



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$abc = 2^{\alpha_1 \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}}$      $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$   
 $abc = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$      $ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 7 \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \gamma_1 + \gamma_2 \geq 14 \end{cases}$

Минимумы     $\alpha_2 + \alpha_3 \geq 13$      $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$      $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 18$   
 $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$

$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$ ,  $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$ ,  $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 43$      $abc =$   
 $= 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3}$ , очевидно, что минимум

$abc \rightarrow \min$ , в мин-вах все неравенства равносильны целым числам

$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 7 \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \gamma_1 + \gamma_2 \geq 14 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 13 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 15 \\ \gamma_2 + \gamma_3 \geq 18 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 14 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 17 \\ \gamma_1 + \gamma_3 \geq 43 \end{cases}$     Минимум

~~Предполагаем в минимуме, как всегда,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\beta_1 = 0$ ,  $\gamma_1 = 0$   
 $\alpha_2 \geq 10$ ,  $\beta_2 \geq 11$ ,  $\gamma_2 \geq 14$ ,  $\alpha_3 \geq 4$ ,  $\beta_3 \geq 6$ ,  $\gamma_3 \geq 29$~~

~~В силу неотрицательности  $\alpha_2 = 10$ ,  $\beta_2 = 11$ ,  $\gamma_2 = 14$ ,  $\alpha_3 = 4$ ,  $\beta_3 = 6$ ,  $\gamma_3 = 29$   
 $\alpha_1 = 0$ ,  $\beta_1 = 0$ ,  $\gamma_1 = 0$      $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cdot 2 \geq 34$      $(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \cdot 2 \geq 43$      $(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) \cdot 2 \geq 86$~~

$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17$ ,  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 22$ ,  $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 43$   
 Минимум, минимально возможный мин  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_2 = 3$ ,  $\alpha_3 = 10$   
 $\beta_1 = 6$ ,  $\beta_2 = 5$ ,  $\beta_3 = 11$      $\gamma_1 = 17$ ,  $\gamma_2 = 22$ ,  $\gamma_3 = 43$

Проверим в силу  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17$ ,  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 22$ ,  $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 43$     В силу неотрицательности  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_2 = 3$ ,  $\alpha_3 = 10$   
 или  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17 \Rightarrow abc \geq 2 \cdot 3 \cdot 5^{43}$

Ответ:  $2 \cdot 3 \cdot 5^{43}$

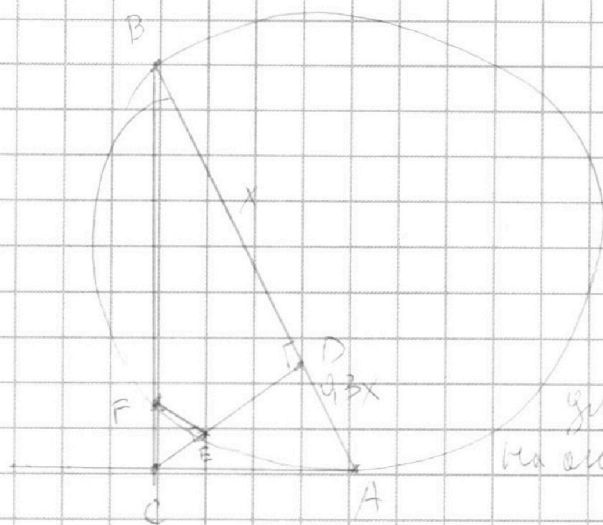
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение: 1) по чл-в  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  искомое значение  
находим по формулам  
МФТИ, используя свойства  
подобия, вычисляем значение  
выражения, будем считать  
для удобства, что радиус  
на окружности 2) по  $AB \cdot BD = 1,3 \Rightarrow$

