



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. Решение:

1. $a = 2^{d_1} \cdot 3^{d_2} \cdot 5^{d_3}$ - разложим a, b, c на множители, т.к. можем все написать, то другие множители отмыли от 2, 3, 5 не расширяются

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

Тогда:
$$\begin{cases} d_1 + \beta_1 \geq 8 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 12 \\ d_1 + \gamma_1 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow d_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq \frac{8+12+14}{2} = 17$$

т.к. $ab: 2^8$
 $bc: 2^{12}$
 $ac: 2^{14}$

Аналогично,
$$\begin{cases} d_2 + \beta_2 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 20 \\ d_2 + \gamma_2 \geq 21 \end{cases} \Rightarrow d_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq \frac{14+20+21}{2} = \frac{55}{2} = 27,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$$
, т.к. d_2, β_2, γ_2 - натур. числа 0

$$\begin{cases} d_3 + \beta_3 \geq 12 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 17 \\ d_3 + \gamma_3 \geq 39 \end{cases} \Rightarrow d_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 34$$
, но $d_3 + \gamma_3 \geq 39 \Rightarrow d_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 39$

Значит, $abc = 2^{d_1+d_2+d_3} \cdot 3^{d_1+\beta_2+\gamma_2} \cdot 5^{d_3+\beta_3+\gamma_3} \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ - оценка.

Пример: $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$ $ab = 2^8 \cdot 3^{15} \cdot 5^{12}$ (+)
 $b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0$ $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{27}$ (+)
 $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$ $ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$ (+)
 $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

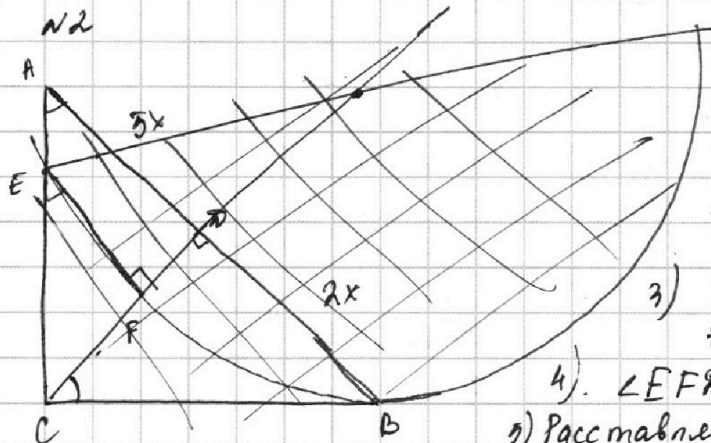
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) В $\triangle ABC$:

$$AC^2 = AD \cdot AB = 5x \cdot 7x = 35x$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{35}x$$

2) $CD^2 = AD \cdot BA = 2x \cdot 7x = 14x \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{14}x$$

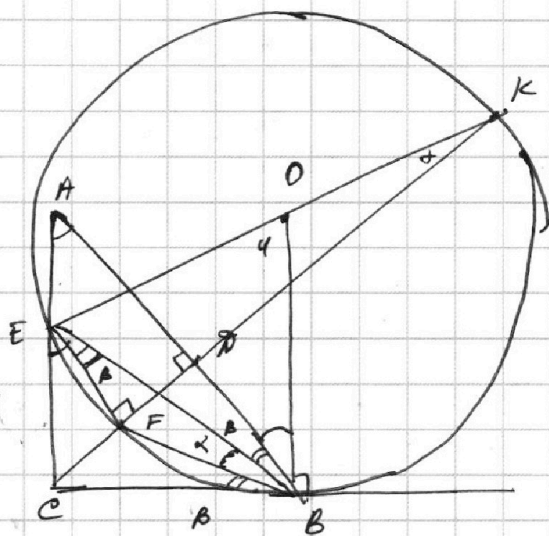
3) Так как $AB \parallel EF$, то $CD \perp AB$, то $EF \perp CD$

4) $\angle EFD = 90^\circ \Rightarrow EOK$ - диаметр.

5) Расставим углы: $\angle FEB = \angle EBA = \beta$ (накр. лет. углы); $\angle CBF = \angle FEB = \beta$ (лежит на одной дуге)

$$\angle EDB = \gamma, \text{ тогда } \alpha = \frac{\gamma - 2\beta}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \gamma - 2\beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Leftrightarrow 10 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \pi - 2x.$

1. $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x - \pi k \leq \frac{\pi}{2};$ — по определению арксинуса, $k \in \mathbb{Z}$

$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x + \pi k \leq \pi \Leftrightarrow -\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$

2. $10\left(\frac{\pi}{2} - x - \pi k\right) = \pi - 2x \Leftrightarrow 5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x \Leftrightarrow$
 $x \Rightarrow 8x = 4\pi - 10\pi k \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$

$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k \Leftrightarrow -k \leq \frac{1}{2} - \frac{5k}{4} \leq 1 - k \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -k - \frac{1}{2} \leq -\frac{5k}{4} \leq \frac{1}{2} - k \Leftrightarrow k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \leq k + \frac{1}{2}$

1.) $k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \Leftrightarrow \frac{k}{4} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow k \geq 2$

