



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{a'} 7^{a''} = 2^9 7^{15}$$

$$b = 2^{b'} 7^{b''} = 2^6 7^0$$

$$c = 2^{c'} 7^{c''} = 2^{22} 7^0$$

Заметим, что эти a, b, c подходят ~~т.к.~~ и исходя
из произведения их ~~отсюда~~ ~~мы~~ ~~получим~~ ~~минимум~~ \Rightarrow
из доказательства

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Теперь решим аналогичную задачу для степени 7

d'', b'', c'' - степени 7 в a, b, c соответственно.

$$\begin{cases} a'' + b'' = 10 + x_1 \\ b'' + c'' = 17 + y_1 \\ c'' - a'' = 37 + z_1 \end{cases}$$

$x_1, y_1, z_1 \in \mathbb{N}$

замети, что по аналогии
(продолжи рассуждения, решив задачу
- так же из условия $x_1 + y_1 + z_1$

$$\begin{cases} a'' + b'' = 10 + x_1 \\ b'' + c'' = 17 + y_1 \\ b'' - a'' = -20 + y_1 - z_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b'' = -10 + x_1 + y_1 - z_1 \rightarrow \\ b'' + c'' = 17 + y_1 \\ b'' - a'' = -20 + y_1 - z_1 \end{cases}$$

$$x_1 + y_1 - z_1 \geq 10 \Rightarrow x_1 + y_1 \geq 10 \Rightarrow$$

покажем, что при $x_1 = 5, y_1 = 5$ и $z_1 = 0$, возможно.

$$\begin{cases} 2b'' = 0 \\ b'' + c'' = 17 + 5 \\ a'' + b'' = 15 \\ a'' + c'' = 37 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a'' = 15 \\ c'' = 22 \\ b'' = 0 \end{cases} \text{ (подходит по условию)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Заметим, что в минимальное две конкурсы
входят только 2 и 7,

(начала узнаем в какой степени входит 2

)] d', b', c' степени входят 2 в a, b, c . \rightarrow

$$\begin{cases} d' + b' = 14 + x \\ b' + c' = 17 + y \\ c' + d' = 20 + z \end{cases} \quad x, y, z \in \mathbb{N} \text{ - неизвестные.}$$

$2(d' + b' + c') = 51 + x + y + z$, заметим, что $x + y + z$

должно быть нечётным $\Rightarrow x + y + z \geq 1$,

окажем, что при $x + y + z = 1$, это возможно, $\exists x = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} d' + b' = 15 \\ b' + c' = 17 \\ c' + d' = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d' + b' = 15 \\ d' - b' = 3 \\ c' + d' = 20 \\ b' + c' = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d' = 18 \\ d' - b' = 3 \\ c' + d' = 20 \\ b' + c' = 17 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} d' = 9 \\ b' = 6 \\ c' = 11 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

Обозначим ~~(x, y)~~, $\text{НОД}(x, y)$, как $(x, y) \Rightarrow$

$(a, b) = 1$ и давайте найдем $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2)$

$$(a+b, a^2-6ab+b^2) = (a+b, (a+b)^2-8ab) =$$

$$(a+b, -8ab) = (a+b, -8ab+8a^2+8ab) =$$

$$(a+b, 8a^2) \text{ т.к. } (a, b) = 1, \Rightarrow$$

$$(a+b, 8a^2) = (a+b, 8) \Rightarrow \text{если } m \neq 8, \text{ докажем,}$$

что $m=8$ достигается

$$\left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ b=4 \end{array} \Rightarrow \right.$$

$$\frac{a+b}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow m=8 \Rightarrow$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



р 4

Или сложив из условий.