$\Rightarrow BD = x \Rightarrow AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x$  - по м. окруж. окруж. в м.  
 $\Delta \Rightarrow CD^2 = 0,3x^2$ ;  $BC^2 = BD \cdot BA = 1,3x^2$ ;  $CA^2 = DA \cdot AB = 0,39x^2$   
по теореме о кас. и секу. или по свойству  $CA^2 = CE \cdot CD \Rightarrow$   
 $\Rightarrow CE = \frac{0,39x}{\sqrt{0,3}}$  2) в силу  $FE \parallel BA \Delta CEF \sim \Delta CDB$  (по 2-м чл.)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{FE}{BD} \quad FE = \frac{CE \cdot BD}{CD} = 1,3x$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot FE, \quad S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DA \Rightarrow S_{ACD} : S_{CEF} = \frac{CD \cdot DA}{CE \cdot FE} =$$

$$= \frac{x\sqrt{0,3} \cdot 0,3x}{\frac{0,39x}{\sqrt{0,3}} \cdot 1,3x} = \frac{0,3\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,3}}{1,3 \cdot 0,39} = \frac{30}{169}$$

Ответ: 30:169



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Всп-е  $\cos(x)$   $\sin(x)$   $\frac{3\pi}{2} + x \in [0; \pi]$   
 $\frac{3\pi}{2} + x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$

~~Уравн  $5\sqrt{1-\sin^2 x} + 5\sin x = 3\sqrt{1-x^2} + 3x$ ,  $5\sqrt{1-\sin^2 x} = 3\sqrt{1-x^2} + 3x - 5\sin x$~~

~~Сделаем (1)  $\cos^2 x = \frac{3\sqrt{1-x^2} + 3x - 5\sin x}{5}$~~

$$\cos(\frac{3\pi}{2} + x) = \cos(\frac{3\pi}{2} + x)$$

$$\sin x = \cos(\frac{3\pi}{2} + x), \sin x = \sin(\frac{\pi + 3\pi}{2} + x)$$

$$\sin x = \sin(x + \frac{4\pi}{5}) \quad \& \quad \sin(x - \frac{x}{5} - \frac{4\pi}{5}) \cos(\frac{x+x+4\pi}{5}) = 0$$

$$\sin(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} = \pi n \\ \frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi + \frac{5\pi n}{2} \\ x = \frac{\pi + 5\pi n}{6} \end{cases}$$

Всп-е (1)  $x = -\frac{3\pi}{2}, x = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ:  $-\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

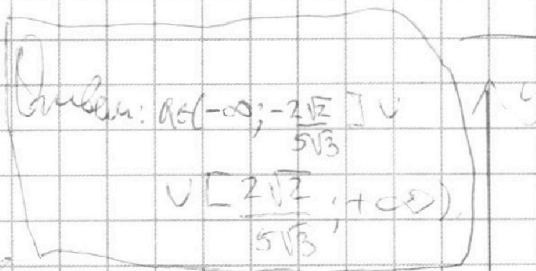


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3ay = -x + 7b \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$



Ⓢ  $a \neq 0 \quad y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$$x = 7b - 3ay \quad y^2 + (7b - 3ay)^2 - 9 = 0$$

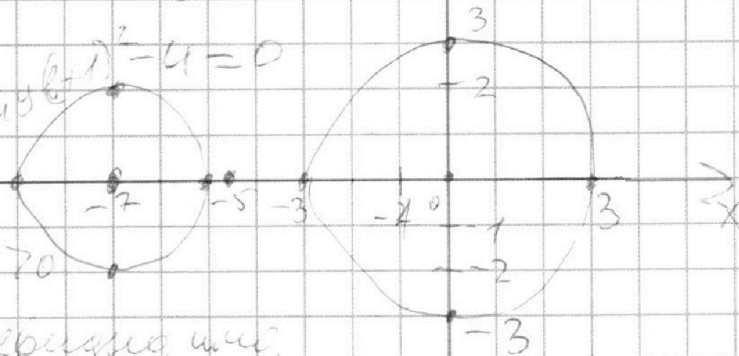
$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$(7b+1-3ay)^2 + y^2 - 4 = 0 \quad 49(b+1)^2 - 4 = 0$$

