



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 ab : 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \\
 bc : 2 \cdot 7^{17 \cdot 18} \\
 ac : 2 \cdot 7^{23 \cdot 39}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 ab \geq 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \\
 bc \geq 2 \cdot 7^{17 \cdot 18} \\
 ac \geq 2 \cdot 7^{23 \cdot 39}
 \end{array}
 \Rightarrow (abc)^2 \geq 2 \cdot 7^{55 \cdot 68}$$

$$\Rightarrow \sqrt{abc} \geq 2 \cdot 7^{28 \cdot 34} \Rightarrow abc \geq 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$$

(в abc содержится хотя бы $7^{35} \Rightarrow$ в abc тоже содержится хотя бы 7^{39})

Тогда $\min \{abc\} = 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$

Пример:

$$a = 2 \cdot 7^{11 \cdot 14}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{25}$$

Предположим, что abc в abc меньше \Rightarrow

\Rightarrow 1) уменьшаем кол-во двоек в a :

Пусть $a = 2^{10} \cdot 7^{14}$, тогда

(расшифруем для минимизации) $c = 2^{13} \cdot 7^{25}$, тогда, если $b = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$$b = 2^4 \cdot 7^0, \text{ но тогда } ab \not\geq 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \text{ т.к. содержит } 7^0 \Rightarrow$$

только 2^{14}

$\Rightarrow b = 2^5 \Rightarrow$ Таким образом кол-во двоек все равно $= 28$.

Если мы уменьшаем кол-во двоек в какой-либо из трех чисел \Rightarrow увеличиваем кол-во двоек в других числах. Следовательно, минимизируя 39 , тогда $ac : 7^{39}$.

Ответ: $\min \{abc\} = 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Известно: $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{ab}{(a+b)^2 - 9ab}, \text{ так как при}$$

ищем наиб. m , тогда суффиксы числителя и знаменателя

$$\Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 9ab),$$

$$\text{т.к. } (a+b)^2 : a+b \Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; -9ab), \text{ } \Rightarrow$$

a и b - взаимнопростые числа

$$\Rightarrow a+b \nmid ab \Rightarrow \text{так как } -9ab : 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \text{ тоже должно быть } : 9 \Rightarrow m = 9$$

Пример: $a = 7$, $b = -11$

$$\Rightarrow \frac{7 + (-11)}{49 - 7 \cdot 7 \cdot (-11) + 121} =$$

$$= \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{9 \cdot 2}{9(2 \cdot 18 - 7 \cdot 11)} = \frac{2}{-41}$$