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x-3)(x-1) \geq 0 \\ x^2 + (x+1)^2 \geq 0 \end{cases} \quad (=)$$

$$x \in (-\infty, 1] \cup [1,5; +\infty).$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad | \cdot (-1) \rightarrow$$

$$(2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1) = (2 - 4x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(2 - 4x) = (2 - 4x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$0 = (2 - 4x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1)$$

$$\begin{cases} 2 - 4x = 0 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{4} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

И (2) - верно, тогда \Rightarrow

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 \leq 1 \Rightarrow$$

$$2x(x+1) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 0]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Также из этого следует, что.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1 \Rightarrow$$

$$2x^2 - 5x + 2 \leq 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{1}{2}, 2 \Rightarrow$$

$$2(x - 0.5)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow$$

$$x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right] \Rightarrow$$

1 или 2 верно \Rightarrow

$$\begin{cases} x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ x \in [-1; 0] \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset \Rightarrow \text{невозможно} \Rightarrow$$

2 - наоборот не верно \Rightarrow

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

каждая прямая бюджет имеет ровно.

15 соответствий \Rightarrow

не спра

\sum по всем A_i - степень прямой от $A_i =$

15 \cdot сумма степеней \sum степеней $\Rightarrow 15 \cdot 364 =$
5460

Ответ: ~~15~~ ~~364~~ 5460

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

теперь очень легко для точки.

А найти прямую, которая

будет, содержать все нужные точки,

то прямая должна содержать точку

$$(x_1 + 6, y_1) =$$

$$y_1 = 2(x_1 + 6) + k$$

$$y_1 = 2x_1 + 12 + k$$

$$k = y_1 - 2x_1 - 12$$

→ все в.

$$0 = 2(x_1 + 6) + k$$

$$0 = 2x_1 + 12 + 2x_1 + 12$$

заметим что требуемая величина =

$$\sum_{A \in \text{орбиты}} \dots$$

степень прямой от (k) мой содержащей (x, y)

теперь заметим. отпрокрутим все прямые от 1 до 30. теперь,

$$\text{заметим, что на высоте } y_1 = 23 \text{ от } (x_1 + 6, y_1) = \sum_{i=1}^{23} \text{ степеней прямой номер } (2i-1)$$

заметим, что при увеличении высоты

то числа на них имеют соответствующие.

прямые на отрезке с левой грани и правой грани, как у прямой, мы получили на 1 =>

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



задача сирдеш

точку $A(x_1, y_1)$

и ~~II~~ ~~линия~~ введем зависимость

y_2 от x_2 .

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12. \Rightarrow$$

$$y_2 = 12 - 2x_2 + 2x_1 + y_1 \Rightarrow$$

~~это карая - 10~~ \Rightarrow

для одной точки A все точки B ,
такие, что пара (A, B) AB - хордовая,
расположены на прямой с условию.
коэф. -2 . \Rightarrow проведем все.

