



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + p_1 + p_2 \geq 104 \\ x_1 + x_3 + p_1 + p_3 \geq 14 \\ x_2 + x_3 + p_2 + p_3 \geq 20 \\ x_1 + x_2 + x_3 = \frac{51 + p_1 + p_2 + p_3}{2} = 26 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 + y_2 + p'_1 + p'_2 \geq 10 \\ y_2 + y_3 + p'_2 + p'_3 \geq 14 \\ y_1 + y_3 + p'_1 + p'_3 \geq 34 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 32 + \frac{p'_1 + p'_2 + p'_3}{2} \end{array} \right.$$

Нетрудно заметить, что  
вторая система имеет  
решения при  $p'_2 \neq p'_1 + p'_3 = 5$ ,  
которое при этом является  
минимальным.

$$\text{Пример: } x_1 = 9, x_2 = 11, x_3 = 6, \\ y_1 = 20, y_2 = 0, y_3 = 10$$

$$abc = 2^{26} \cdot 4^{34}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 4^{37}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$abc = 7^{34} \sqrt{K_1 K_2 K_3 \cdot 2^{51}} \Leftrightarrow$$

$$2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} = 7^{\frac{(32+r_1+r_2+r_3)}{2}} \cdot 2^{\frac{51+r_1+r_2+r_3}{2}}$$

$$\text{т.к. } \sqrt{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot 2^{51}} \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\frac{51+r_1+r_2+r_3}{2} \in \mathbb{N} \Rightarrow 51+r_1+r_2+r_3 \div 2$$

Без ограничения общности при-  
мем, что  $r_1 = 1, r_2 = 0, r_3 = 0$   
(подобрать тройку  $(r_1, r_2, r_3)$

такую, чтобы  $\frac{r_1+r_2+r_3+51}{2} \div 2$

и при этом, чтобы сумма  $r_1+r_2+r_3$   
в новой тройке была меньше

$r_1+r_2+r_3$  при  $r_1=1, r_2=0, r_3=0$   
меньше, т.к. наименьшее число к

$r_1+r_2+r_3+51$  которое будет  $\div 2$

при  $r_1, r_2, r_3 \geq 0$  будет 52).

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{14}, \quad ac :$$

$$2^{10} \cdot 7^{34} \Leftrightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

м.к  $ab: 2^{14} \cdot 4^{10}$ ,  $bc: 2^{14} \cdot 4^{17}$ ,  
 $ac: 2^{20} \cdot 4^{37} \Rightarrow ab = k_1 \cdot 2^{14} \cdot 4^{10}$ ,  
 $bc = k_2 \cdot 2^{14} \cdot 4^{17}$ ,  $ac = k_3 \cdot 2^{20} \cdot 4^{37}$ ,  
где  $k_1, k_2, k_3$  - частное получаемое  
при делении:  $ab$  на  $2^{14} \cdot 4^{10}$ ,  
 $bc$  на  $2^{14} \cdot 4^{17}$ ,  $ac$  на  $2^{20} \cdot 4^{37}$   
соответственно  $\Rightarrow$

$$ab \cdot bc \cdot ac = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{14+14+20} \cdot 4^{10+17+37}$$
$$\Leftrightarrow (abc)^2 = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51} \cdot 4^{67} \Leftrightarrow$$
$$abc = 4^{32} \sqrt{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51}}. \text{ Так}$$

как  $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow$   
 $\sqrt{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51}} \in \mathbb{N}$ . Очевидно,  
чтобы  $abc$  было минималь-  
ным,  $k_1 = 2^{p_1} \cdot 4^{p_1'}$ ,  $k_2 = 2^{p_2} \cdot 4^{p_2'}$ ,  
 $k_3 = 2^{p_3} \cdot 4^{p_3'}$ , где  $p_1, p_2, p_3, p_1', p_2', p_3'$   
 $p_3' \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $a = 2^{x_1} \cdot 4^{y_1}$ ,  
 $b = 2^{x_2} \cdot 4^{y_2}$ ,  $c = 2^{x_3} \cdot 4^{y_3}$ . Тогда  
получаем, что  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \in$   
 $\mathbb{N} \cup \{0\}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из условия следует, что  
 $m$  — это НОД:  $(a+b, a^2 - 6ab + b^2)$   
 $a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab \Rightarrow$   
 $(a+b, (a+b)^2 - 8ab) = (a+b, -8ab) \Rightarrow$   
(п.к.  $a$  является несократимой  
дробью  $\frac{a}{b}$ )  $\Rightarrow a$  и  $b$  взаимнопросты  
 $\Rightarrow (a+b, -8ab) = \pm 8, \pm 4, \pm 2,$   
 $\pm 1$