Ответ: $m = 9$

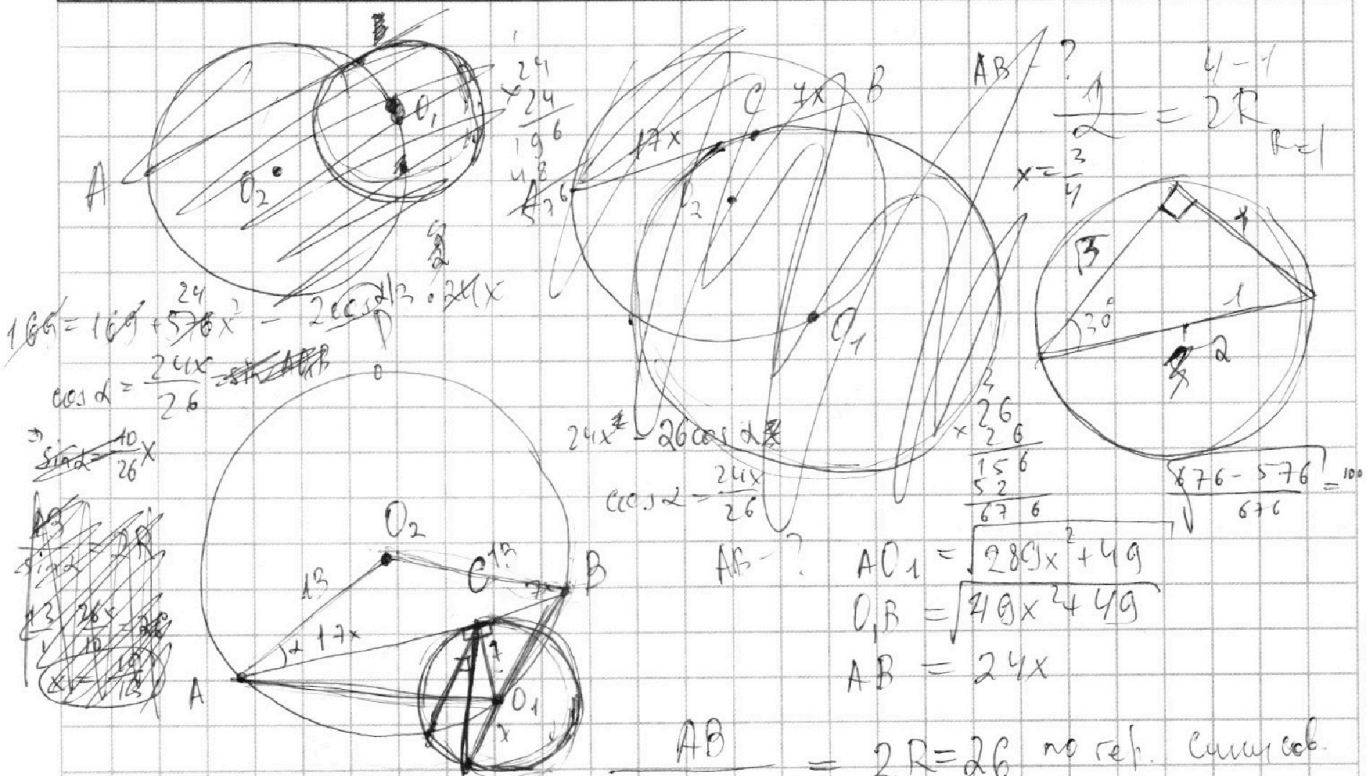
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



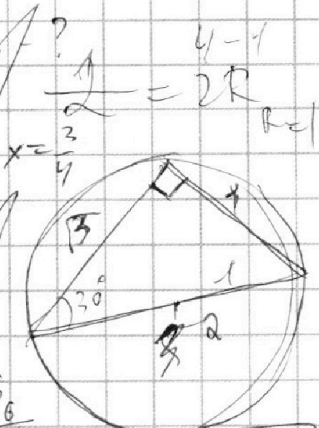
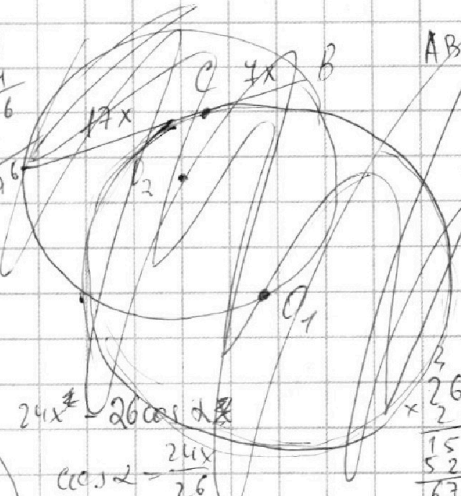
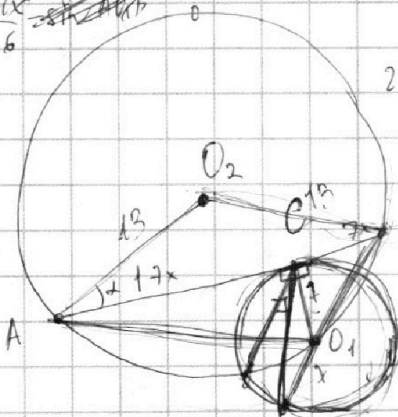
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$169 = 169 + 576x^2 - 2 \cdot 26 \cdot 24x \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{24x}{26}$$

