



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Оценка: Из ука следует, что $ab \cdot bc \cdot ac : (2^{6+14+16} \cdot 3^{13+21+25} \cdot 5^{11+13+28})$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

квадрат

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52}$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

н.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

Пример: Но! $ac : 5^{28}$ значит $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Пример: $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$$b = 2^{24} \cdot 3^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{18} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

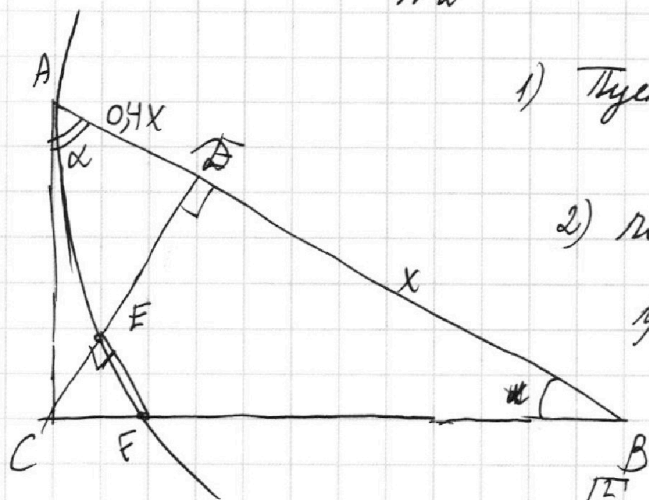
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2



1) Пусть $BD = x \rightarrow AB = 1,4x$
 $AD = 0,4x$

2) по св-ву высоты в

прямоуг. Δ -ке:

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} =$$
$$= x \sqrt{\frac{2}{5}}$$

2) Пусть $\angle CAB = \alpha$: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}}}{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$2x - 4\pi = 10 \arcsin(\sin x), \quad x - 2\pi = 5 \arcsin(\sin x)$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{5\pi}{2} \quad \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

1°) если $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$: $x - 2\pi = 5x$

$$\arcsin(\sin x) = x$$

$$-2\pi = 4x, \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{2}} \text{ не подходит.}$$

2°) если $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$:

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(\pi - x)) = \pi - x$$

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x - 2\pi = 5(\pi - x), \quad x - 2\pi = 5\pi - 5x, \quad 6x = 5\pi, \quad \boxed{x = \frac{5\pi}{6}}$$

$$\text{не подходит.} \quad \frac{\pi}{2}$$

3°) если $x \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$:

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x - 2\pi)) = x - 2\pi$$

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x - 2\pi = 5x - 10\pi$$

$$4x = 8\pi, \quad \boxed{x = 2\pi} \text{ не подходит.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \text{ если } x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]: \arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(2\pi + \pi - x)) =$$
$$= 3\pi - x$$
$$\in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x - 2\pi = 5(3\pi - x), \quad 6x = 17\pi, \quad x = \frac{17}{6}\pi = 2\frac{5}{6}\pi$$

$\begin{matrix} 3\pi \\ > \\ 2\frac{5}{6}\pi \\ \downarrow \\ 2,5\pi \end{matrix}$

логич.

$$5) \text{ если } x \in \left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2} \right]:$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x - 4\pi)) = x - 4\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x - 2\pi = 5(x - 4\pi)$$

$$x - 2\pi = 5x - 20\pi, \quad 4x = 18\pi, \quad x = \frac{9}{2}\pi \text{ логично}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{2}; \frac{5}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{9}{2}\pi.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 4 (прод. 2)

$$\begin{cases} \frac{4R}{5} + \frac{5}{6a} > 0 \\ -\frac{5}{6a} + \frac{4R}{5} \leq 0 \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{24R}{35}) \cup$

$\cup (0; +\infty) \cup (\frac{24R}{35}; +\infty)$

- 1 2 3 4 5 6 7

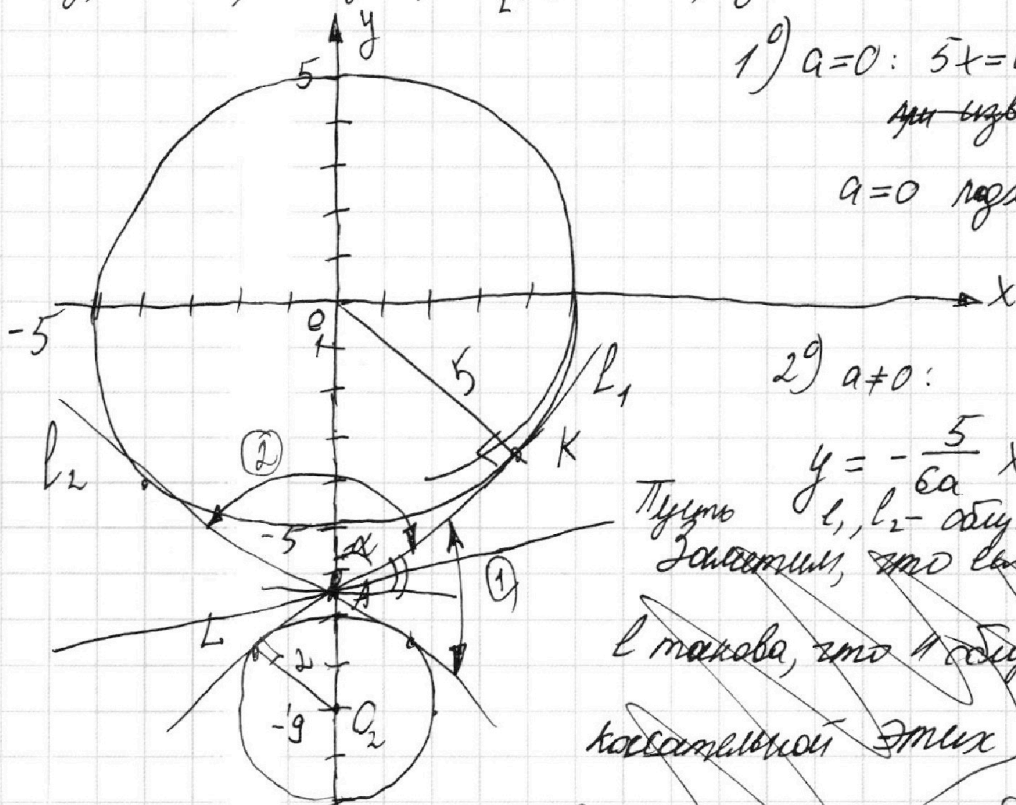
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 10y + 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & (1) \\ x^2 + (y+5)^2 = 4 & (2) \end{cases} \end{cases}$$