$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab + 49(b+1)^2 - 4 = 0$$

$$D = \frac{21a^2 - 49b^2 + 9}{4} = 36a^2 - 49(b+1)^2 + 470$$



Ⓢ  $a = 0 \Rightarrow x = 7b$  очевидно, что  
~~мы имеем две окружности~~  
~~которые имеют единственную~~  
касательную  $\Rightarrow$  не подходит

$$\begin{cases} 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0 \\ 36a^2 - 49(b+1)^2 + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 > \frac{49b^2 - 9}{81} \\ a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} \end{cases}$$

касач.  $49b^2 - 9 = \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$

они имеют точку касания, точка  $(-7b-21)/(35b+21)$

$$1) \frac{49b^2 - 9}{81} \cdot \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} > 0 \Rightarrow (b+3)(5b+3) < 0, b \in (-3, -\frac{3}{5}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 > \frac{49b^2 - 9}{31}$$

$$\frac{8}{75} < a^2 < \frac{16}{3} \quad a \in (-\frac{4}{\sqrt{3}}, -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}})$$

2) знак в др. отриц.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow b \in (-\infty, -3) \cup (-\frac{3}{5}, +\infty) \Rightarrow a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

$$a \in (-\infty, -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}, +\infty)$$

3)  $b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ b = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow a^2 > \frac{16}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a = \pm \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \end{cases}$$

касач. ~~касач. касач.~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0039  
I  $\left. \begin{array}{l} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{array}$

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7^2 6x = 7$$

максимумом  $\log_7 y - x \Rightarrow$  гамма

Ур-е имеет не более 1-го решения

003:  $\left. \begin{array}{l} y > 0 \\ y \neq 1 \end{array} \right\}$   
II

$$2 \log_7^5 y + 8 \log_7^2 y = -7$$

максимум

Сложим два гамма-ур-е получив

сумму двух максимумов  $\log_7 y - x \Rightarrow$  гамма  
Ур-е имеет не более 1-го решения

$$2 (\log_7^5 y + \log_7^5 6x + 4 (\log_7^2 6x + \log_7^2 y)) = 0$$

$$(\log_7^4 6x + \log_7^4 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \log_7 y + \log_7^2 6x \log_7^2 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y) + 4 (\log_7^2 6x + \log_7^2 y) = 0$$

$$(\log_7^2 6x + \log_7^2 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \log_7 y + \log_7^2 6x \log_7^2 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y + 4) = 0$$

$\Rightarrow$  только 1-я скобка имеет реш. (ан. максимумом  $\log_7 y - x \Rightarrow$ )

$$\Rightarrow \log_7 6x = \log_7 y^{-1}, \quad 6x = \frac{1}{y}, \quad 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $\frac{1}{6}$

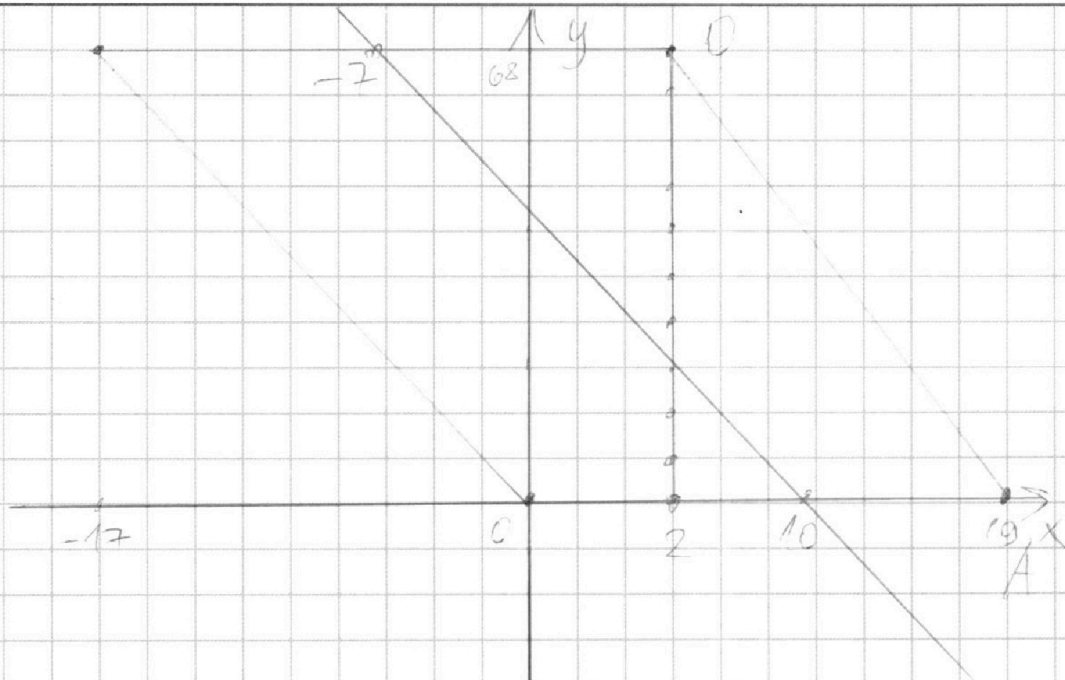
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