2.) $k + \frac{1}{2} \geq \frac{5k}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{k}{4} \Leftrightarrow k \leq 2$

$\Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$x_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-2)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 3\pi;$

$x_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-1)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} = \frac{7\pi}{4};$

$x_3 = \frac{\pi}{2};$

$x_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{4} = \frac{2\pi - 5\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4};$

$x_5 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{2} = -2\pi$

Ответ: $\left\{-2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi\right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

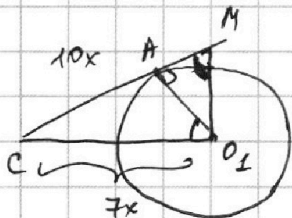
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4. \triangle A O_1 M \sim \triangle B O_2 M \Rightarrow \frac{A O_1}{B O_2} = \frac{O_1 M}{O_2 M} = \frac{1}{6} \Rightarrow O_1 M = \frac{10}{7} \quad O_2 M = \frac{60}{7}$$
$$\triangle A O_1 M \sim \triangle O_1 C M \Rightarrow \frac{A O_1}{O_1 C} = \frac{M O_1}{M C} \Rightarrow \frac{1}{7x} = \frac{\frac{10}{7}}{M C} \Rightarrow \frac{M C}{O_1 C} = \frac{10}{7}$$



$$M O_1 = \sqrt{100x^2 - 49x^2} = \sqrt{51}x$$

$$k = \frac{M O_1}{C O_1} = \frac{\sqrt{51}x}{7x} = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

в одну сторону

Значит $\frac{a}{b} \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$$

Решение: $(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

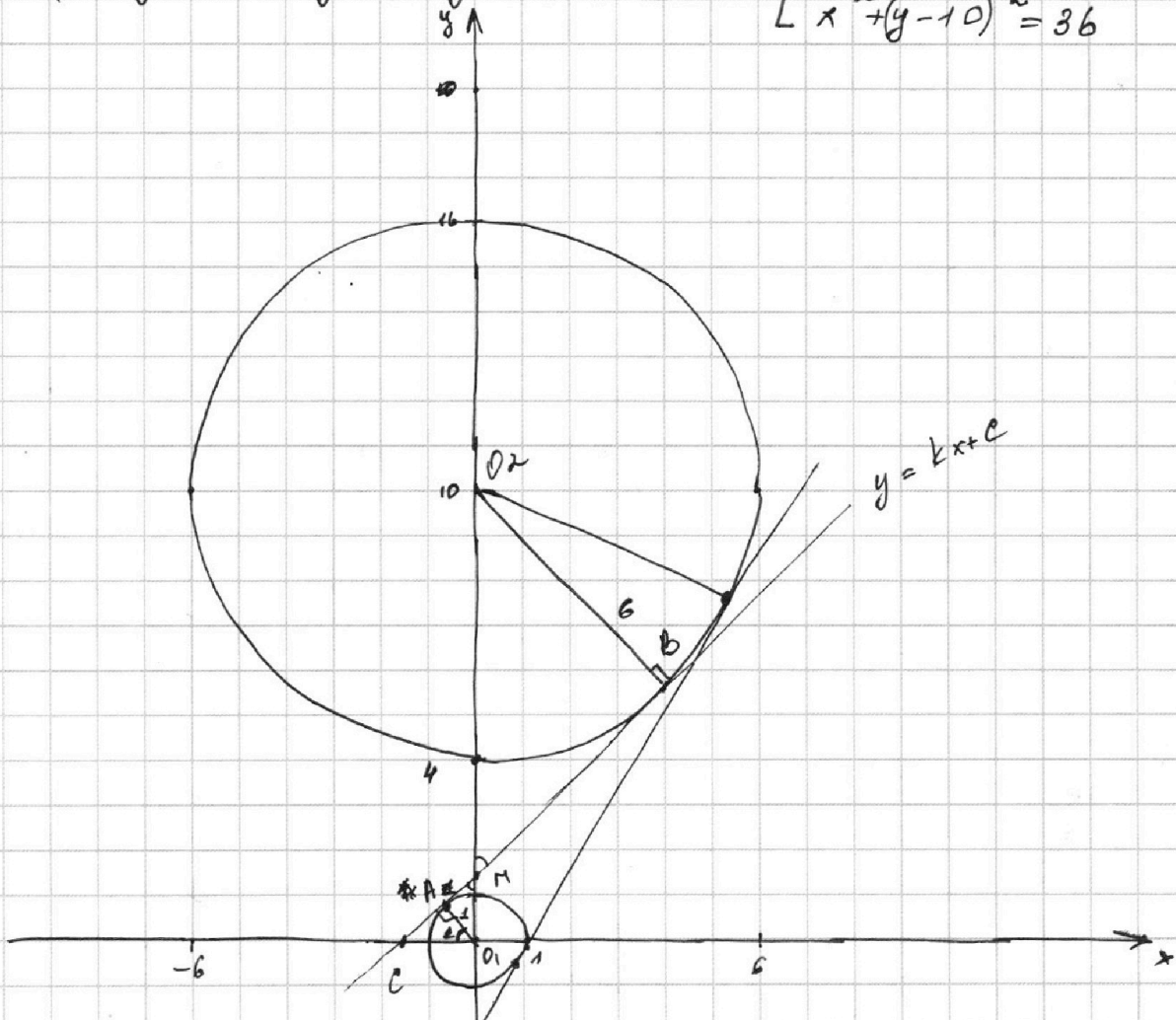


№4. $ax - 3y + 4b = 0$ ②
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$ ①