$$\sin \alpha = \frac{10}{26x}$$



$$24x = 26 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{24x}{26}$$

$$AC_1 = \sqrt{289x^2 + 49}$$

$$O_1B = \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$AB = 24x$$

$$AB = 2R = 26 \text{ no ref. since conv.}$$

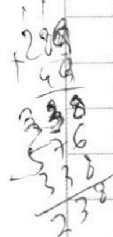
$$12 \cdot 24x = 2 \cdot 169 - 2 \cos \angle AC_2B \cdot 169$$

$$\cos \angle AC_2B = 1 - \frac{12 \cdot 24x}{169}$$

$$\frac{24x}{\sin \angle AC_1B} = 26$$

$$\sin \angle AC_2B = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \angle AC_2B}}{1} = \frac{\sqrt{169^2 - (169 - 24 \cdot 12x)^2}}{169^2}$$

$$= \frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2}$$



$$\angle AC_1B = \frac{1}{2} \angle ADB = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle A_1O_1B) = 180^\circ - \frac{\angle A_1O_1B}{2} = \frac{360^\circ - \angle A_1O_1B}{2}$$

$$\angle AC_2B = \angle AQB$$

$$2 \angle AC_1B = 360^\circ - \angle AC_2B$$

$$\sin \angle AC_2B = \sin 2 \angle AC_1B = 2 \cdot \frac{24x}{26} \cdot \cos \angle AC_1B$$

$$24x^2 = 289x^2 + 49 + 49x^2 + 49 - 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$-239x^2 + 98 = 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$\frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}}{(14 - 34x^2)^2}$$

$$169 - 144x^2 = \frac{(289x^2 + 49)(x^2 + 1)}{(14 - 34x^2)^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - 9x + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = ((1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 \quad (1)$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad (2)$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad (3)$$

$$(1) \quad 3x^2 - 6x + 2 = 1 - 18x + 81x^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x - 81x^2 = 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

При $x \neq \frac{1}{9}$:

$$\frac{9x(1 - 9x)}{2(1 - 9x)} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\frac{9x}{2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{возводим} \\ \text{в квадрат} \end{array} \right.$$

$$9x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2}{4} \quad | \cdot 4$$

$$12x^2 + 12x + 4 - 81x^2 = 0$$

$$-69x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$D = 12^2 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 144 + 1104 = 1248 =$$

$$= 3 \cdot 16 \cdot 26$$

$$x = \frac{-12 \pm 4\sqrt{3 \cdot 26}}{-138} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

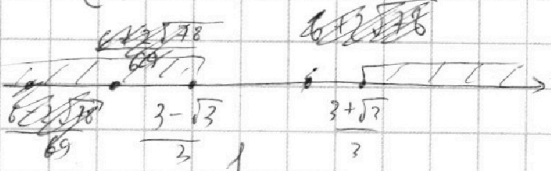
Возвращаемся к системе уравнений:

$$x = \frac{-6 + 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

$$x = \frac{-6 - 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

$$x \leq \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$



При $x = \frac{1}{9}$:

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 2} = \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{1}{9} + 1}$$

$$\sqrt{\frac{541 - 17}{27}} = \sqrt{\frac{27 + 10}{27}}$$

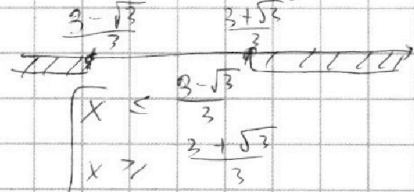
$$\sqrt{\frac{37}{27}} = \sqrt{\frac{37}{27}} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ - корень уравнения}$$

Ответ: $x \in \left[\frac{3 - \sqrt{3}}{3}, \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \right] \cup \left\{ \frac{1}{9} \right\}$

$$(2) \quad 3x^2 - 6x + 2 > 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$



$$(3) \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow г.к. неэф. неэф $x^2 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1$ всегда ≥ 0 .