между  $O$  и  $2$   $69-3$  целых точек, затем между

$2$  и  $19$   $\frac{69+1}{2}$ ,  $18 = 9 \cdot 70$  точек и между  $0$  и

$-17$   $\frac{18 \cdot 69 + 1}{2} = 9 \cdot 70$  точек всего целых

точек  $9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 \cdot 2 = 69 \cdot 2 = 9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 =$

$= 1328$  точек,  $4(x_2 - y_1) + y_1 - y_2 = 40 \Rightarrow 4x + y = 40$   
 $y = 40 - 4x$

т.е. это мы в <sup>условии</sup>  $69$  точек  $y$   $40 - 4x$   $y = 40 - 4x$   $40 - 4x = 69$

когда  $x = 0 \Rightarrow$  кол-во точек  $y = 40$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{(19+17) \cdot (19+12-1)}{2} = 18 \cdot 35 = 630$$

Ответ: 630



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$5 \quad (2t^3 - 4)(t - 2)$   
 $\log_2(6x) - 2 \log_2 7 = \dots$   
 $\log_4(6x) - \frac{7}{2} = \dots$   
 $\frac{10}{13} \cdot \frac{9}{13} = \frac{10}{13} \cdot \frac{3}{13}$   
 $AC^2 = CF \cdot BC$   
 $\Delta BDC \sim \Delta CDA$   
 $\frac{x}{CD} = \frac{CD}{0.3x}$   
 $CD^2 = 0.3x^2$   
 $7t + t^4 + 8 = 0$   
 $CE \cdot CD = CA^2$   
 $BC^2 = x \cdot 1.3x = 1.3x^2$   
 $CA^2 = (1.3x)^2 - 1.3x^2 = 1.3x^2(1.3 - 1) = 1.3 \cdot 0.3x^2 = 0.39x^2$   
 $0.39x^2 = \frac{1}{6} - \frac{5}{3}$   
 $0.39x^2 = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$   
 $x = \dots$   
 $a = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma}$   
 $b = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma}$   
 $c = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma}$   
 $d_1 + d_2 = 7$   
 $d_2 = 6$   
 $d_1 = 1$   
 $d_3 = 29$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) 1350

Ответ: а) 1350

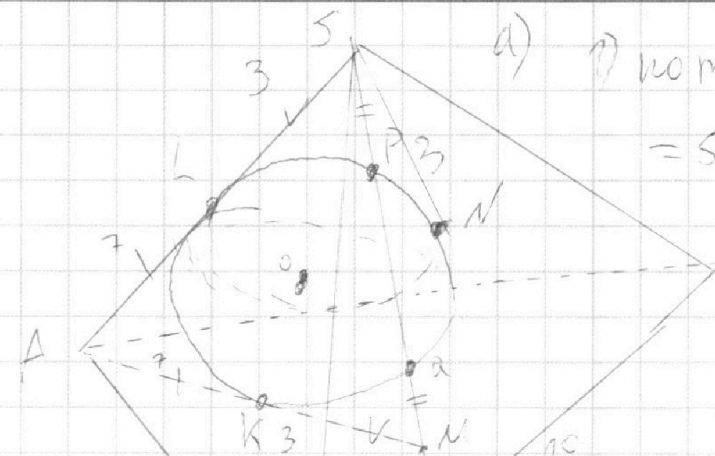
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