П.к. нас интересуют наиболь-  
шие  $m \Rightarrow m = 8$ . Пример:  $a=11, b=5$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{11+5}{11^2 - 6 \cdot 5 \cdot 11 + 5^2} = \frac{16 \overset{\cdot 8}{}}{184 \overset{\cdot 8}{}} = \frac{2}{23}$$

Ответ:  $m = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow AB = 8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$$

Ответ:  $8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

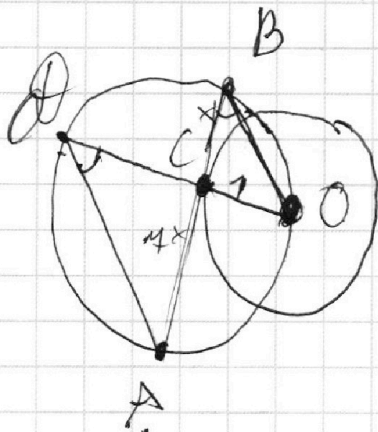
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



N3



Дано

$O$  - ц.  $\omega$

$$\frac{AC}{CB} = 4$$

$$r_{\omega} = 1$$

$$R_{\Omega} = 5$$

$$AB = ?$$

Решение: Проведём  $CO$ .

Продлим  $OC$  до пересечения с  $\Omega$  в точке  $D$ .  $\angle ADO = \angle CBO$

как опирающиеся на одну дугу  $\omega$ . Пусть  $AC = 4x$ ,  $CB = x$ .

П.к.  $C$  - это точка касания  $\Rightarrow$

$$\angle OCB = 90^\circ \Rightarrow \angle DCA = \angle OCB = 90^\circ$$

(как вертикальные).

$$\angle ADC = \angle CBO, \angle DCA = \angle BCO = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BCO \Rightarrow \frac{AC}{CO} = \frac{DC}{x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 8x = 8 \sqrt{\frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$$

Ответ:  $8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7  
                 

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1$  и  $\sqrt{2x^2-5x+3} \leq 1$   
не пересекаются  $\Rightarrow \sqrt{2x^2+2x+1} + \sqrt{2x^2-5x+3}$   
будет больше 1 при всех допустимых  $x \Rightarrow x = \frac{2}{7}$  является  
единственным корнем.

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$\left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) = 2 - 4x$$

$$- \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\frac{2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}} = 2 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{2 - 4x}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}} = 2 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Заметим, что  $x = \frac{2}{4}$  является решением. Рассмотрим теперь все

$$x \neq \frac{2}{4} : \frac{2 - 4x}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}} = 2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1.$$

Заметим, что  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1$

при  $x \in \left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$ , а с учетом того, что  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$ :

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1 \text{ при } x \in \left[ \frac{1}{2}; 1 \right] \cup [1,5; 2]$$

А при  $x \in \left[ -\frac{1}{2}; 0 \right] : \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1$   
Итого множество  $x$ , при которых



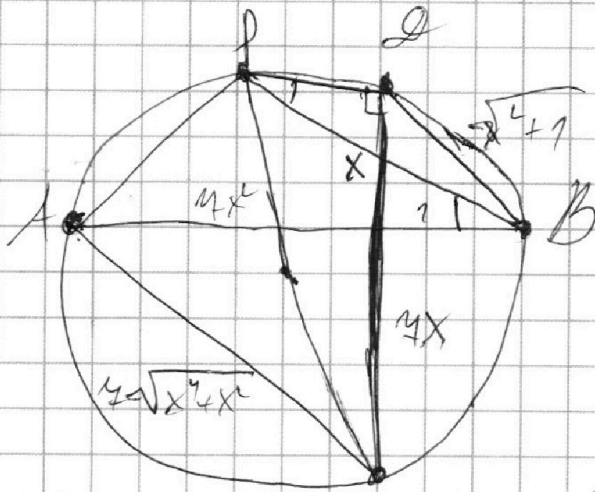
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49(x^4 + x^2) + x^4 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 + 99 = 0$$

$$x = 50 \pm \sqrt{\dots}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 99 \\ \times 99 \\ \hline 9857 \\ \times \\ \hline 27904 \end{array}$$

$$27904 =$$

$$9 \cdot 11 \cdot 4^2$$

$$\begin{array}{r} 29404 \\ - 25000 \\ \hline 4404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27904 \quad | \quad 4 \\ - 20 \\ \hline 79 \\ - 16 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{5446} = 4 \\ - 39 \\ \hline 46 \\ \times 46 \\ \hline 456 \\ 532 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