Решим задачу графически: (1) - ур-е окр. с центром $O_1(0; 0)$ и рад. 5
 (2) - ур-е окр. с центром $O_2(0; -5)$ и рад. 2



1) $a=0: 5x=b$
 для $b=0$ 4 мм.
 $a=0$ не подходит

2) $a \neq 0$: это пр. l

$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$
 Пусть l_1, l_2 - общ. внутр. касан.
 Заметим, что если

l такова, что l - общ. внутр. касательной этих двух

окр., то 4 мм. Бить не может

т.к. если b у нас эти прямые сближаются друг с другом и уходят в бесконечность. Значит между условиями (LK - общ. внутр. кас.)

касат. этих двух внутр. касан. Пусть $A = O_1O_2 \cap LK$
 из $\triangle LAO_2 \sim \triangle KAO_1: \frac{AO_2}{AO_1} = \frac{2}{5}$ $O_1O_2 = 5 = \frac{2}{5}AO_1 + AO_1$

A и коор. $(0; -\frac{45}{7})$ $3 = \frac{2}{5}AO_1, AO_1 = \frac{45}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4 (продолжение)

Перенесём все прямые в так, чтобы они проходили через А. Тогда логично, когда 4 прям. существует \Leftrightarrow

\Leftrightarrow Эта прямая l находится в логич. (2)

Угловой коэф. l_1 : $\sin \alpha = \frac{5}{AC_1} = \frac{5 \cdot 7}{45} = \frac{7}{9}$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{32}{81}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$k_{l_1} = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

$k_{l_2} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$ (в силу симм. отн. Оу)

Угловой коэф. $> \frac{4\sqrt{2}}{7}$
Угловой коэф. $< -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

значит угловой коэф. l лежит

$\frac{5}{6a} - \frac{4\sqrt{2}}{7} < 0$, $\frac{35 - 24\sqrt{2}a}{42a} < 0$

$a \in (-\infty; 0) \cup (\frac{35}{24\sqrt{2}}; +\infty)$

$-\frac{5}{6a} - \frac{4\sqrt{2}}{7} < 0$, $\frac{5}{6a} + \frac{4\sqrt{2}}{7} > 0$

$\frac{35 + 24\sqrt{2}a}{42a} > 0$

$a \in (-\infty; -\frac{35}{24\sqrt{2}}) \cup (0; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{35}{24\sqrt{2}}) \cup (\frac{35}{24\sqrt{2}}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N5

$$1) \log_4^4 x - 6 \frac{1}{\log_4 x} = \frac{1}{3} (-2) \cdot \frac{1}{\log_4 x} - 5 \quad (\text{м.к. } x \in (0;1) \cup (1;+\infty))$$

Пусть $\log_4 x = t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \quad / \cdot 3t \neq 0$$

$$3t^5 - 6 \cdot 3 + 2 + 15t = 0$$

$f(t)$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0 \leftarrow f(t) \text{ возр., м.к. } 3t^5 \uparrow \uparrow$$

$f(1) > 0 \rightarrow$ корень равно 1
 $f(0) < 0$

$$2) \log_4^4 (0,5y) + \log_{0,5} y = \log_{(0,5y)^3}^{1,5t} (11^{-5}) - 5$$

Пусть $\log_4 (0,5y) = a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$a^4 + \frac{1}{a} = -\frac{13}{3a} - 5 \quad / \cdot 3a \neq 0 \quad (2)$$

$$3a^5 + 3 + 13 + 15a = 0$$

$$3a^5 + 15a + 16 = 0 \leftarrow f(a)$$

$f_1(a)$ возр., как сумма

$f_1(a)$

$$t_0 \in (0;1) \\ a_0 \in (-1;0)$$

возраст.

$$f_1(-1) < 0, \quad f_1(0) > 0$$

Пусть t_0 - корень (1), a_0 - корень (2)

↓
корень равно 1 4 делит на (-1;0)

$$+ \begin{cases} 3t_0^5 + 15t_0 - 16 = 0 \\ 3a_0^5 + 15a_0 + 16 = 0 \end{cases}$$

$$3(a_0 + t_0)(a_0^4 - a_0^3 t_0 + a_0^2 t_0^2 - a_0 t_0^3 + t_0^4) + 15(a_0 + t_0) = 0 \quad / : 3$$

$$(a_0 + t_0)(a_0^4 - a_0^3 t_0 + a_0^2 t_0^2 - a_0 t_0^3 + t_0^4 + 5) = 0$$

$$\boxed{a_0 = -t_0}$$

↓
0, м.к. $|a_0| < 1, |t_0| < 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}(0,5y) + \log_{11}x = 0$$

$$\log_{11}(0,5xy) = 0 \quad 0,5xy = 1, \quad \boxed{xy = 2}$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

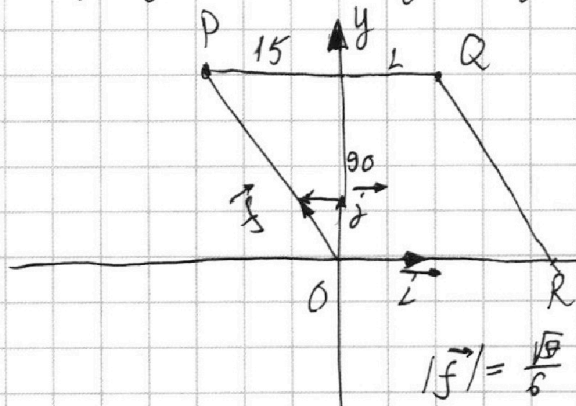


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

Перейдем в косоугольную СК \mathcal{K} по Q :



Пусть \vec{f} — единичный вектор:

$\vec{f} \uparrow \uparrow \vec{OP}$ у к-рого коэф по y равна 1

Тогда, т.к. $\frac{90}{15} = 6$

то $\vec{f} = \vec{j} - \frac{1}{6}\vec{i}$
 $\vec{j} = \vec{f} + \frac{1}{6}\vec{i}$