подобные прямые, очевидно,

(теперь по прямой назовем кол-во

~~таже~~ целочисленные x точек параллелограмма

который он ~~пересекает~~ пересекает,

очевидно что \sum всех степеней = ^{кол-во} ~~сумма~~ точек

$$\text{в } \text{пар} = 24 \cdot 15 + 6 = 364$$

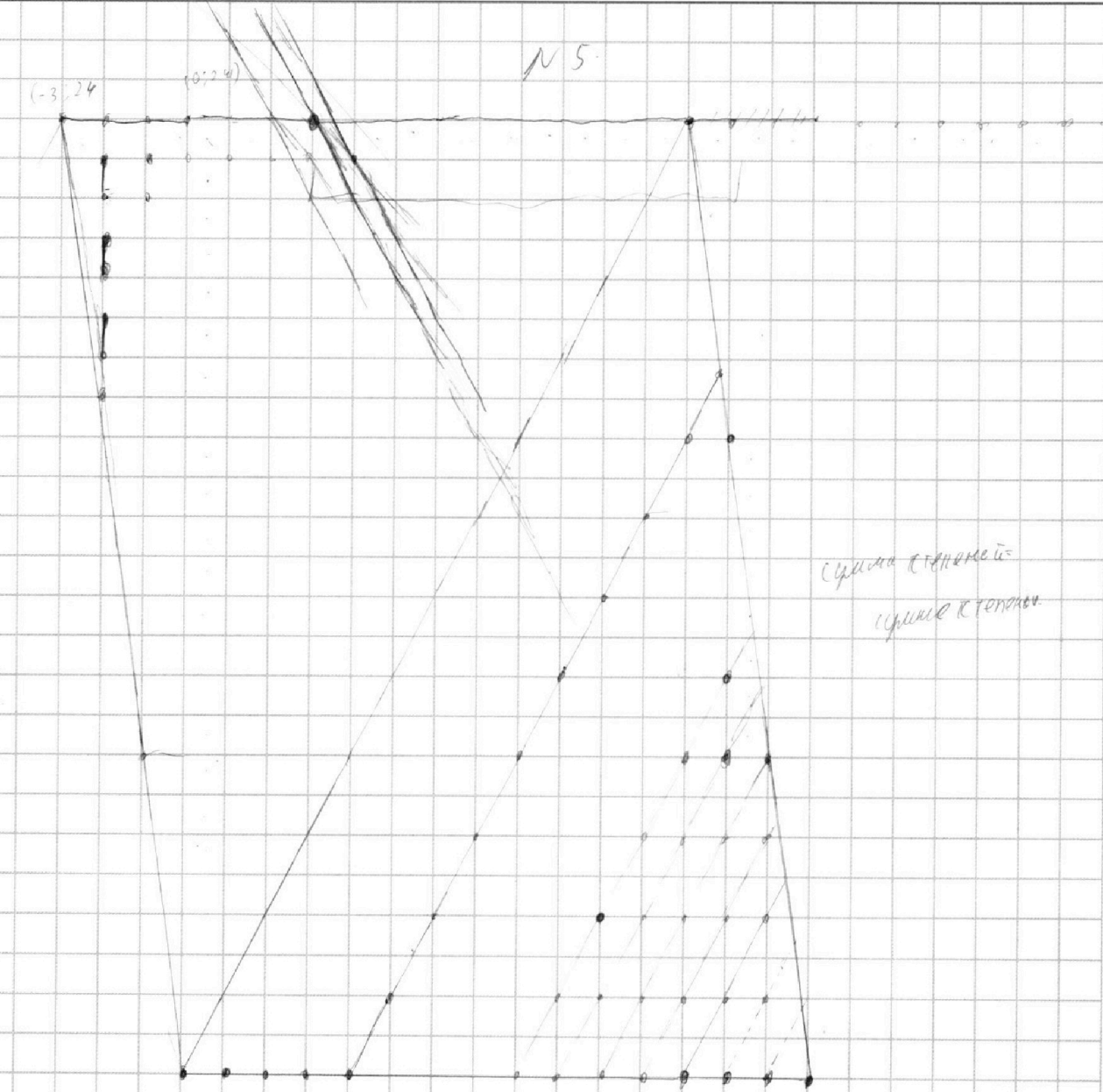
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Итого~~ путь по заданной

паре точек A, B - короткий

если одна из вершин удовлетворяет условию $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

случае 2.

$$16a = \pm 3 \sqrt{a^2 + 1}$$

$$256a^2 = 9(a^2 + 1)$$

$$256a^2 - 9a^2 = 9$$

$$247a^2 = 9$$

$$a = \pm \sqrt{\frac{9}{247}}$$

$$\text{Ответ: } \pm \sqrt{\frac{9}{247}}; \pm \sqrt{\frac{1}{255}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 - 63a^2 - 100b^2 + 160ab = 0$$

$$D = 256 - 400a^2 + 400(1 - 63a^2) \neq 0$$

$$400 + a^2(6400 - 6300 \cdot 4) = 0$$

$$400 + a^2 \cdot 100(64 - 63 \cdot 4) =$$

$$400 + a^2 \cdot 100(-188) =$$

$$400 - 18800a^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-80a \pm \sqrt{400^2 - 18800a^2}}{-200}$$