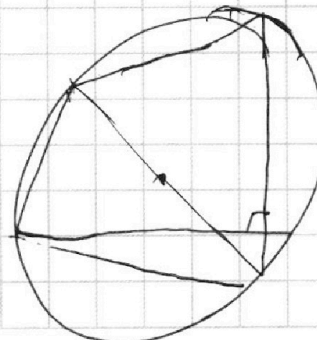
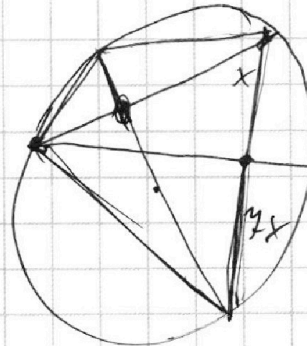
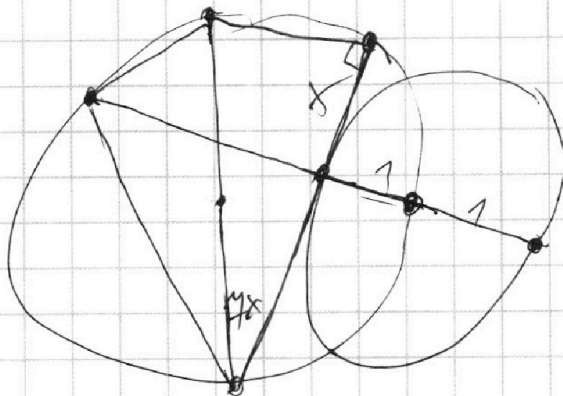
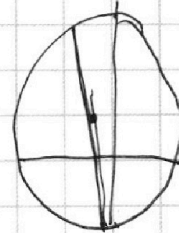
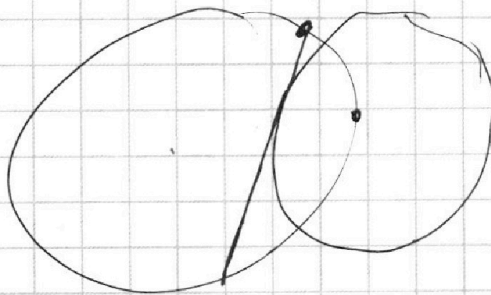
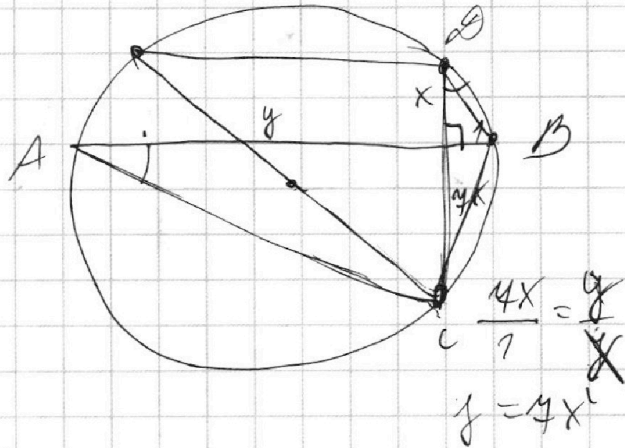
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 14 \\ y_1 + y_2 \geq 10 \\ x_2 + x_3 \geq 14 \\ y_2 + y_3 \geq 14 \\ x_1 + x_3 \geq 10 \\ y_1 + y_3 \geq 34 \\ x_1 + x_2 + x_3 = \frac{5r_1 + r_2 + r_3}{2} = \frac{5L}{2} = 26 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 32 + \frac{r_1 + r_2 + r_3}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x - 7$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2x - 7)^2$$