Пусть есть точка с коорд. (x_1, y_1) , тогда:

$$x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} = x_1 \vec{i} + y_1 \left(\vec{f} + \frac{1}{6} \vec{i} \right) = y_1 \vec{f} + \frac{6x_1 + y_1}{6} \vec{i}$$

т.е. в новой системе координат у этой точки

коорд. $(y_1; \frac{6x_1 + y_1}{6})$

условие: $6x_2 + y_2 = 6x_1 + y_1 + 48 \quad | :6$

$$\frac{6x_2 + y_2}{6} = \frac{6x_1 + y_1}{6} + 8$$

т.е. надо найти точки, у к-рых абсцисса в новой СК больше двукрат на 8

Вся точка у них в н-ме: $\frac{6x_1 + y_1}{6} \leq 17$

$$\begin{cases} 6x_1 + y_1 \geq 0 \\ 6x_1 + y_1 \leq 102 \\ 0 \leq y_1 \leq 90 \end{cases}$$

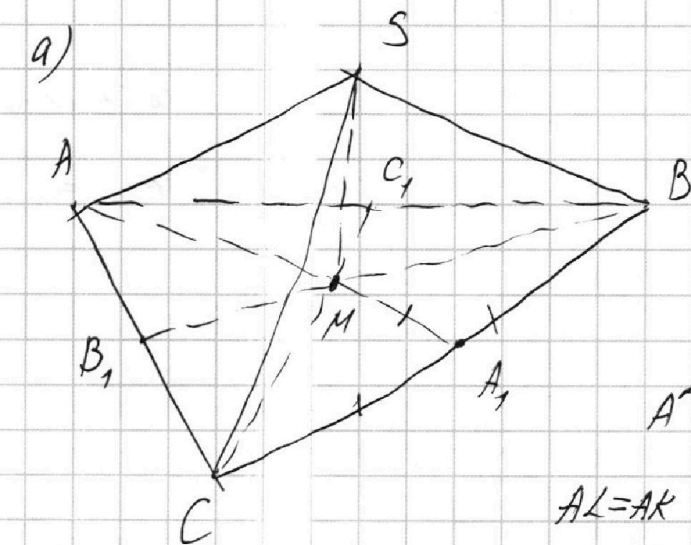
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

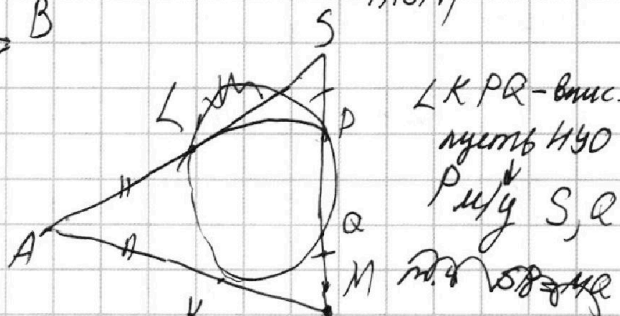
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) рассм. Δ $AL-AMB$ (ASM)



$\angle KPR$ - впис. имеет 140°
 $P \perp AB$
 S, Q
 $MP \perp SB = MK$

$AL = AK$ как кас.

$LS = \sqrt{SP \cdot SQ}$, т.к. SL - кас.

$KM = \sqrt{MQ \cdot MP}$, т.к. MK - кас.

$AS = AM = 20$

2) $AM : MA_1 = 2:1 \rightarrow MA_1 = \frac{10}{2} = 10 = \frac{BC}{2} \rightarrow \angle CMB = 90^\circ$
 по св-ву мед. MA_1 - мед. ΔCMB

3) $\frac{S_{CMB}}{S_{ABC}} = \frac{MA_1}{AA_1} = \frac{1}{3}$ (одн. ош. BC, а выс. отн. как по св-ву медиан $MA_1 : AA_1$)

$S_{CMB} = 60 \rightarrow CM \cdot MB = 120$
 $\frac{4}{9} \cdot CC_1 \cdot BB_1 = 120$

$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{9 \cdot 120}{4} = 270$

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 270 \cdot 30 = 8100$

Ответ: а) 8100

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

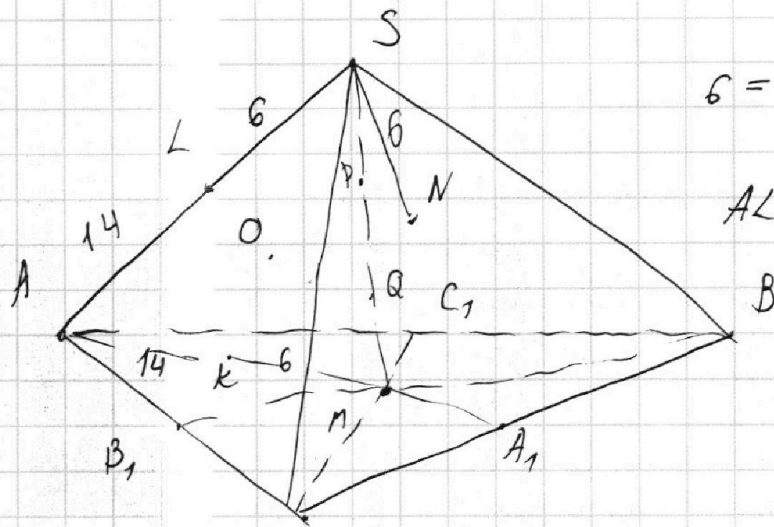
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.)



$6 = SN = SL$ как
касат.

$AL = AS - LS = 14$

"
AK
как. касат.