$$b_{1,2} = \frac{80a \pm \sqrt{100(4 - 188a^2)}}{200}$$

$$b_{1,2} = \frac{8a \pm \sqrt{4 - 188a^2}}{20} \quad \frac{4a \pm \sqrt{1 - 47a^2}}{10}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 25.2 \\ \hline 1260 \\ 1560 \\ \hline 1588 \end{array}$$

$$D = 25600a^2 + 400(1 - 63a^2) = 400 + 25600a^2 - 63400a^2 = 400 + 400a^2(-1) =$$

$$b_{1,2} = \frac{-160a \pm \sqrt{400 + 400a^2}}{-200}$$

$$b_{1,2} = \frac{160a \pm 20\sqrt{1+a^2}}{200}$$

$$b_{1,2} = \frac{8a \pm \sqrt{1+a^2}}{10}$$

также

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 10b \end{cases}$$

должна иметь 1 решение \Rightarrow

$$x^2 + (ax + 10b)^2 = 4 \quad - \text{должна иметь 1 решение} \Rightarrow$$

$$x^2 + (a^2x^2 + 20abx + 100b^2) = 4$$

$$(a^2+1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$D = 0 \quad \Rightarrow$$

$$D = 400a^2b^2 - 4(a^2+1)(100b^2-4) = (400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 4)) = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow$$
$$D = 10$$
$$900a^2b^2 - 4(100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 4) = 0 \quad | :16'$$

$$25a^2b^2 - (25a^2b^2 - a^2 + 25b^2 - 1) = 0.$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0.$$

$$25b^2 = a^2 + 1$$

$$b^2 = \frac{a^2 + 1}{25}$$

$$b = \pm \sqrt{\frac{a^2 + 1}{25}} = \pm \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$$

\Rightarrow

~~80a ± √(1-4a) = ± √(a²+1) ⇒~~

~~случай 1~~

~~4a + √(1-4a) = √(a²+1)~~

~~4a = √(a²+1) - √(1-4a)~~

~~16a² = a²+1 + 1-4a - 2√(a²+1)(1-4a)~~

~~15a² + 4a - 2 = 0 - 2√(a²+1)(1-4a)~~

$$16a \pm 2\sqrt{a^2+1} = \pm \sqrt{a^2+1}$$

~~случай 2~~

~~16a = ±√(a²+1)~~

~~256a² = a²+1 a² = 1/255 a = ±√(1/255)~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \end{cases} \end{cases}$$

Заметим, что $x^2 + y^2 = 2^2$ - уравнение окружности с центром $(0,0)$ и радиусом 2;

а $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$ - уравнение окр. с центром $(-8,0)$ и

радиусом 1. Заметим, что они не пересекаются \Rightarrow система сводится к

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ ax - y + 10b = 0 \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \end{cases} \end{cases}$$

Заметим, что, если прямая $ax + 10b$ пересечет (по крайней мере) хотя бы 1 окр.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



НО (76, то решений будет много \Rightarrow
прямая $ax+10b$ касается обеих окружностей \Rightarrow

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

~~$y_1 = ax_1 + 10b$~~ \Rightarrow система
 ~~$(x_1+8)^2 + y_1^2 = 1$~~
 ~~$(x_2+8)^2 + y_2^2 = 1$~~ \Rightarrow имеет одно решение \Rightarrow

~~$y_2 = ax_2 + 10b$~~
 ~~$(x_2+8)^2 + y_2^2 = 1$~~
 $(x^2 + 16x + 64 + (ax + 10b)^2 = 1$
 $y = ax + 10b$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