Сравним:

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{3} > \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 + 23\sqrt{3} > 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$\sqrt{3} \cdot (23 - 2\sqrt{26}) > -63$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 - 23\sqrt{3} < 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$63 < \sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$126 < 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$630 < 4\sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$690 < 8\sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$690 < 16\sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$690 < 32\sqrt{3} \cdot (\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найти все значения a , для которых из системы Γ система имеет два решения.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \\ -ax + 8b = y \end{cases}$$

Изобразим на координатной плоскости:

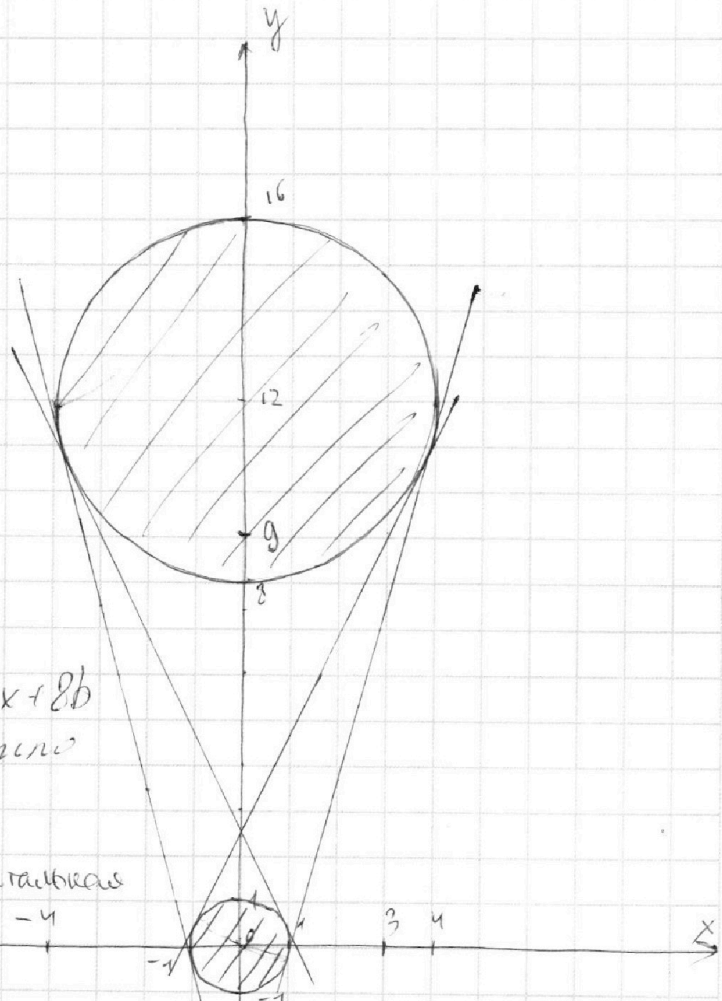
Тогда система имеет ровно два решения при пересечении

прямой и кривой $y = -ax + 8b$ там, где обе окружности имеют только две.

1) При $a=0 \Rightarrow y=8b$ — горизонтальная прямая.

Она может иметь либо множество точек, либо одну точку $\Rightarrow a=0$ не подходит.

2) Пусть прямая и пересекающие области имеют только две общие точки, прямая не должна пересекать эти области, только касаться \Rightarrow где пересекает такие прямые, которые являются общими касательными для обеих окружностей, изобразим их на чертеже. Таких касательных может быть только две.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тре: две касаются внешними окружностями и две
внутренними обеих окружностей.

Тогда две внутренних касательных:

$$a = \frac{9}{4}$$

$$a = -\frac{9}{4}$$

Две внешние:

$$a = \frac{5}{2}$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

Может быть касательная -
касательная к -
две касательных
прямых. Они попарно
симметричны.