Длина отрезка BC равен углу между линиями ON, OK

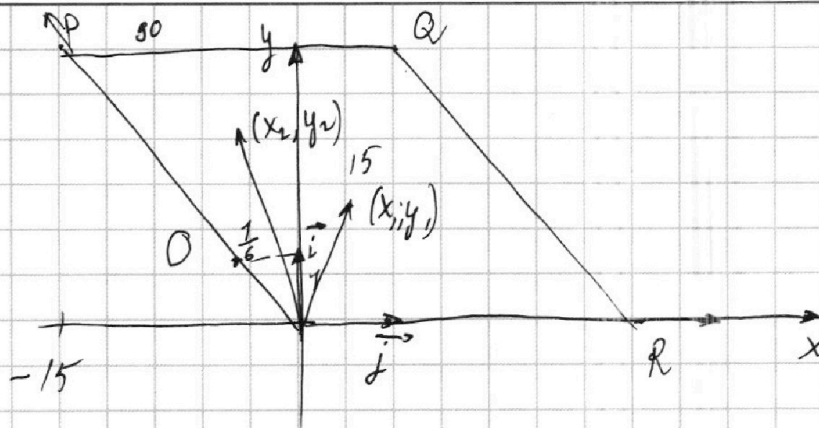
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{80}{15} = \frac{30}{5} = 6$$

$$6(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$$

$$\vec{x} = \vec{i} + \frac{1}{6}\vec{j}$$

$$6x_2 + y_2 = 6x_1 + y_1 + 48$$

$$\vec{i} = \vec{x} + \frac{1}{6}\vec{j}$$

$$x_1 \vec{i} + \frac{1}{6} y_1 \vec{j} = x_1 \vec{i} - \frac{1}{6} x_1 \vec{j}$$

$$(x_1 - \frac{1}{6} y_1) \vec{i} + \frac{1}{6} y_1 \vec{j} = x_1 \vec{i} + \frac{1}{6} x_1 \vec{j} + y_1 \vec{j}$$

$$(x_1, y_1) \rightarrow (x_1, \frac{1}{6} x_1 + y_1)$$



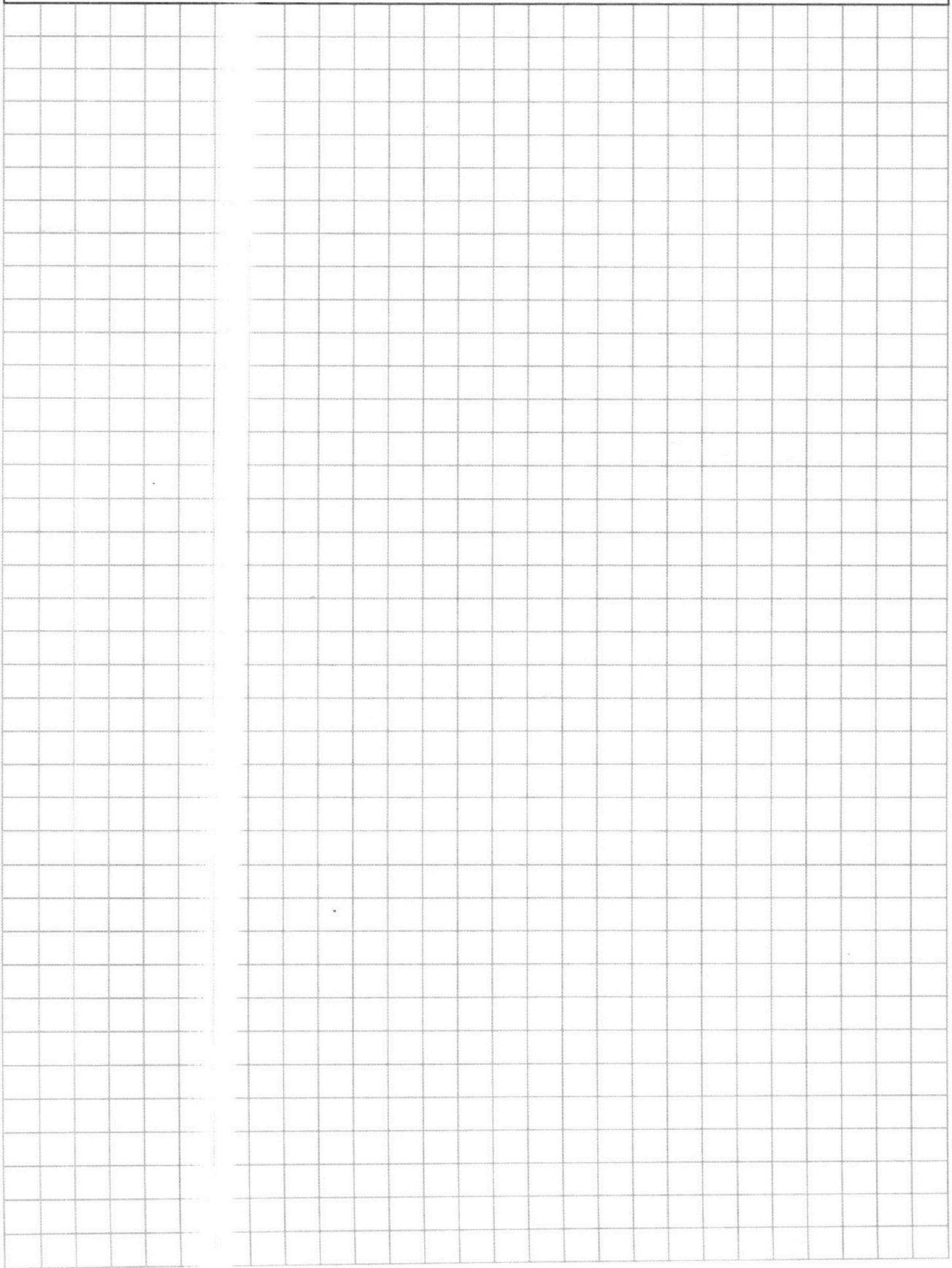
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



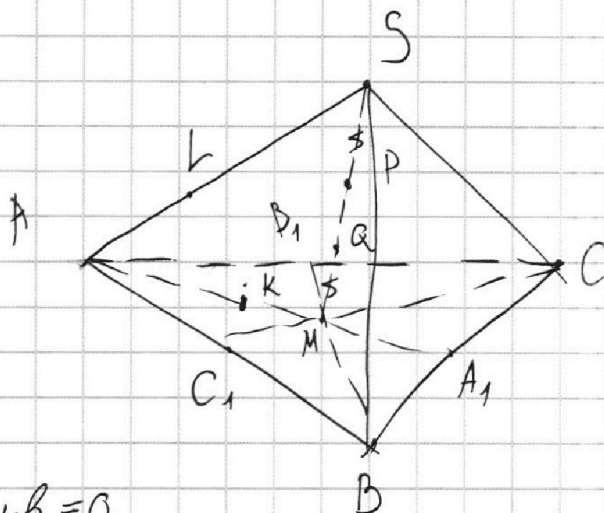
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