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$-7x + 2 = (2x - 7)(\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3})$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{-7x+2}{2x-7} = \frac{-\sqrt{2x^2+2x+1} - \sqrt{2x^2-5x+3}}{-5x+11}$$

$$ab : 2^{14} \cdot 4^{10} \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = 14, y_3 = 20$$

$$bc : 2^{14} \cdot 4^{12} \Rightarrow bc = k_2 \cdot 2^{14} \cdot 4^{12}$$

$$ac : 2^{10} \cdot 4^{32} \Rightarrow ac = k_3 \cdot 2^{20} \cdot 4^{32}$$

$$(abc)^c = k_1 k_2 k_3 \cdot \sqrt[3]{2^{51} \cdot 4^{69}} \Rightarrow$$

$$abc = \sqrt[3]{k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{51} \cdot 4^{69}} = 2^{26} \cdot 4^{32}$$

$$k_1 = 2^1$$

$$ab = 2^{25} \cdot 4^{10}$$

$$a = 2^{x_1 + x_2} \cdot 4^{y_1 + y_2}$$

$$b = 2^{x_1 + x_3} \cdot 4^{y_1 + y_3}$$

$$c = 2^{x_2 + x_3} \cdot 4^{y_2 + y_3}$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 20 \\ y_1 + y_3 = 14 \\ y_2 + y_3 = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} y_1 \geq 9 \\ y_2 \geq 12 \\ y_3 \geq 10 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 14 \\ x_1 + x_3 = 14 \\ x_2 + x_3 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_2 = 6 \\ x_3 = 8 \\ x_1 = 6 \end{matrix}$$

$$x_1 = \frac{15 + 14 - 20}{2} = 6$$

$$x_1 = 6, x_2 = 6, x_3 = 8 \quad x = 9, x_2 = 12$$

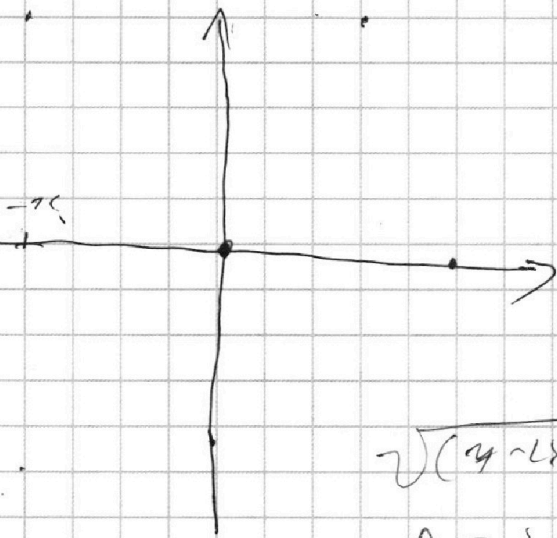
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \frac{4 - 2x}{2 - 4x}$$

$$4 - 2x = a, \quad 2 - 4x = b$$

$$\sqrt{(4 - 2x)(2 - 4x)} = 2(x - 1)(x - 1,5)$$

$$a = x - 1, \quad b = x - 1,5$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 4 - 4x \geq 0$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 4x - 4$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 \geq 16x^2 - 32x + 16 \\ 4x - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$4x - 4 \geq 0 \quad \frac{4x - 5}{2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}} + \frac{4x + 2}{2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$$

$$4x - 4 \leq 0$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$\sqrt{\frac{4}{49} - \frac{40}{49} + \frac{49}{49}} = \frac{8}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \sqrt{\frac{4}{49} + \frac{28}{49} + \frac{49}{49}} = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