Ответ: $a \in \left\{ \frac{9}{4}, -\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \sqrt{9x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\frac{a^2}{m} - \frac{2ab}{m} + \frac{b^2}{m} = \sqrt{9x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$\Delta_1 = 36 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = -108 < 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 108}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$9x^2 + 9x + 1 = \frac{81x^2(1 - 9x)^2}{4(1 - 9x)^2} \cdot 4$$

$$12x^2 - 81x^2 + 9x + 1 = 0 \quad -69x^2 + 9x + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 69 = 5 \cdot 19$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{-138} = \frac{3 \pm \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138}$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{3 + \sqrt{3}}{3} < \frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138} < \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{46} < 3 - \sqrt{3} < \frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138} < 138 + 46\sqrt{3}$$

$$\sqrt{95} + 46 < 135 \cdot \sqrt{45}$$

$$95 + 46^2 + 92\sqrt{95} < 195 \cdot 45$$

$$92\sqrt{95} < 6075 - 2211$$

$$\sqrt{95} < 42$$

Или $x = \frac{1}{9}$

$$\sqrt{9 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{3}{9} + 1} = \frac{1}{9} - 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{18}{27} + 2} = \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{9}{27} + 1}$$

$$\sqrt{\frac{54 - 18}{27}} = \sqrt{\frac{27 + 10}{27}}$$

$$\frac{34}{27} = \frac{37}{27}$$

$$23 \cdot 23 > 2 \cdot 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 bc &: 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac &: 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc \cdot b &= k \cdot 2^{32} \cdot 7^{29} \\
 abc \cdot c &= m \cdot 2^{40} \cdot 7^{57} \\
 abc \cdot a &= p \cdot 2^{38} \cdot 7^{50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \max \{ab, bc, ac\} &= ac \\
 \min \{ab, bc, ac\} &= ab
 \end{aligned}$$

Предположим, что $c = \max\{a, b, c\}$
тогда $a = \min\{a, b, c\}$

$$\begin{aligned}
 abc(c-b) &= 2 \cdot 7 \cdot (2^8 \cdot 7^8 \cdot m - k) \\
 abc(c-a) &= 2 \cdot 7 \cdot (2^{27} \cdot 7^m - p)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc &\leq 2^{32} \cdot 7^{29} \\
 ab &\leq 2^{15} \cdot 7^{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 bc &\geq 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac &\geq 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (abc)^2 &\geq 2^{55} \cdot 7^{68} \\
 abc &= m \cdot 2 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\min \{abc\} = 2^{39} \cdot 7^{41}$$

$a = 2^{14} \cdot 7^{14}$
 $b = 2^4 \cdot 7^0$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{18}$
 Non-ko glesko?
 $b \cdot a \geq 11$
 $a = 2 \cdot 7$
 $b = 2 \cdot 7$
 $c = 2 \cdot 7$
 $a = 2^{10} \cdot 7^{14}$
 $b = 2^4 \cdot 7^0 \leq 15$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{25}$

$a = 2^7 \cdot 7^7$
 $b = 2^5 \cdot 7^0$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{25}$
 $a = 2^{11} \cdot 7^7$
 $b = 2^5 \cdot 7^0$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{26}$

$\min = 2 \cdot 7$

$\frac{a}{b}$ - монотонная $a+b$ $(\cdot b)$
 $\max f(m) = a^2 - 7ab + b^2 = (2a - 7 - 3\sqrt{5}b)(2a - 7 + 3\sqrt{5}b) \cdot \frac{1}{1 + 9(\frac{a}{b})^2}$
 $\Delta = 49b^2 - 4b^2 = 45b^2 = 15 \cdot 3 = 45$
 $a = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}b}{2}$
 $\geq \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$
 $(2 - \frac{7}{a} - 3\sqrt{5} \frac{b}{a})(2 \frac{a}{b} - 7 + 3\sqrt{5})$
 $\frac{a+b}{1} : ((a+b) + \frac{ab^2}{a+b}) = 1 + \frac{(a+b)^2}{9b^2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$16g - 144x^2 = \frac{4(7-47x^2)^2}{(289x^2+49)(x^2+1)}$$