Решение:

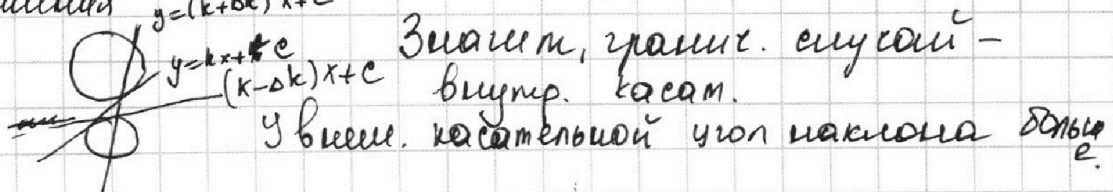
①. $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \Leftrightarrow$

① $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$



② $ax - 3y + 4b = 0 \Leftrightarrow 3y = ax + 4b \Leftrightarrow y = \frac{ax}{3} + \frac{4b}{3}$

3. Проводим одну из внутренних касательных: $y = kx + c$
 Заметим, что, если k увеличивать, то система будет иметь 4 решения $y = (k+ak)x + c$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5} \cdot \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

1) Замена: $t = \log_5 2x$; $\log_{8x^3} 625 = \log_{8x^3} 5^4 = \log_{2x} 5^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \log_{2x} 5$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \Rightarrow t^4 - \frac{9+4}{3t} + 3 = 0 \Rightarrow t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0 \quad (*) 1$$

2) ~~мы~~ $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3$; Замена $m = \log_5 y$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3 \Rightarrow m^4 + \frac{12+1}{3m} + 3 = 0 \Leftrightarrow m^4 + \frac{13}{3m} + 3 = 0 \quad (*) 2$$

$$\log_{y^3} 0,2 = \log_{y^3} \frac{1}{5} = \log_y 5^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_y 5$$

3) ~~лог~~ $(*) 1: t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0$ } $\Rightarrow t^5 + m^5 + 3t + 3m = 0$

$(*) 2: m^5 + 3m - \frac{13}{3} = 0$

$$(t+m) (t^4 + t^3m + t^2m^2 + tm^3 + m^4) + 3(t+m) = 0 \Rightarrow$$
$$\Leftrightarrow (t+m) (t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4 + 3) = 0$$

1. $t+m=0$

2. $t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4 + 3 = 0 \Rightarrow t^3(t-m) - tm^3(t-m) + t^2m^2 + 3 = 0 \Rightarrow (t-m)(t^3 - m^3) + t^2m^2 + 3 = 0$ Но:

$$\begin{matrix} (t-m) > 0 & (t^2 + tm + m^2) > 0 & + t^2m^2 + 3 > 0 & \neq 0 \\ \text{pal-во } (*) & \text{невозможно} & \text{итд.} & \end{matrix}$$

4) $t+m=0 \Leftrightarrow \log_5(2x) + \log_5 y = 0 \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow \log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{2}$$

Ответ: 0,5.

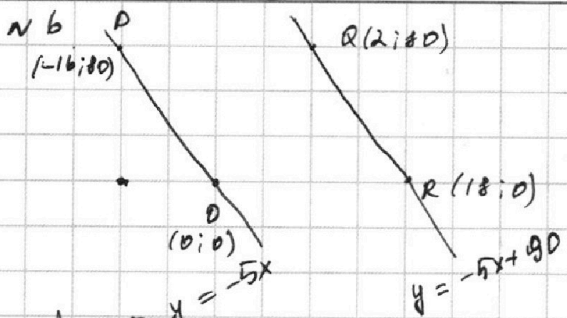
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) Критерии того, что $A(x; y)$ принадлежит $PQRD$:

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 80 \\ -5x \leq y \\ y \leq -5x + 90 \end{cases}$$

2) Будем рассматривать точки, принадлежащие прямой, вида $y = -5x + c$, $c \in \{0; 1; \dots; 90\}$.

3) Тогда, пусть $A \in m$, $m: y = -5x + c$; $A(x_1; y_1)$
 $B(x_2; y_2)$: $5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 + y_1 = 45 + 5x_1 - 5x_1 + c = 45 + c$,
 тогда $y_2 = 45 + c - 5x_2$ и т.к. $B \in PQRD$, то

4) Тогда B лежит на одной из прямых $y = -5x + c$, $c \in \{0; 1; \dots; 90\}$

$$\begin{cases} 0 \leq 45 + c - 5x_2 \leq 80 \\ 0 \leq 45 + c \leq 90 \\ 0 \leq c \leq 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1. c \in \{0; 1; \dots; 45\} \\ 2. -45 + c - 5x_2 \leq 80 \\ c - 35 \leq 5x_2 \leq 45 + c \end{cases}$$

5) Значит, для каждой точки $A(x_1; y_1)$, что $y_1 = -5x_1 + c$, найдутся 17 точек B .