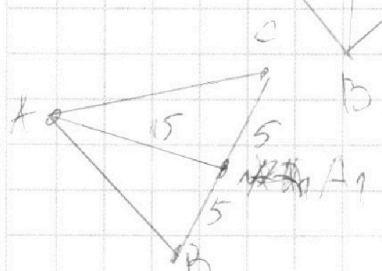


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) 1) по м. окле. и сев.  $SL^2 = SP(SP+PQ)$ ,  $MK^2 =$   
 $= SP(SP+PQ) \Rightarrow SL = MK$   
 $AL = AK$  (как радиусы)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow SA = AM = BC = 10 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  м.к.  $AM = \frac{2}{3} AA_1$  (с-вом. Пифаг.)  
 $AA_1 = 15$  2)  $\cos \angle A_1 B C$



~~высота AA1~~  $\Rightarrow S_{ABC} =$   
 $= 2 S_{ABA_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 \cdot \sin \angle AA_1 B = 60 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \sin \angle AA_1 B = \frac{4}{5}$ ,  $|\cos \angle AA_1 B| = \frac{3}{5}$

1)  $\cos \angle AA_1 B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB^2 = 160$ ,  $CC_1^2 = 2(AC^2 + BC^2) - AB^2 = 180$   
 $\cos \angle AA_1 C = -\frac{3}{5} \Rightarrow AC^2 = 340$ ,  $BB_1^2 = 45$   
 $AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = \sqrt{45} \cdot \sqrt{180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$

2) Аналогично 1, углы  $\angle AA_1 B$  и  $\angle AA_1 C$  являются смежными, а в результате остаются те же  
 1) по с-ву м. кас.  $SL = 3 = SN$ ,  $AL = 7 = AK$  по с-ву м. кас.  $\Rightarrow \Delta SOL$  - прямоугольный  $\Rightarrow$  по м. тангенса  $SO = 5$ , радиусы  $AO = \sqrt{45+16} = \sqrt{61}$  по п. а в треугольнике  $SO$  и радиусы  $AO$  и  $BO$  являются медианами в треугольнике  $ABC$ . Будем считать  $AB = 4\sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{35}$ ,  $MK = 3$ . Заметим, что  $\Delta ABC$  - остроугольный с углом при вершине  $B$ , тогда высота из  $A$  на  $BC$  выведет на продолжение стороны  $BC$  2)  $MN = MK = 3$  (опр. кас.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2 6x - 2 \log_2 6x - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad (7x^4 + 7)(x^4 - \frac{3}{7})$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0 \quad 2x^5 + 8x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 7 - 3,5 \log_2 7 + 4 = 0 \quad -3,5 \log_2^5 7 + 4 \log_2^4 7 + 1 = 0 \quad -2$$

$$7 \log_2^5 7 - 3 \log_2^4 7 - 2 = 0 \quad 7x^5 - 8x^4 - 2 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2 \cdot 12}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad \frac{\log_2^4 6x - 7}{2 \log_2 6x} = 4$$

$$\log_2^4 (6x) + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2 \cdot 12}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^4 6x - 7 - \frac{3}{\log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$(u+v)(u^4 - 4u^3v + 6u^2v^2 - 4uv^3 + v^4) + 4(u+v) = 0$$

$$\log_2 6x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\log_2^4 y + \frac{6 \cdot 12}{\log_2 y} - \frac{5}{2 \log_2 y} = 0 \quad 6x = 9^{-1}$$

$$\log_2^4 y + \frac{7}{2 \log_2 y} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 y + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

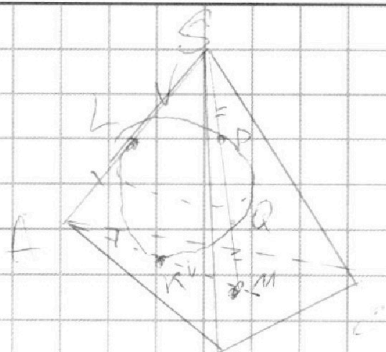
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