$$-8ab$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) = 0$$

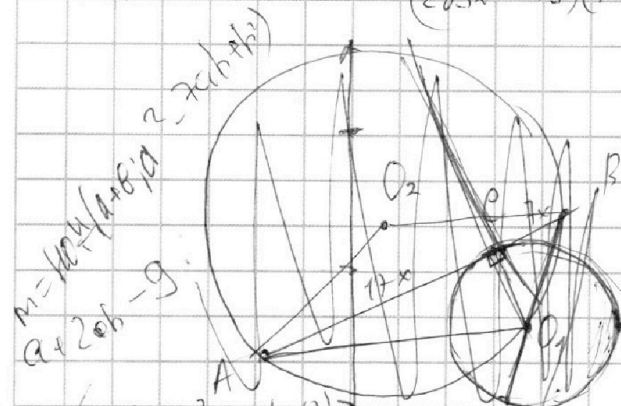
$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 > 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 > 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 < 0$$

$$\frac{a+b}{2ab} = \frac{1}{2b} + \frac{1}{2a} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$



Кос. $(a+b; a^2-2ab+b^2) =$
 $= \cos(a+b; (a+b)^2 - 8ab) =$
 $= \cos(a+b; -8ab) = m$ наиб. вместе
 a и b — взаимноперпендикулярны $m =$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$NB^2 = BK \cdot BM = 49x^2 = (BM+14)^2 + BM^2$$

При $a=0$ — верна формула.

При $a, b=0$ — верно, наиб. совместно.

Для $a \in [0, 1]$

$$(y-1)^2 = 16 - 4^2 - 1 \quad x^2 + (y-12)^2 = 16$$

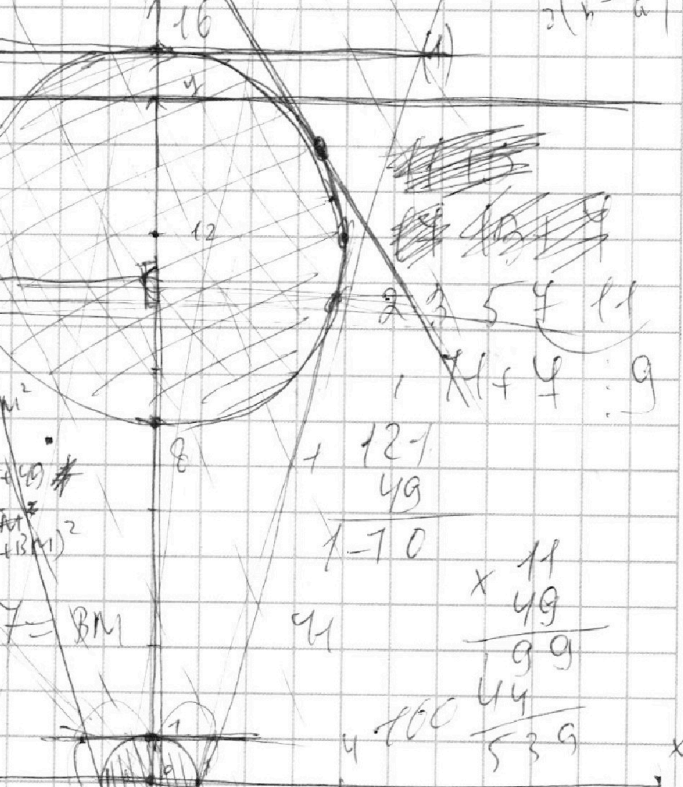
$$4^2 - 12^2 - 4^2 = 15 \quad x^2 + (y')^2 = 1$$