6) Найдем кол-во точек, принадлежащих прямой $y = -5x + c$ и $PQRD$.
 На примере отрезка PO : $x \in [-16; 0]$ - 17 точек, т.к. $x \in \mathbb{Z}$.

7) Если есть A , то ей подойдет 17 точек B , следовательно $y = 45 + c - 5x_2$

8) Прямых, где может располагаться точка A : $y = -5x + 90$
 $\rightarrow 46$ прямых

Значит, суммарно пар:

$$\underbrace{17}_{\text{Точек } A \text{ на } 1 \text{ прямой } y = -5x + c} \cdot \underbrace{17}_{\text{точек } B, \text{ по } y_2} \cdot \underbrace{46}_{\text{прямых, где расположен точка } A} = 13294$$

Ответ: 13294.

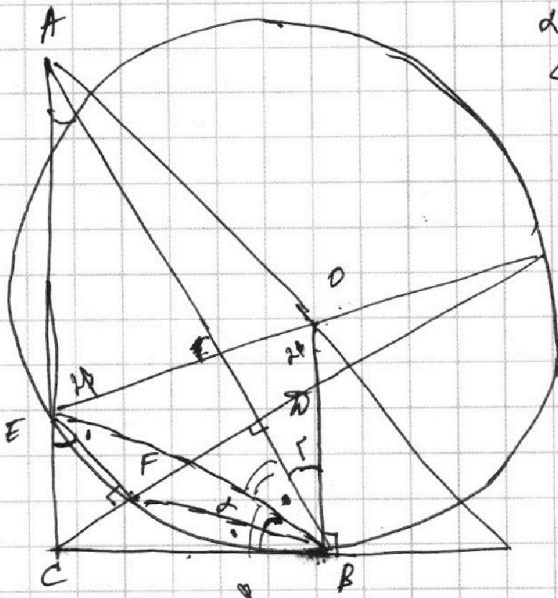
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha = 2\beta - 20^\circ$$
$$\angle CPO : 2\beta + \gamma = 90^\circ$$
$$\gamma = 90^\circ - 2\beta$$

$$\alpha = 2\beta - 20^\circ$$

$$90 - \alpha - \beta$$
$$\alpha - \alpha = 2\alpha + 2\beta - \alpha =$$
$$= \alpha + 2\beta$$

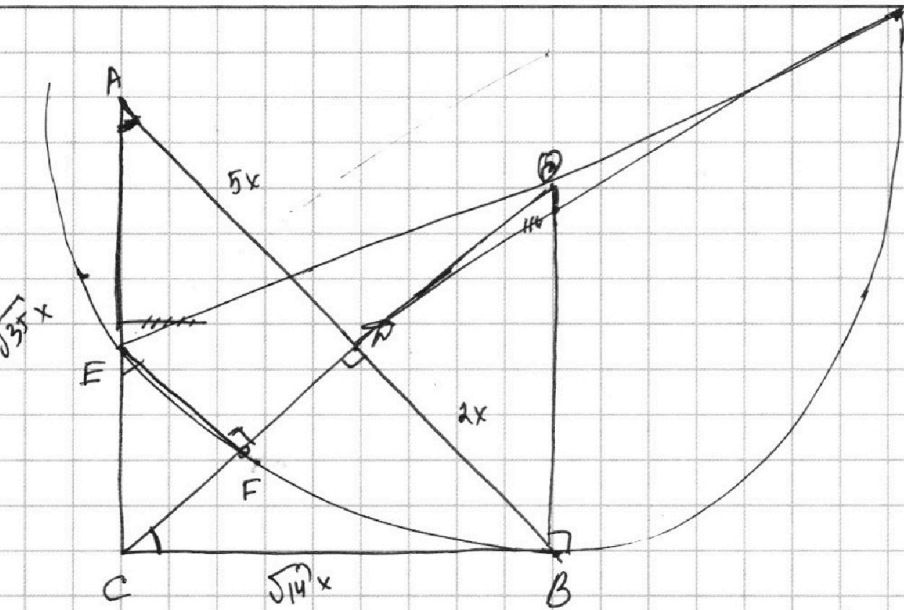
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