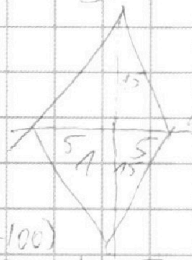
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP(SP + PQ)$$

$$MK^2 = MQ \cdot MP = SP \cdot MP = SP(SP + PQ)$$

$$SA = AM = BC = 10$$



$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin \varphi = 60$$

$$\sin \varphi = \frac{12 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} =$$

$$\frac{2(340 + 100) - 160}{4} =$$

$$170 + 10 = 180 \quad 225$$

$$170 + 10 = 180 \quad 225$$

$$440 \cdot 2$$

$$225 + 250 + 90 = 340$$

$$220 - 40$$

$$340$$

$$\frac{2(340 + 100) - 160}{4}$$

$$\frac{220}{-40} \quad \frac{170 \cdot 2}{85}$$

$$\frac{1}{2}(440)$$

$$110 \cdot 2 - 40$$

$$\frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} = \frac{2(100 + 100) - 340}{4}$$

$$\frac{170}{-85} \quad \frac{1}{2}(260) - 85$$

$$\frac{1}{2}(260) - 85$$

$$130 - 85 \quad \frac{2(100 + 100) - 340}{4} =$$

$$\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 5} = 9 \cdot 5 \cdot 2 = 930 - 85 = 845$$

$$AB^2 = 340$$

$$AC^2 = 160$$

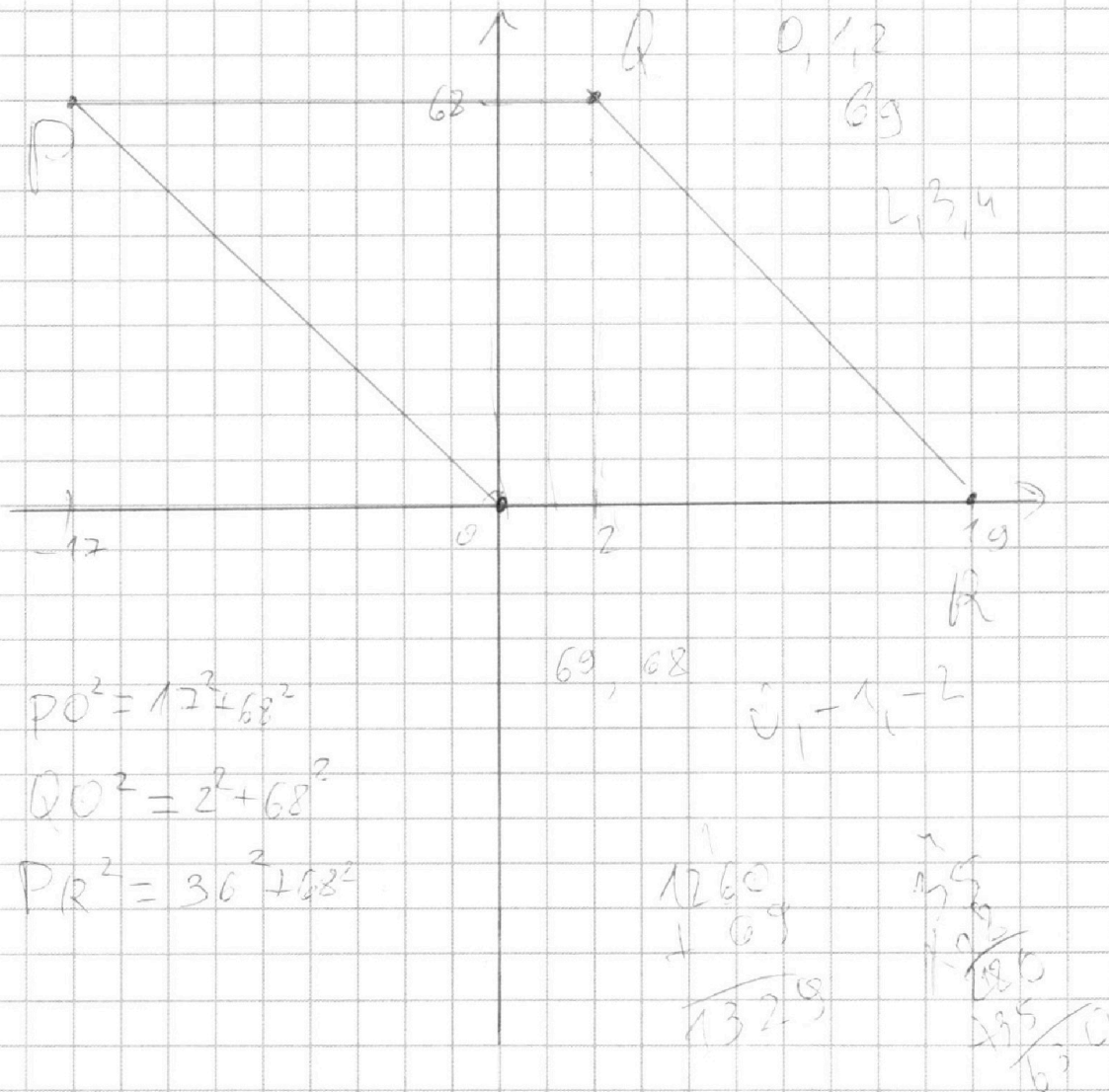
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$PO^2 = 12^2 + 68^2$$