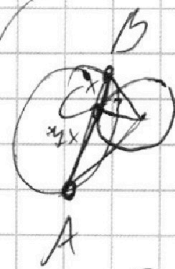
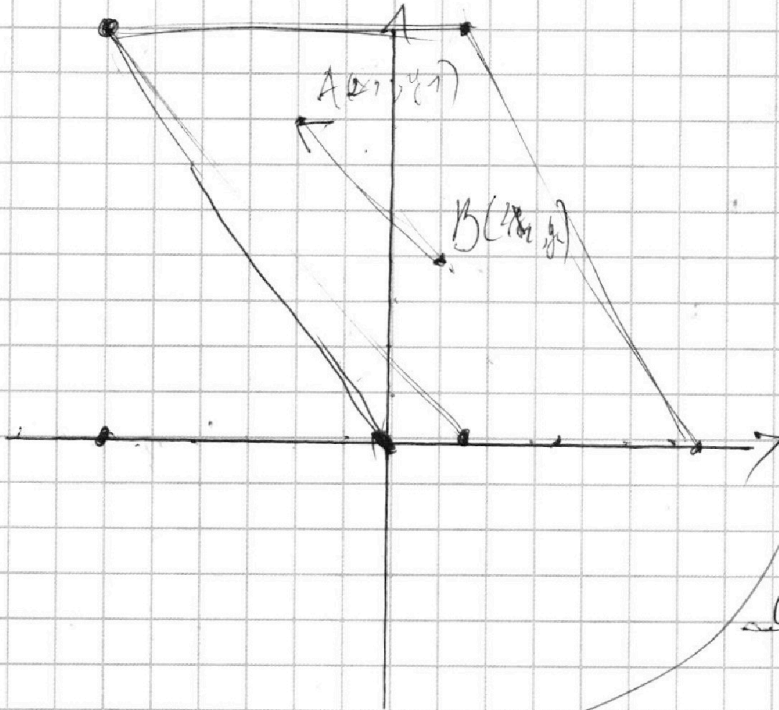
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



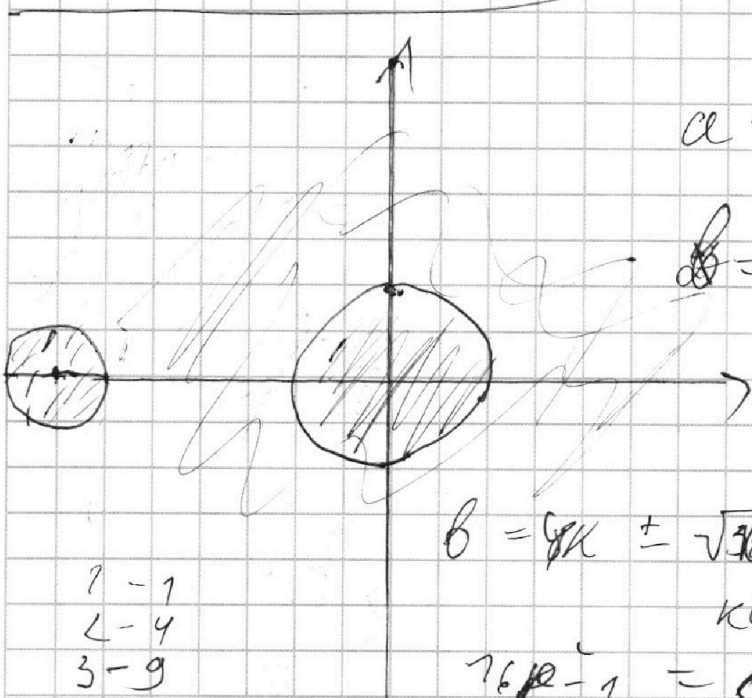
$$\frac{3+5}{9+25-60} = \frac{8}{25}$$

$$a+b = kab$$

$$\frac{a(bk+1) + b(bk+1)}{(-bk+1)(a+b)} = -bk$$

$$a+b = 8k$$

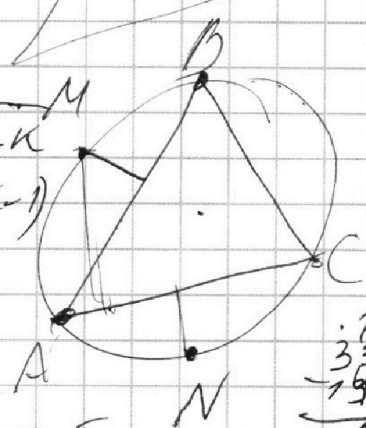
$$ab = k$$



$$y = ax + 10b$$

$$a = \frac{k}{8}, \quad k - 8kb + b^2 = 0$$

$$b = \frac{8k \pm \sqrt{64k^2 - 4k}}{2}$$



$$b = \frac{8k \pm \sqrt{36k^2 - k}}{2}$$

$$k(16k-1) = 8$$

$$16k^2 - k - 8 = 0$$

- 1 - 1
- 2 - 4
- 3 - 9
- 4 - 0
- 5 - 9
- 6 - 4
- 7 - 1
- 8 - 0

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 113 \\ \hline 156 - 336 \end{array}$$