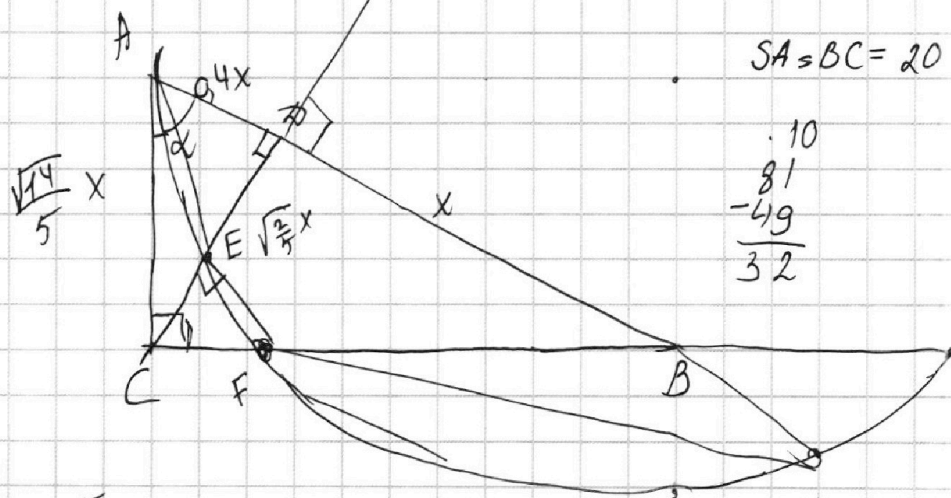
4 рещ.

$$5x + 6ax + b = 0$$

$$S_{ABC} = 180$$

$$SA = BC = 20$$

$$\begin{array}{r} \cdot 10 \\ 81 \\ -49 \\ \hline 32 \end{array}$$



$$\frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{25}x^2 = \frac{14}{25}x^2$$

$$\sin \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{14}}{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{5}{7}} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$2R \sqrt{\frac{2}{7}} - EF = 0,8x$$



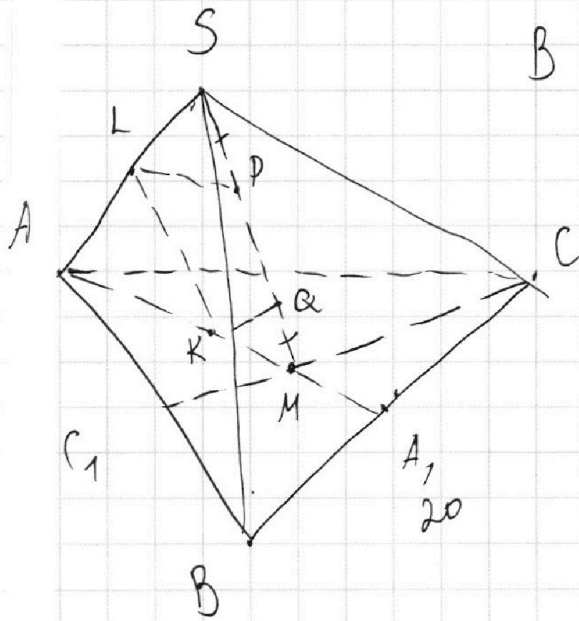
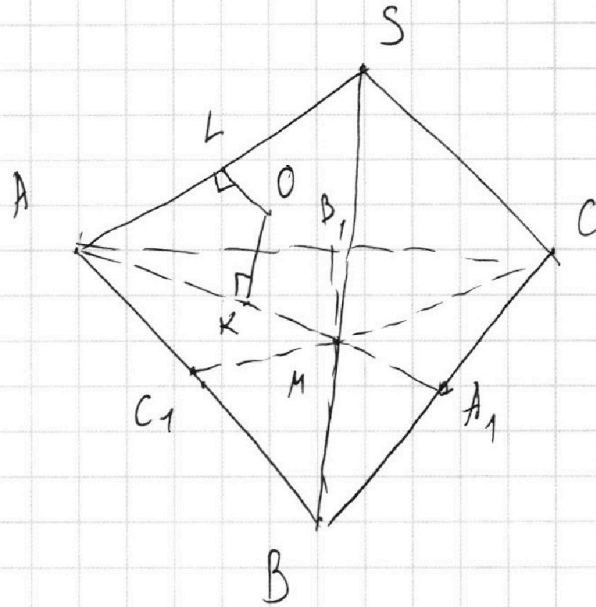
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



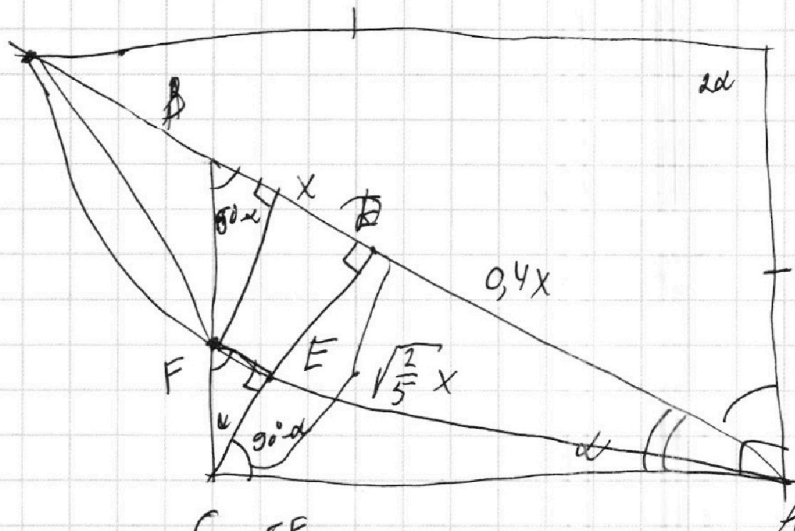
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^{14}$$

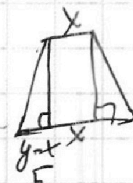
$$c = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5$$



$S_{ACD} = ?$
 S_{CEF}

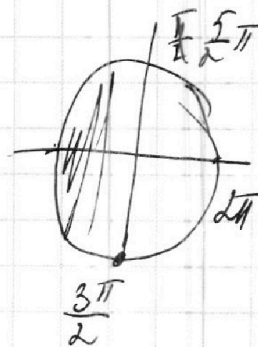
$0,4x = \frac{y - 0,4x}{2}$ $AB \parallel EF$