$$QO^2 = 2^2 + 68^2$$

$$PR^2 = 36^2 + 68^2$$

$$\begin{array}{r} 1260 \\ + 69 \\ \hline 1329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ + 295 \\ \hline 1375 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 68 = 40 - 4x \\ 4x = -28 \\ x = -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12k = 68 \\ k = 4 \\ (19, 0) \\ (2, 68) \\ -68 = 2k + 6 \\ 0 = 19k + 6 \end{array}$$



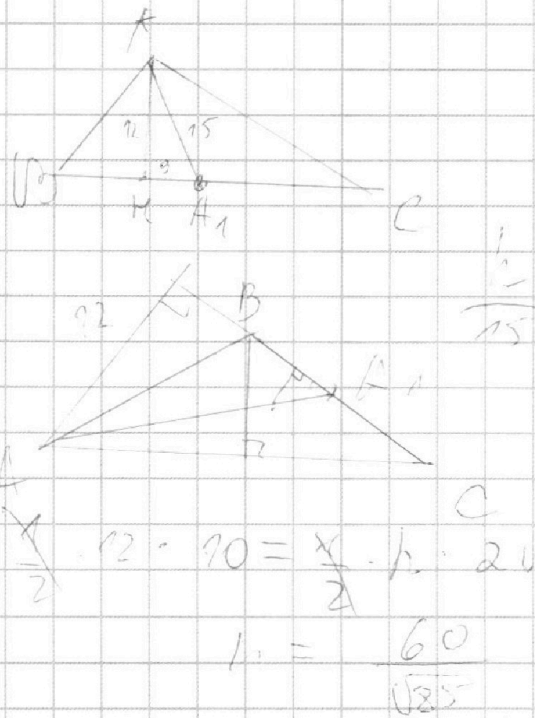
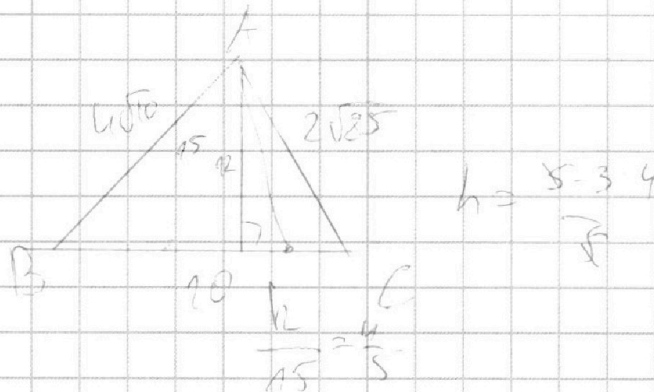
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t^4 - \frac{2}{t} - \frac{3}{2t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2t, \quad 2t^5 - 4 - 3 + 8t = 0$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$2t^5 - 8t - 7 = 0 \quad 2(t^5 + 4t^5) + 8(t - 4) - 14 = 0$$