8

$$\frac{117+25}{117+25-60} = \frac{142}{82} = \frac{71}{41}$$

$$\begin{array}{r} 330 \\ - 195 \\ \hline 135 \\ \hline 184 \end{array}$$

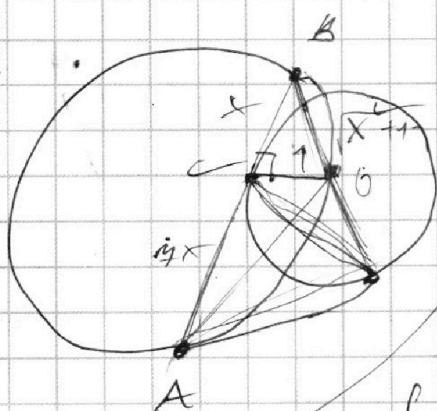
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{pow}(A, w) = R^c - R^c = 0$$

$$\text{pow}(B, w)$$

$$a^c - 8ab + b^c =$$

$$(a+b)^c - 8ab$$

$$\left\{ (a+b)^c - 8ab, a+b \right\}$$

$$(a+b)^c - 8ab \stackrel{a+b}{=} -8ab \Rightarrow$$

$$\left( (a+b)^c - 8ab, a+b \right) = (-8ab, a+b)$$

$$\frac{a}{b} - \text{месса} \Rightarrow a \perp b \Rightarrow \text{?}$$

$$a+b = -8ab \Leftrightarrow a(8b+1) = -b \Rightarrow$$

$$\sqrt{2x^c - 5x + 3} - \sqrt{2x^c + 2x + 1} = 2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$-4x + 2$$

$$\sqrt{2x^c - 5x + 3} + \sqrt{2x^c + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$x \neq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sqrt{2x^c - 5x + 3} + \sqrt{2x^c + 2x + 1} = 1$$

$$f(x) = 2x^c + 2x + 1, \quad f'(x) = 4x + 2; \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} \quad \frac{2 \cdot 15}{16} - \frac{5 \cdot 5 \cdot 4}{16} + \frac{48}{16} =$$

$$\frac{90}{16} - \frac{100}{16} \quad \frac{1}{0} - \frac{15}{0} \quad \frac{2x^c + 2x + 1 \leq 1}{2x^c - 5x + 3 \geq 1}$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{4} + 3$$



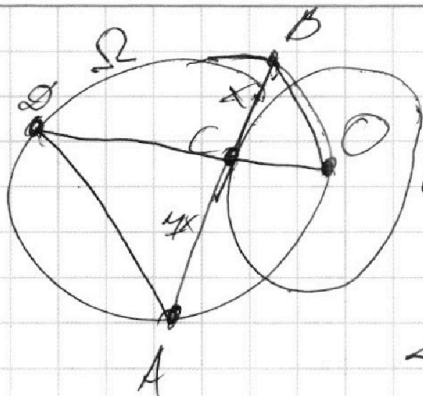
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Соединим точ. C с точ. O. Так как C - т. касания  $\Rightarrow \angle BCO = 90^\circ$ . Проведем

OC до пересечения с  $\Omega$ . Пусть OC пересекает  $\Omega$  в точке D.  $\angle BCO = \angle ADO = 90^\circ$  (как верт.).

$\angle ADC = \angle ABD$  как опирающиеся на одну дугу  $\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BCO \Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{BC}{OB}$ . Пусть

$$AC = 4x, BC = x: DC = \frac{AC \cdot CB}{OC} = 4x^2$$

$\triangle ADC \sim \triangle OBC$  - прямоуго.  $\Rightarrow$

$$AD = 4\sqrt{x^2 + x^2}, BC = \sqrt{x^2 + 1}$$

Так как  $OD \perp BA$  ( $\angle DCB = \angle ACO = 180 - \angle ACB = 90$ )  $\Rightarrow AD^2 + OB^2 = 4 \cdot 5^2 \Leftrightarrow$

$$99x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 99}}{2 \cdot 99}}$$

Положительное выпр  $x \geq 0 \Rightarrow$

$$x = \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 99}}{2 \cdot 99}} \Rightarrow$$