имеет 1 решение \Rightarrow

$$(a^2 + 1)x^2 + x(16 + 20ab) + (63 + 100b^2) = 0 \Rightarrow$$

$$D = 0 \Rightarrow$$

$$(16 + 20ab)^2 - 4(a^2 + 1)(63 + 100b^2) = 0$$

$$(256 + 320ab + 400a^2b^2 - 4(63a^2 + 160b^2a^2 + 63 + 100b^2)) = 0$$

$$256 + 320ab + 400a^2b^2 - 252a^2 - 400b^2a^2 - 252 - 400b^2 = 0$$

$$64 + 160ab - 63a^2 - 63 - 100b^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ \times 364 \\ \hline 15 \\ \hline 18 \ 20 \\ \times 364 \\ \hline 54 \ 68 \\ \hline 364 \\ \times 15 \\ \hline 18 \ 20 \\ \times 364 \\ \hline 54 \ 68 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 4x (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(2 - 4x) = (2 - 4x) (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$2 - 4x = 0$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ \times 364 \\ \hline 15 \\ \hline 18 \ 20 \\ \times 364 \\ \hline 54 \ 68 \\ \hline 364 \\ \times 15 \\ \hline 18 \ 20 \\ \times 364 \\ \hline 54 \ 68 \end{array}$$

$$4 = -8a + 10b$$

$$-2 = 10b$$

$$ax - y + 10b = 0$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 6$$

$$1 = -8a - 2$$

$$-8a = 3$$

$$a = -\frac{3}{8}$$

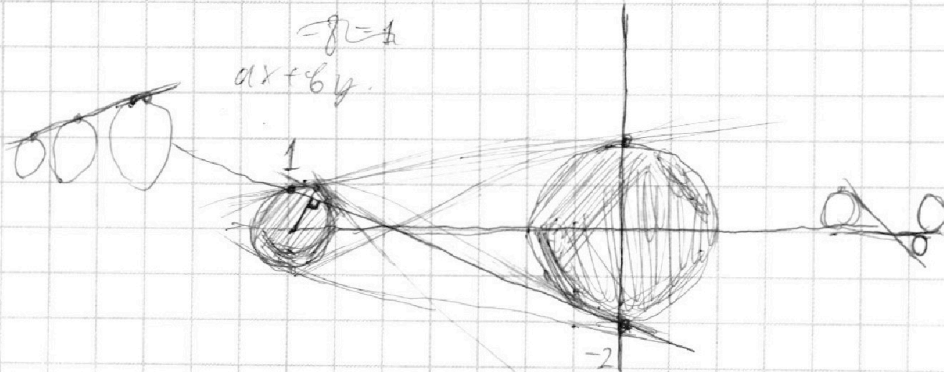
$$ax - y + 10b$$

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1) \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

$$(x+8)^2 + y^2 \geq 1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

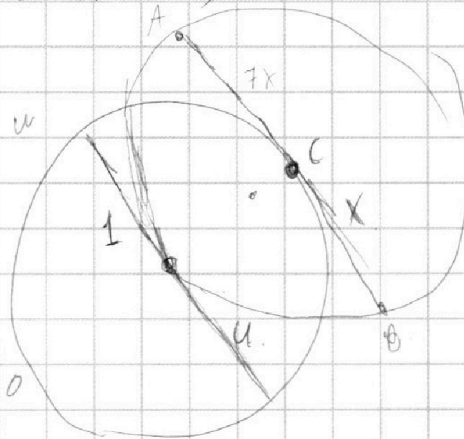
№ 3.

исходя из уравнения:

$$\left. \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 &\geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (2x-3)(x-1) \geq 0 \\ x^2 + (x+1)^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

~~2x^2 - 3x~~ $x \in (-\infty; 1] \cup [1,5; +\infty)$

4 4 4 4
4 2
4 4
x 4 4
4 4 4
3 2 9
1 8 8
2 2 0 9 + 120
23 29.