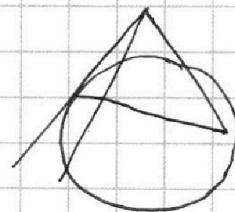
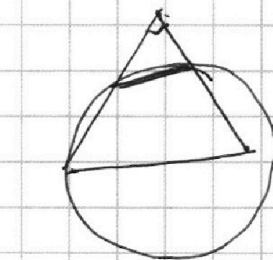
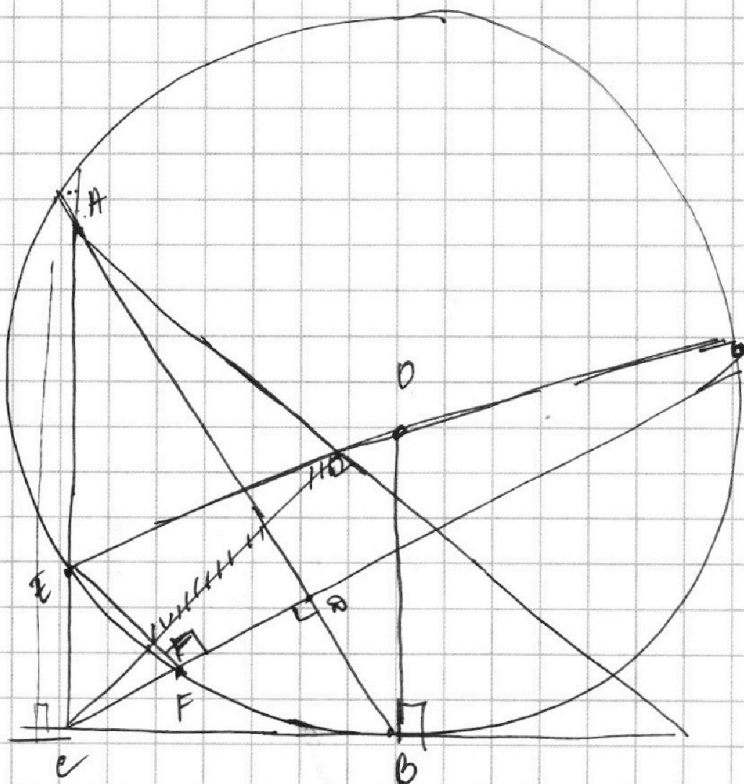
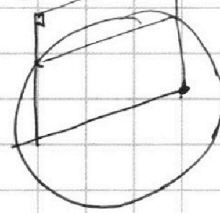
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{OB}{\sqrt{14}x} = \frac{\sqrt{14}x}{\sqrt{35}x} \Rightarrow OB = \frac{14x^2}{\sqrt{35}x} = \frac{14}{\sqrt{35}}x = \frac{2\sqrt{35}}{5}x = \frac{2}{5}\sqrt{35}x$$

$$eF (CF+2x) = CB^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~217. 3 26. 5 39~~
 ~~$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$~~
 ~~$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$~~
 ~~$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{24}$~~

$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$
 $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$
 $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{24}$

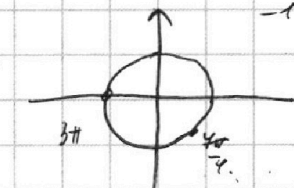
~~$8+12+14 = 14$~~
 ~~$a = 5$~~
 ~~$b = 7$~~

$a+b=8$
 $b+c=12$
 $a+c=14$

$a+b=14$
 $b+c=20$
 $a+c=21$

$a+b+c=28$

$a+b+c=17$
 $c=9$ $b=3$
 $a=5$

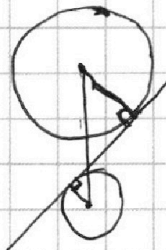
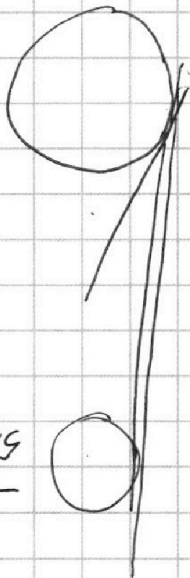
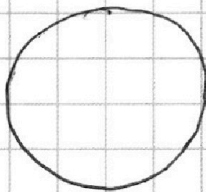


$10 \arcsin(\cos(-2\pi)) = \pi + 4\pi$

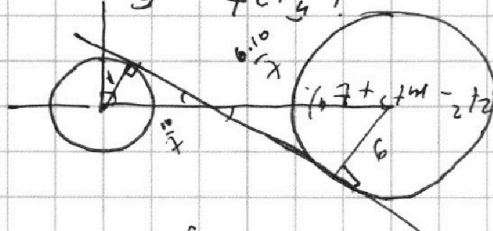
$10 \arcsin(\cos(\frac{4\pi}{4})) = \pi - \frac{4\pi}{2}$
 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $-\frac{5\pi}{2}$
 $-\frac{5\pi}{2}$

$10 \arcsin(\cos 3\pi) = \pi - 6\pi$

$10 \cdot \frac{-\pi}{2} = -5\pi$



$5m^5 + 13t^5 + 11m + 39t = 0$
 $-13t^5 - 39t = 5m^5 + 11m$
 $\frac{5m^5 + 11m}{5} = -13$



$(m+t) \log(m+t) = a$
 $(m+t) \log(m+t) = a$
 $(m+t) \log(m+t) = a$

$\log 2x + \log 2x = 0$
 $2 \log 2x = 0$
 $\log 2x = 0$
 $2x = 1$
 $x = \frac{1}{2}$

$(m^2 + t^2)(m+t) = 0$
 $(m^2 + t^2)(m+t) = 0$
 $(m^2 + t^2)(m+t) = 0$

$m^5 + 3m + 11 = 0$

$m^5 + 13t^5 + 11m + 39t = 0$

$m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$

$m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$
 $m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$
 $m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$

$m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$
 $m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$
 $m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$