$\frac{CD}{x} = \frac{0,4x}{CD}$ $AB : BD = 1,4$

$CD^2 = 0,4x^2 = \frac{2}{5}$

$CD = \sqrt{\frac{2}{5}} x$



$-\frac{7\pi}{2} \leq -x \leq -\frac{5\pi}{2}$
 $-\frac{5\pi}{2} \leq \pi - x \leq -\frac{3\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
 $-\frac{3\pi}{2} \leq -x \leq -\frac{\pi}{2}$
 $-\frac{\pi}{2} \leq \pi - x \leq \frac{\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$2x - 4\pi = 10 \arcsin(\sin x)$$

$$x - 2\pi = 5 \arcsin(\sin x)$$

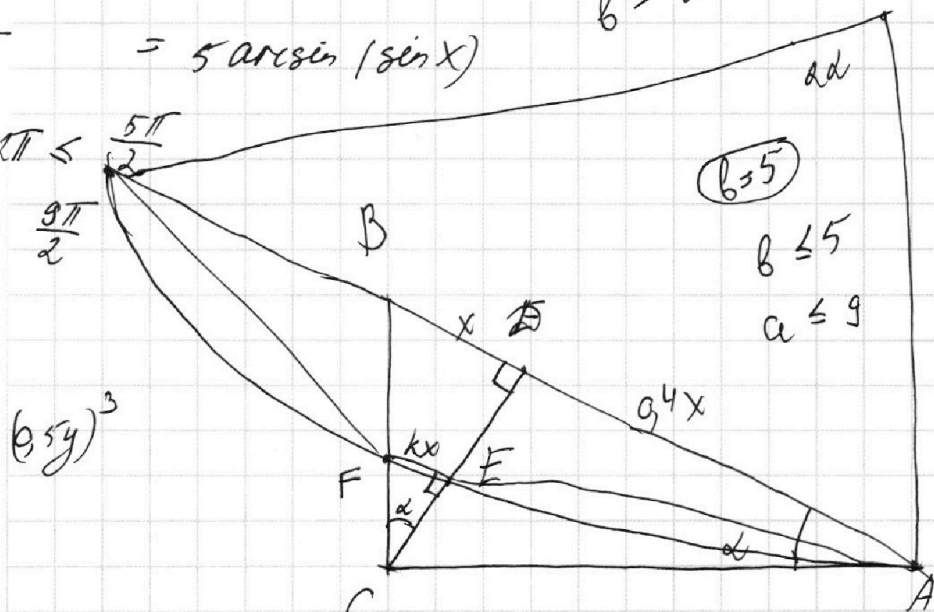
$$-\frac{5\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$c = \frac{16}{2} \cdot \frac{14}{3} \cdot 5$$

$$a = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \cdot 5$$

$$b = \frac{2}{2} \cdot 3$$



$$a^4 + \frac{1}{a} = \frac{-13}{3a} + -5$$

$$a^5 + 1 + \frac{13}{3} + 5a = 0$$

$$a^5 + 5a + \frac{16}{3} = 0$$

корень уравнения.

$$(a^5 + t^5)$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \frac{1}{t} - 5$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0$$

$$t^4 - \frac{1}{t} + 5 = 0$$

$$t^5 + 5t - 1 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

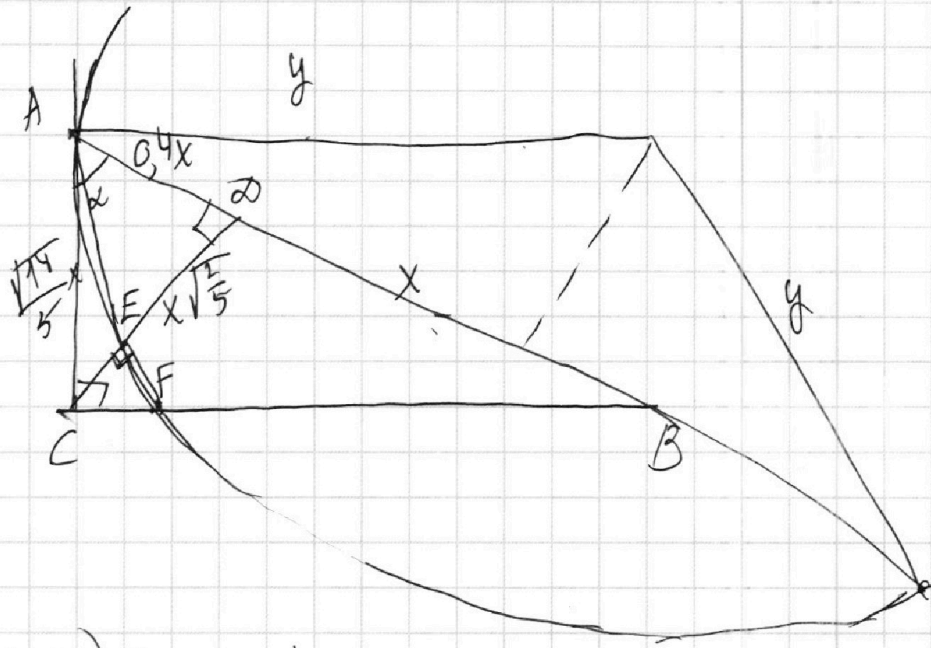
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{4}{2x} + \frac{5}{5} = \frac{14}{25}$$



$$2y \cos(90^\circ - \alpha) = 2y \sin \alpha = 2y \sqrt{\frac{5}{7}}$$

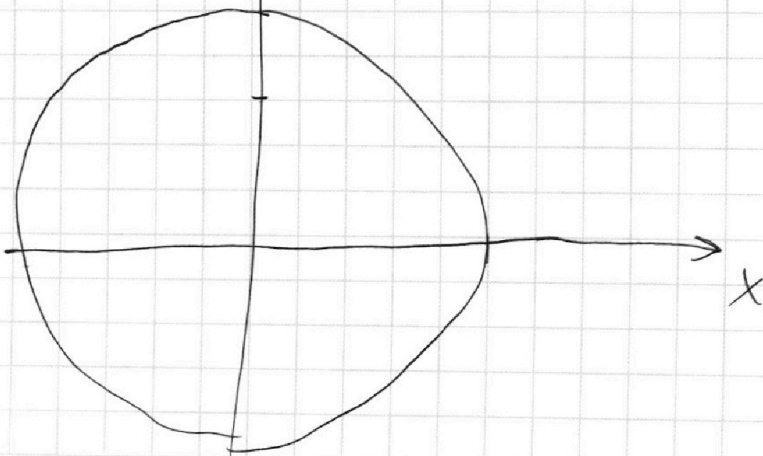
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}}}{\frac{\sqrt{14}}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{14}} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

равно 4 см.