$$(8+100a^2)^2 - (a^2+1)(63+100b^2)$$

$$64 + 160ab + 100a^2b^2 - (63a^2 + 100ab^2 + 63 + 100b^2)$$

$$1 + 160ab - 63a^2 - 100b^2 = 0.$$

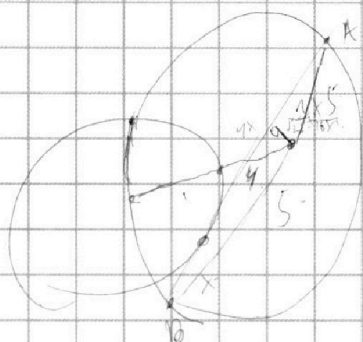
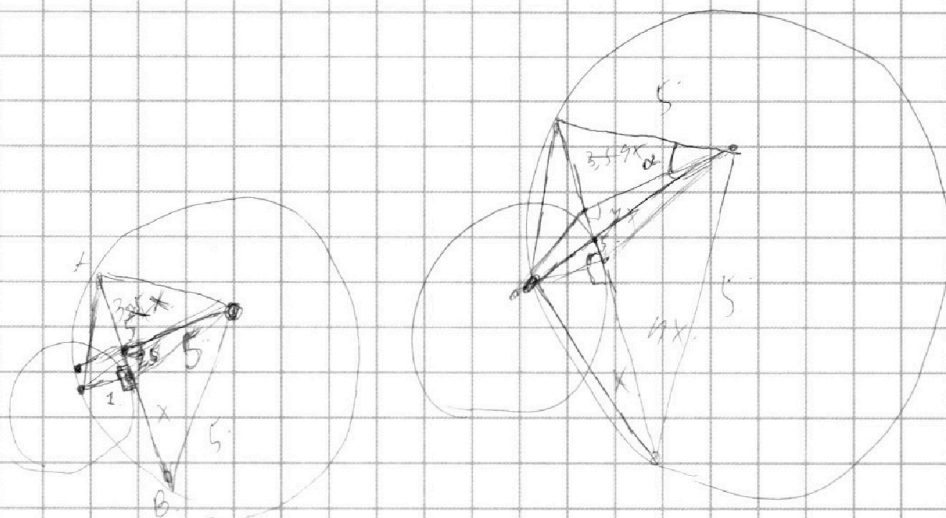
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

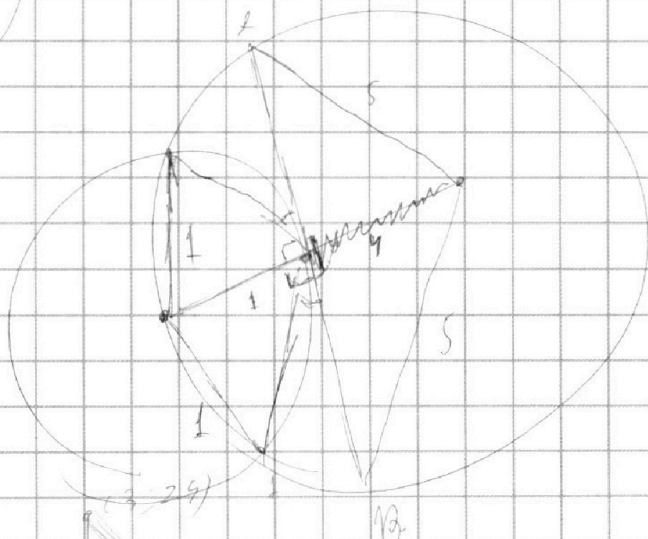
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$h^2 + (z + |l|)x^2 = 25$$