$m^5 + 3m + 11 = 0$
 $m^5 + 3m + 11 = 0$
 $m^5 + 3m + 11 = 0$

$\frac{5m^5 + 13t^5 + 11m + 39t}{5} = 0$
 $5m^5 + 13t^5 + 11m + 39t = 0$
 $5m^5 + 13t^5 + 11m + 39t = 0$

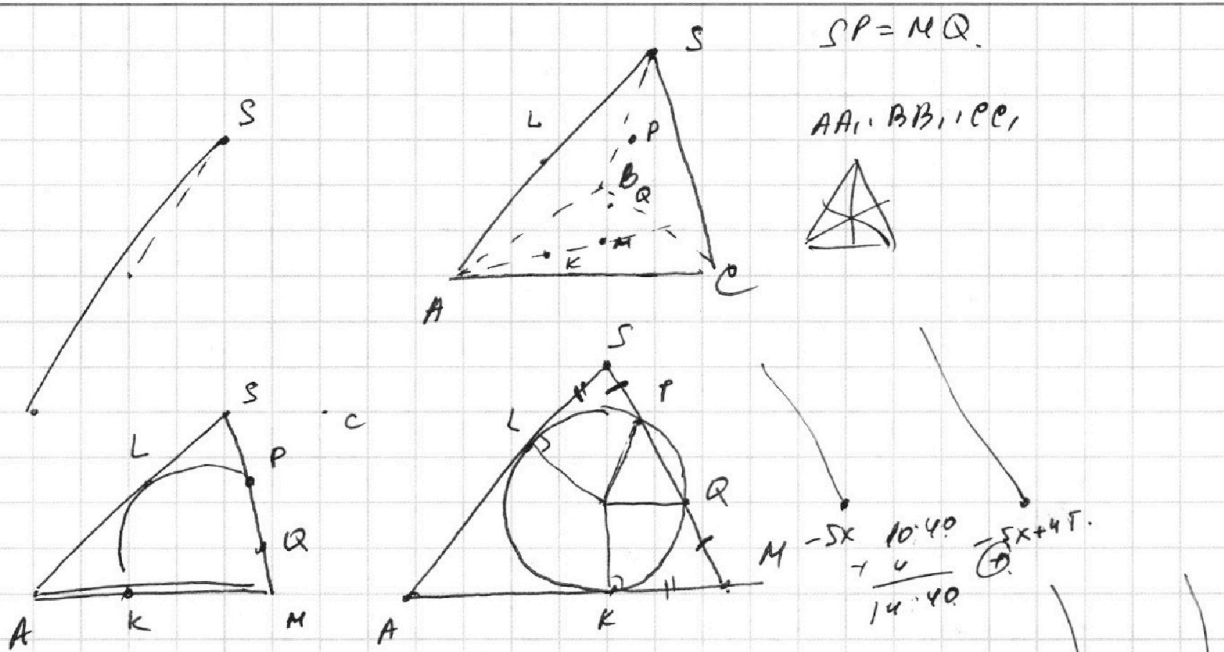
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$A: (x_1; y_1)$
 $y_1 = -5x_1$
 $5x_2 + y_2 = 45$
 $(y_2 = 45 - 5x_2)$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 7 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$y_1 = -5x_1 + 90$
 $5x_2 + y_2 = 45 + 90$

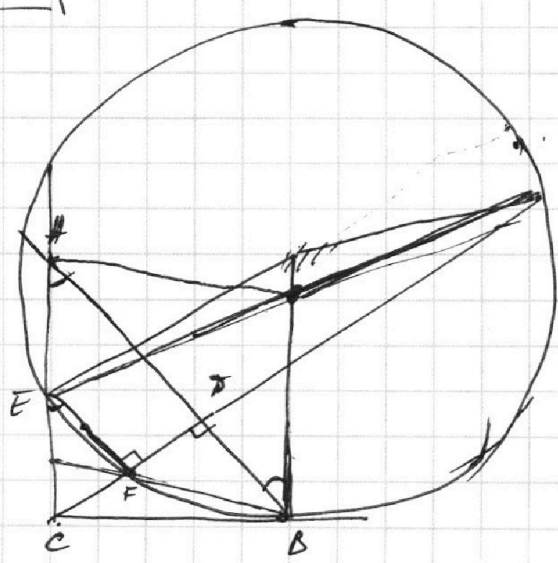
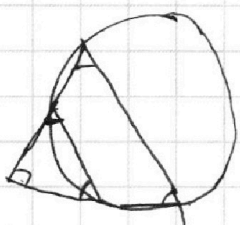
$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 46 \\ \hline 1734 \\ 1456 \\ \hline 13294 \end{array}$$

$17 \cdot 17 = 46$

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 289 \\ \hline 6 \\ 1734 \end{array}$$