$$-24y + 144 = 15 \quad y = \frac{129}{24} \Rightarrow x =$$

$$1-x = \sqrt{16-x^2} + 12$$

$$1-x^2 = 16-x^2 + 144 + 2\sqrt{16-x^2}$$

$$-159 = 2\sqrt{16-x^2}$$



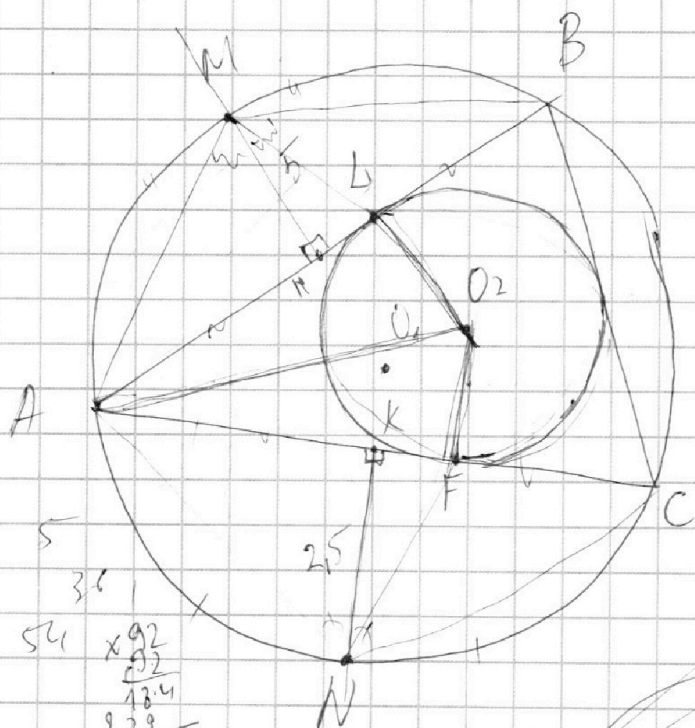
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AO_2 - ?$

$$AL = AF$$

$$S_{AML} = 2 S_{ANF}$$

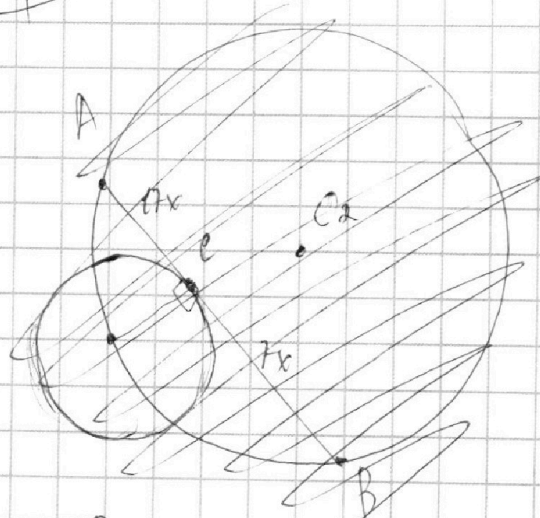
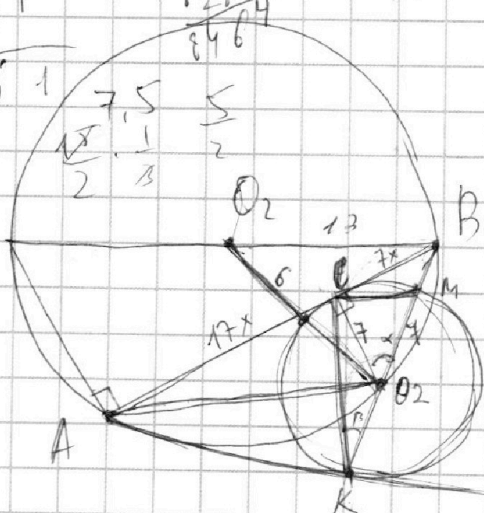
$$\sqrt{16 - x^2} \cdot 12$$

$$x^2 + (12 - x)^2 = 16$$

$$= 2x + 18$$

$$\begin{array}{r} 869 \\ \times 69 \\ \hline 621 \\ 4761 \\ \hline 59761 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 92 \\ \hline 108 \\ 972 \\ \hline 4968 \end{array}$$



$$\frac{24x}{\sin \angle AC_2B} = 26$$

$$\cos \alpha = \frac{AO_2}{BO_2} = \frac{\sqrt{49x^2 + 49}}{7} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$CM^2 = 98 - 2\sqrt{49x^2 + 49} \cdot 49$$

$$\sin \beta = \frac{7 \cdot 49 (49 - 2\sqrt{49x^2 + 49})}{2 \cdot 7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