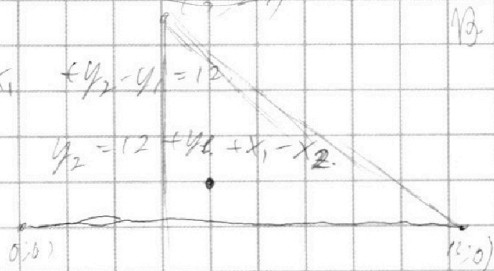
$$h^2 + 2z^2x^2 = 25 - x^2 - 2zx$$



$$x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = 12 + y_1 + x_1 - x_2$$

$$y_2 = -x_2 + 12 + y_1 + x_1$$





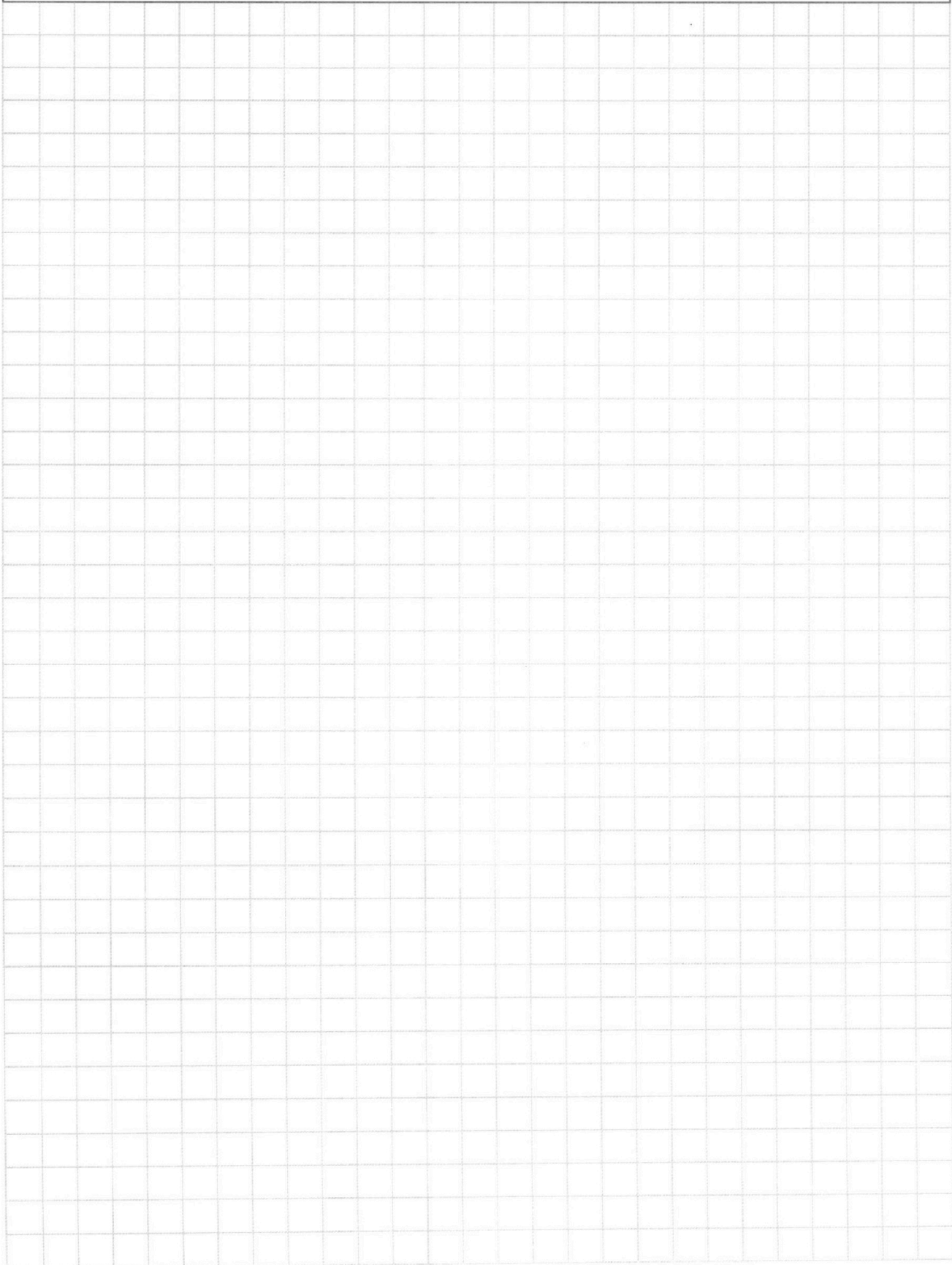
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