$5x + 47 = 14, 40$

$$\begin{array}{r} 48 + 5 \\ \times 289 \\ \hline 4 \\ 1956 \end{array}$$



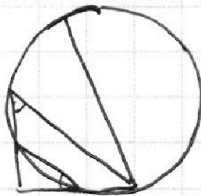
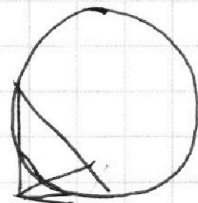
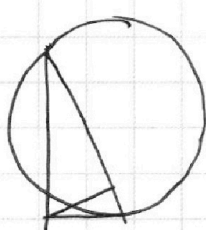
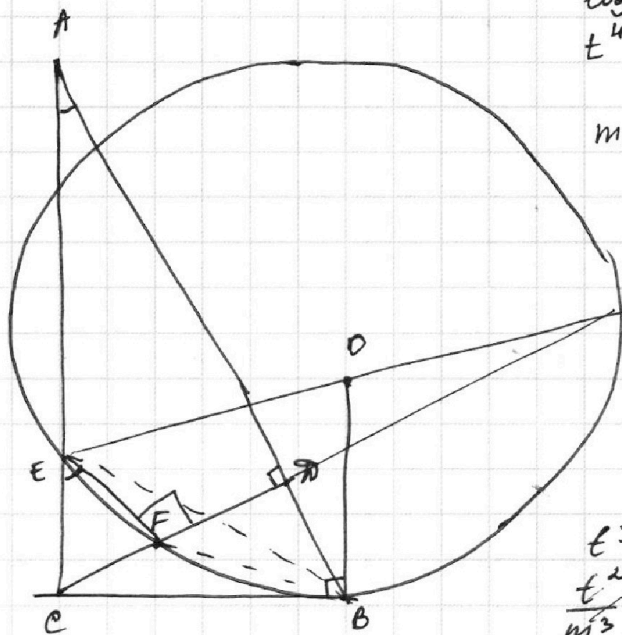
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4 2x - 3 \log_2 x^5 = \log_5 x^3 \cdot 6 \cdot 5 - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \Rightarrow t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{3t} + 3 = 0$$

$$t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0$$

$$t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0$$

~~not~~ m^5

$$t^5 + m^5 \quad 3t + 3m = 0$$

$$\frac{t^2}{m^3} + \frac{m^2}{t^3} + \frac{2t}{m^3} + \frac{2m}{t^3} = 0$$

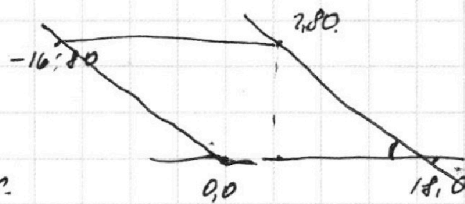
$$\frac{t^5}{m^3} + 1 + \frac{2t}{m^3} + \frac{2m}{t^3}$$

$$t^4 - t^3 m + t^2 m^2 - t m^3 + m^4$$

$$t(t-m) - m^3(t-m)$$

$$(t-m)(t^3 - m^3) + t^2 m^2$$

$$5x_2 - 5x_1 +$$



$$kx + b$$

$$k = -\frac{80}{16} = -5$$

$$0 = -5 \cdot 18 + b$$

$$\Rightarrow b = 90$$

$A(x_1, y_1) \in \text{паралл.}$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 80 \\ y_1 \leq 90 - 5x_1 \\ y_1 \geq -5x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_2 \leq 40 \\ y_2 \leq 90 - 5x_2 \\ y_2 \geq -5x_2 \end{cases}$$

$$y = -5x + 90$$

$$5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 + y_1$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \leq 5x_2 + y_2$$

$$-45 \leq 5x_1 + y_1 \leq 45$$

$$y_2 = -5x_2 + B$$

$$0 \leq B \leq 90$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 45 + A \leq 90$$

$$y = -5x + A, \quad A \in [0; 1; \dots; 90]$$

$$5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 - 5x + A \Rightarrow y_2 = -5x_2 + 45 + A$$

$$A \in [0; 45]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right))$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} - x \neq \pi k$$

$$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0$$

$$0 \leq x + \pi k \leq \pi$$

$$-\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x - \pi k\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x$$

$$4x = 4\pi - 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$$

$$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k$$

$$ax - 3y + 4z = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

a-?
7b: 4реш.

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \cdot 625 - 3$$

$$\log_5 2x = t$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{5} \cdot 3t - 3$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

~~$$t^4 + m^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$~~

$$t^4 - m^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$

$$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

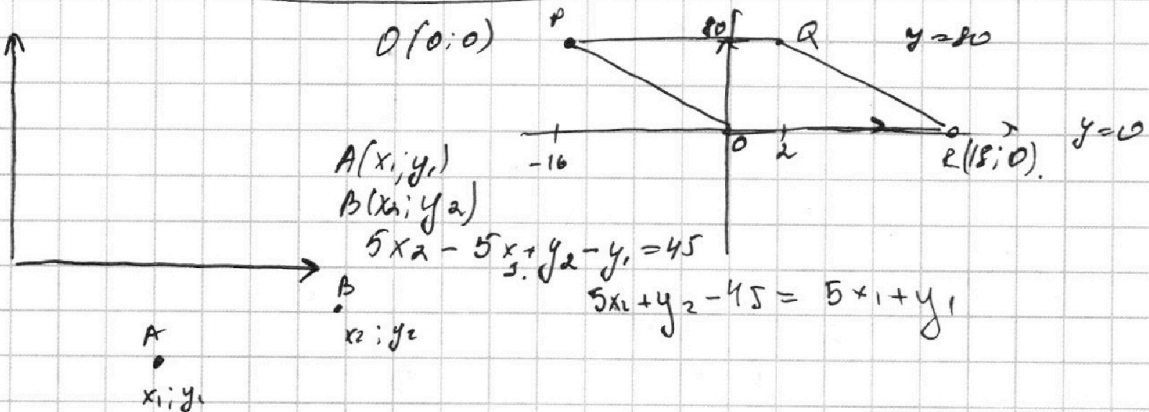
$$\log_4^3 \frac{1}{5} = \log_4 5^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$$