$\uparrow y$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 + (y+9)^2 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

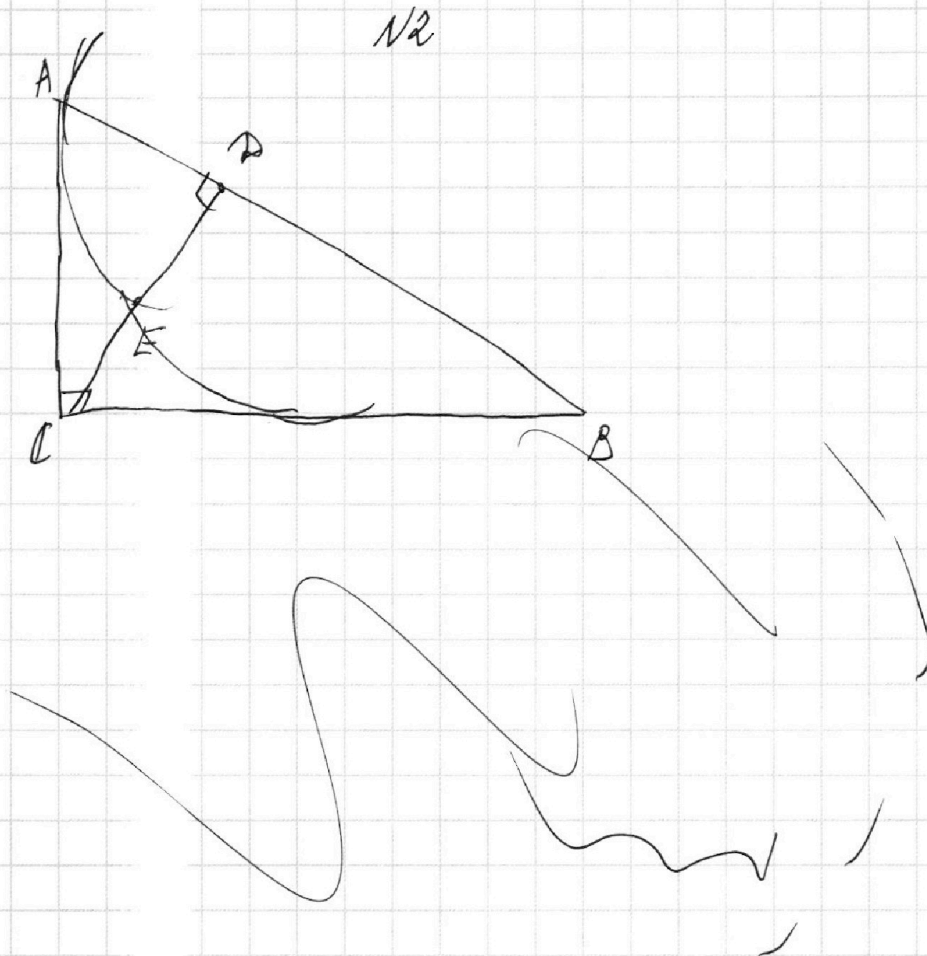
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



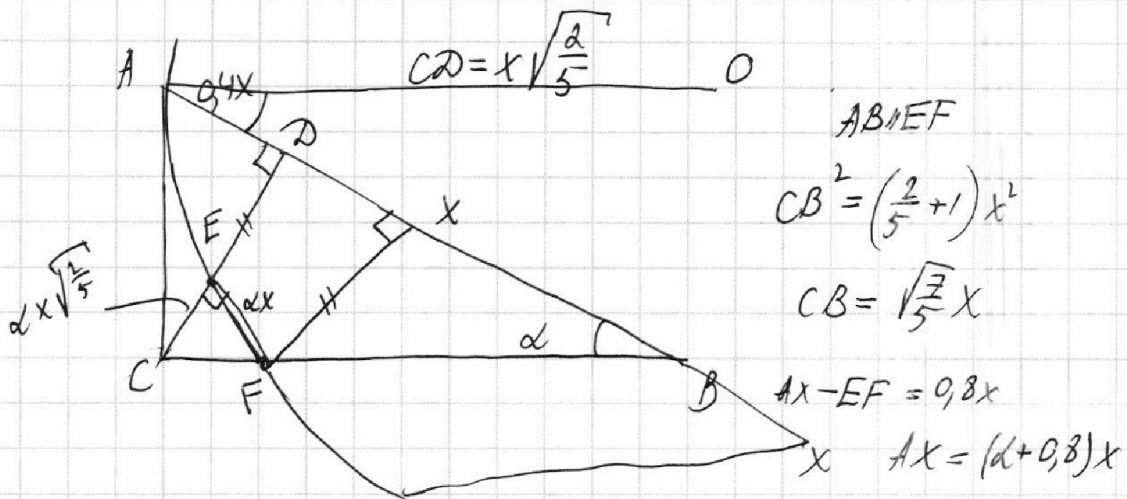
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

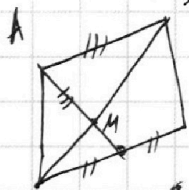


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2}x \cdot x\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}\alpha^2 x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha x + x}{1} \cdot \left(x\sqrt{\frac{2}{5}}\right) \cdot (1 - \alpha)$$