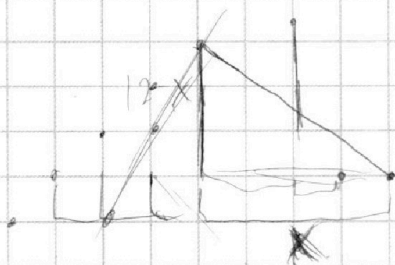
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

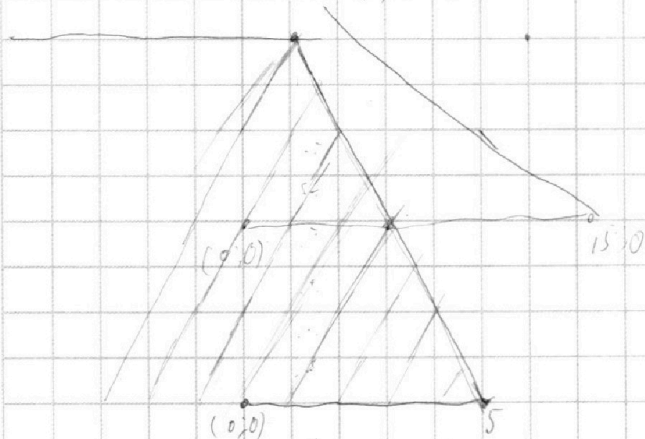
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



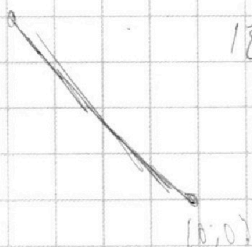
3; 24.



$$3 = 2x$$

$$24 = 2x + b$$

$$18 = b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$a+b =$~~ *задача 2.*

$$a+b = 14.5$$

$$b+c = 17.$$

$$c+a = 20.$$

$$b-a = -3$$

$$b = a - 3$$

$$a + a - 3 = 14$$

$$2a = 17 \quad a = 9$$

$$9 + b = 15 \rightarrow$$

$$b = 6$$

$$c + b = 17.$$

$$c = 11$$

$$c + a = 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 6 \\ c = 11. \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b = 10 \\ b+c = 17. \\ c+a = 37 \end{array} \right.$$

$$c-a = 7.$$

$$2c = 44$$

$$c = 22$$

$$a - b = 20.$$

$$2a = 30$$

$$a = 15.$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$p = 4 -$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4} = 1; 1.5$$

$$2(x-1)(x-1.5) =$$

$$(x-1)(2x-3)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



М1.

$$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

введем k, x, f , такие что $k, x, f \in \mathbb{Z}$ и $k, x, f \in \mathbb{Z}$ выполнены равенства слева

$$bc = x \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ca = f \cdot 2^{20} \cdot 7^{32}$$

$$a^2 b^2 c^2 = k x f \cdot 2^{51} \cdot 7^{64} \Rightarrow$$

$$abc = \sqrt{k x f} \cdot 2^{25} \cdot \sqrt{7^{32}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{k x f} = \sqrt{2^1} \cdot z \quad \text{т.к. } abc \in \mathbb{Z} \Rightarrow z \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

$$abc = \sqrt{2^1} \cdot z \cdot \sqrt{7^{32}} = 2^{26} \cdot 7^{32} \cdot z$$

т.к. задача на минимизацию $abc \Rightarrow$

abc минимально при $z=1 \Rightarrow$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$(a+b, (a+b)^2 - 8ab) = (a+b, -8ab) =$$

$$a \neq b \Rightarrow \text{т.к. } (a+b, -8ab + 8a^2 + 8ab) =$$

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{8}{1+49-42} = \frac{8}{8} (a+b, +8a^2)$$

$$(a+b, 8) \Rightarrow 8$$