$$\log_5 xy = \log_5 x + \log_5 y$$

$$t^4 - m^4 - \frac{3m+4t}{tm} = \frac{4m+t}{3tm}$$

~~$$t^4 - m^4 - \frac{3m+4t}{tm} = \frac{4m+t}{3tm}$$~~

$$\Rightarrow t^4 - m^4 = 0$$



$$0 = \frac{m}{4} + \frac{4}{m}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N_{a,b,c} : ab : 2^8 3^{14} 5^{12}$

$a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$b = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^3$

$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$

$c = 2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

$abc - ?$

$abc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$\alpha_1 + \beta_1 \geq 8$

$\alpha_1 + \beta_1 \geq 12$

$\alpha_2 + \beta_2 \geq 14$

$\beta_2 + \alpha_2 \geq 20$

$\alpha_3 + \beta_3 \geq 12$

$\beta_3 + \alpha_3 \geq 17$

$a \geq$

$abc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot k$

$\alpha_1 + \beta_1 \geq 14$

$\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 \geq 17$

$\alpha_2 + \beta_2 \geq 21$

$\alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3 \geq 28$

$\alpha_3 + \beta_3 \geq 39$

$\alpha_3 + \beta_3 + \beta_2 \geq 34$

$b = 1$

$c = 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$a = 2^8 \cdot 3^{14}$

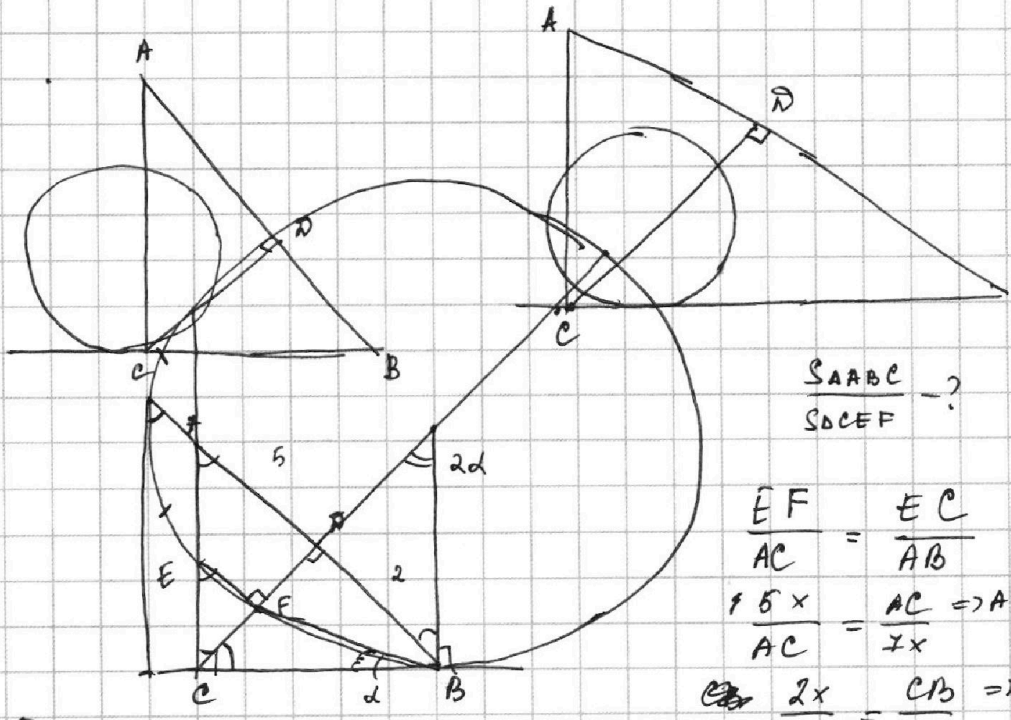
$$= \frac{34 + 21}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$$

$$= \frac{12 + 17 + 39}{2} = \frac{12 + 56}{2} = \frac{68}{2}$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \beta_2}$$

$$= \frac{12 + 17 + 39}{2} = \frac{29 + 39}{2} = \frac{68}{2}$$

$c = 59$



$$\frac{S_{AABC}}{S_{DCEF}} = ?$$

$$\frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB}$$

$$\frac{5x}{AC} = \frac{AC}{7x} \Rightarrow AC = \sqrt{35}x$$

$$\frac{2x}{CB} = \frac{CB}{7x} \Rightarrow CB = \sqrt{14}x$$