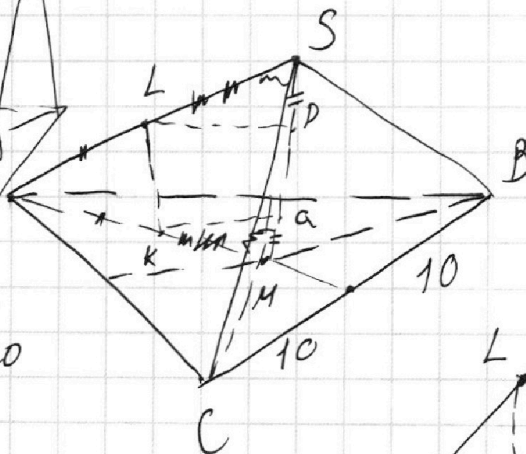
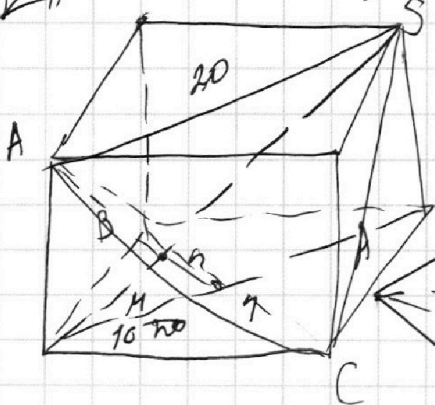
$$Sx^2\sqrt{\frac{2}{5}} = \alpha^2 x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} + x^2\sqrt{\frac{2}{5}}(1 - \alpha^2)$$



$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$2R \cdot \frac{\sqrt{5}}{7} = (\alpha + 0,8)x$$

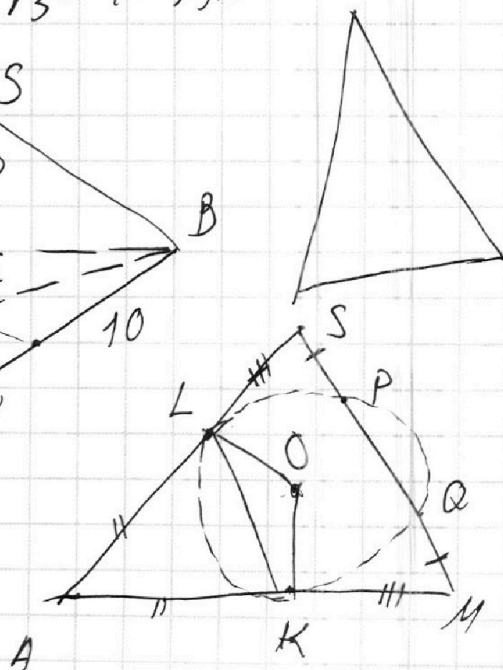
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{7}{5}} (\alpha + 0,8)x$$



$$\frac{2}{3}AA_1 = AM = BC = 20$$

$$AA_1 = \frac{60}{2} = 30$$

$AS = AM$





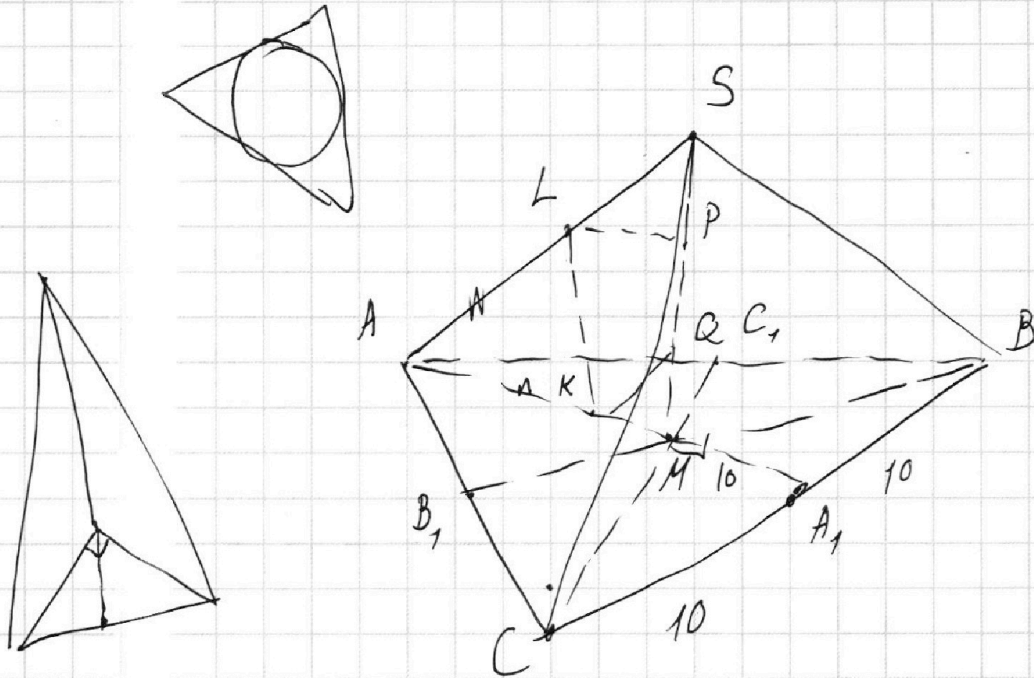
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

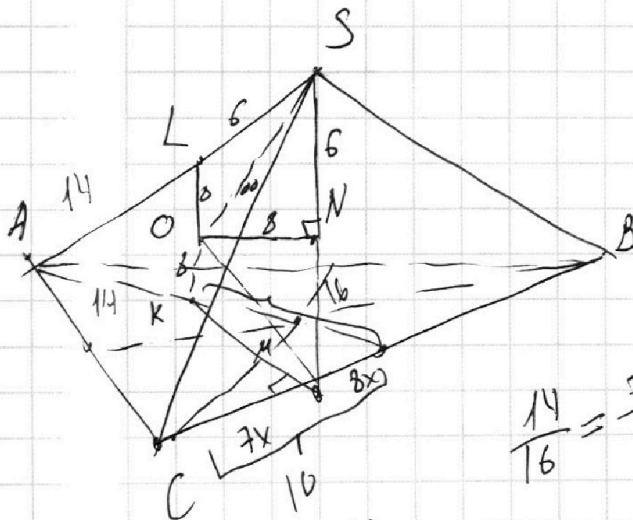
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$36 + 6y = 100$$

$$AS = AM = 20$$

$$\frac{2}{3} AA_1 \rightarrow AA_1 = 40$$



$$R_{\text{сф}} = 8$$

$$\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

$$15x = 10$$
$$x = \frac{2}{3}$$