$$2t^5 - 8t - 7 = 0 \quad 2(t+4)(t^4 - t^3 + t^2 + 4t^3 + 4t^4) + 4(t-4) - 7 = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad (t^4 - 1)(t - 1) \cdot \frac{(2t^4 - 7)(t - 1)}{(2t^3 - 7)(t^2 + 1)}$$

$$2t^5 + t^5 - 8t - 7 = 0$$

$$4 \cdot 49b^2 - 36 - 9 \cdot 49(b+1)^2 + 36$$

$$\frac{49b^2 - 9}{3199} - \frac{49(b+1)^2 - 9}{3694} = 0$$

$$x^2 + \frac{x^2}{9a^2} \quad \left( 21a(b+1) \right)^2 - \left( 21a(b+1) \right)^2 - 36a^2 + 49(b+1)^2 - 4$$

$$x = 7b - 3ay \quad a^2 \cdot \frac{49b^2 - 9}{31}$$

$$(7b - 3ay)^2 + y^2 = 9 \quad a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

$$y^2(9a^2 + 1) - 42abcy + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_y = 21a^2b^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9) > 0$$

$$(21ab)^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9)$$

$$(21ab)^2 - ((21ab)^2 - 81a^2 + 49b^2 - 9) =$$

$$= 81a^2 - 49b^2 + 9$$

$$(7b - 3ay + 7)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$(7(b+1) - 3ay)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$49(b+1)^2$$

$$\left( 21a(b+1) \right)^2 -$$

$$- (9a^2 + 1)(49(b+1)^2 - 4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4 \cdot 49b^2 - 36}{324} \quad \vee \quad \frac{9 \cdot 49(2+1)^2 - 36}{324} \quad \vee \quad \frac{(14b)^2 - (2 \cdot 1(b+1))^2}{324} \quad \vee \quad 0$$

$$(14b - 2 \cdot 1(b+1) - 2 \cdot 1)(14b + 2 \cdot 1(b+1))$$

$$-7(b+3) \cdot 7(5b+3)$$

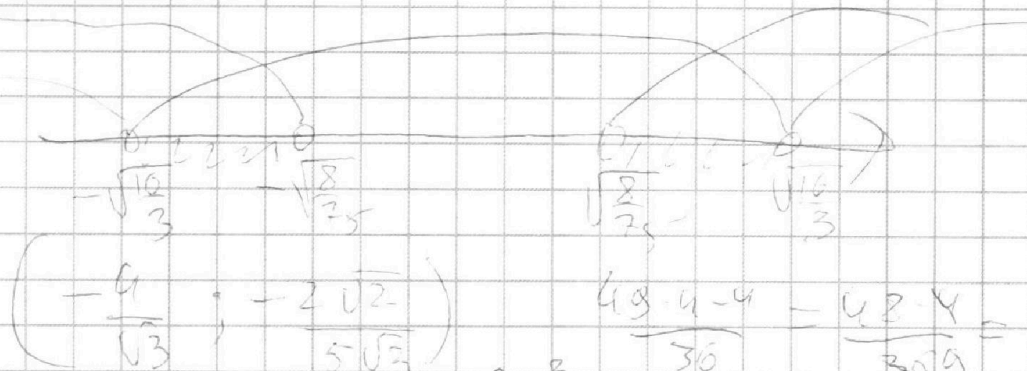
$$\frac{49}{25} = \frac{25}{24}$$

$$\frac{49 - 9 - 9}{21} = \frac{9 \cdot 48}{21 \cdot 9} = \frac{48}{7} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{49 \cdot (-\frac{3}{5})^2}{27 \cdot \frac{7}{5}}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21}$$

$$= \frac{9 \cdot (\frac{49}{25} - 1)}{\frac{819}{25}} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$



$$\frac{49 \cdot 4 - 4}{36} = \frac{6 \cdot 8 - 1}{25} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$

$$R = \frac{16}{3}$$

