\frac{80}{16}x = -5x$

$y = 0$

$x = 18$

$-\frac{18\cdot 80}{16} + b = 0$

$y \le -\frac{80}{16}x + 90 = -5x + 90$

$b = +5\cdot18 =$

$= 90$

$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45$

$-16 \quad 12106 \quad 17 \cdot \quad 0$

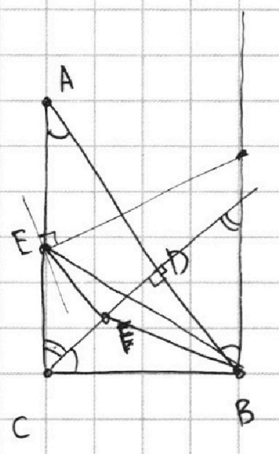
$9216 + 2890 =$

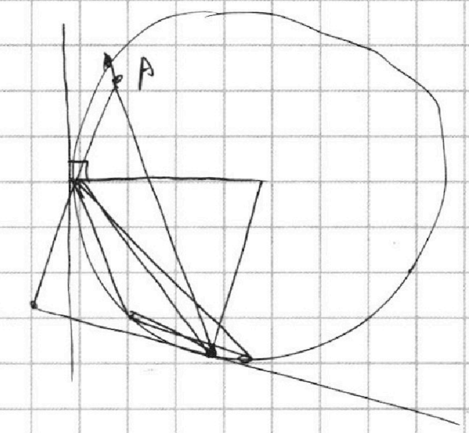
$\Delta x \quad \Delta x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





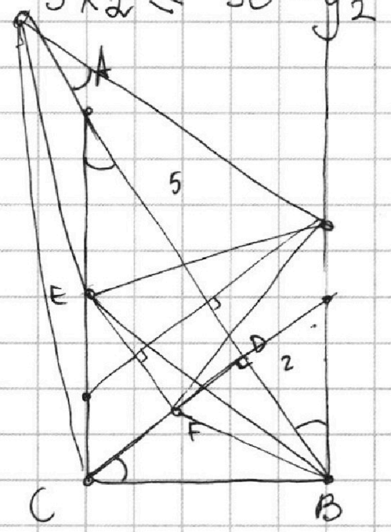
$(x_1; y_1)$ $x_2\ y_2.$

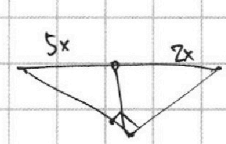
$5x_2 \geq -y_2$

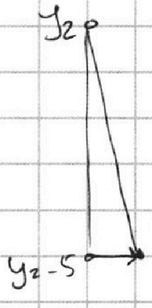
$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$

$5x_2 \leq 90 - y_2$

$5\left(x_2 + \frac{1}{5} - x_1\right) \quad y_2 - y_1 - 1 = 45$







$\frac{AE}{EC} = \frac{DF}{FC}$

$\frac{y}{2x} = \frac{5x}{y}$

$y^2 = 10x^2$

$y = \sqrt{10}\,x$

$CB = \sqrt{10+4} = \sqrt{14}\,x$

$AC = \quad 10 + 25 = \sqrt{35}\,x$

$7x$

$\frac{\sqrt{14}\,x}{l} = \frac{\sqrt{10}}{2x}x$

$l = \cancel{40}\ \cancel{35}\ \frac{\sqrt{5\cdot\cancel{2}}\cdot x}{\sqrt{7\cdot\cancel{2}\cdot 2\cancel{x}}}$

$$14x^2 + \Delta x^2 = k^2 \cdot 35x^2 + \Delta x^2 + 2k \cdot \Delta x \cdot \sqrt{35}\, x$$

$$\left(k \cdot \sqrt{35}\, x - k \cdot \sqrt{10}\, x \cdot \frac{\sqrt{14}}{7} + \Delta x\right)^2 + \left(\sqrt{14}\, x - k \cdot \sqrt{10}\, x \cdot \frac{\sqrt{35}}{7}\right)^2 =$$

$$= \left(k \cdot \sqrt{35} x + \Delta x\right)^2$$

$$14x^2 = k^2 \cdot 35x^2 + 2k\,\Delta x \sqrt{35}\, x$$

$$\Delta x = \frac{14x^2 - k^2 \cdot 35x^2}{2k\sqrt{35} \cdot x} = \frac{14x - k^2 \cdot 35x}{2k \cdot \sqrt{35}}$$

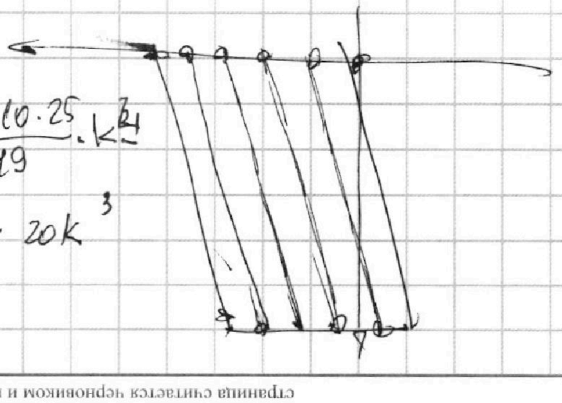
$$\frac{k^2 \cdot 35 \cdot 2x - k^2 \cdot x \cdot 10 \cdot 2 + 14x - k^2 \cdot 35x}{2k\sqrt{35}} =$$

$$= \left(\frac{15k^2 \cdot x + 14x}{2k\sqrt{35}}\right)^2 \qquad 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3\,7 \cdot 5$$

$$\left(\sqrt{14}x - kx\,\frac{5 \cdot \sqrt{14}}{7}\right)^2 =$$

$$= 14x^2 + k^2x^2 \cdot \frac{14 \cdot 25}{49} - 2 \cdot \frac{14}{7} \cdot 5\,kx^2$$

$$\left(\frac{k^2 \cdot 35 \cdot 2x + 14x - k^2 \cdot 35x}{2k\sqrt{35}}\right)^2 \qquad m^5 + l^5 = m^4 + l^4 + m^3 + l^3 +$$



$$225k^4 + 14^2 + 30 \cdot 14k^2 + 14^2 \cdot 10k + \frac{14^2 \cdot 10 \cdot 25}{49} \cdot k^2$$

$$- 20k^3$$