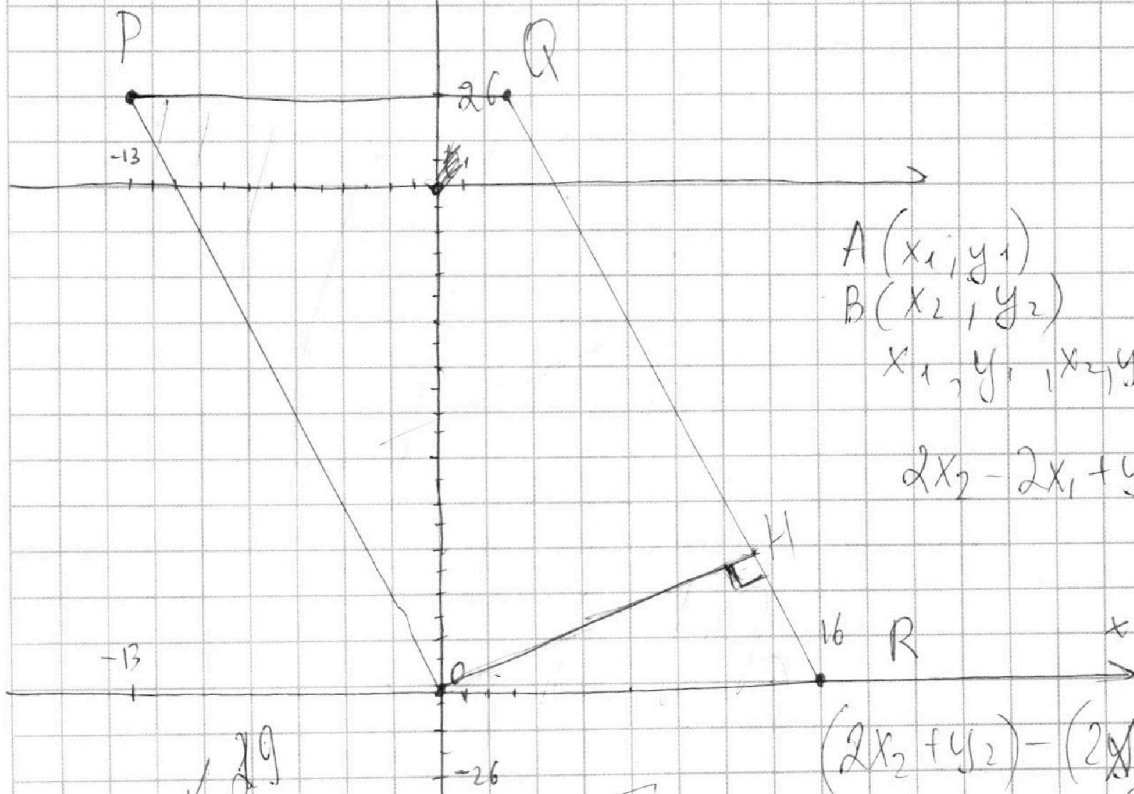
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & (169 - 1614x^2)(289x^2 + 49)(x^2 + 1) = \\ & = 49(7 - 17x^2)(7 - 17x^2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & A(x_1, y_1) \\ & B(x_2, y_2) \\ & x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + (2x_1 + y_1)$$

$$16 \geq x_1 \geq -13$$

$$26 \geq y_2 \geq 0$$

наш max 26

