



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}; \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17}; \quad ac: 2^{30} \cdot 7^{37}$$

Чтобы  $abc$  было минимальным нужно, чтобы  $ab, bc, ac$  были как можно меньше, тогда минимальное  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ ;  
мин.  $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ ;  $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$ , но тогда  $ab \cdot bc \cdot ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$ ,  
это нелогично

тогда возьмём  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ ;  $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$ ;  $b = 2^{11} \cdot 7^{27}$ , тогда  
 $a = 2^{13} \cdot 7^{10}$   $c = 2^{17} \cdot 7^{27}$ , т.е.  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$  и минимально

вс  $ac = 2^{30} \cdot 7^{37} : 2^{17} \cdot 7^{27}$  и минимально;

$bc = 2^{18} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$  и является частью минимального

ответа, т.к.  $ab$  и  $ac$  минимальны

Ответ:  $abc = 2^{31} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

$\frac{a}{b}$  несократима знамя, то  $a$  и  $b$  взаимнопросты.

тогда  $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$ , чтобы мы могли сократить

эту дробь на  $m$ , и числитель и знаменатель дроби  
делятся на  $m$ :  $(a+b):m$ ;  $((a+b)^2 - 8ab):m$ ,

т.е. (т.к.  $\frac{a}{b}$ )  $(a+b):m$  |  $8ab:m$

Рассмотрим взаимнопростые  $r$  и  $q$ , тогда  $r+q$  взаимнопросто  
и с  $r$ , и с  $q$ : Док-во: пусть  $r+q$  не взаимнопросто с  $r$ ,  
тогда  $r+q = x \cdot y$ ;  $r = x \cdot z$ , тогда  $x \cdot z + q = x \cdot y$ ,  
решитель  $r+q$ , и  $r$

тогда, чтобы такое выполнялось  $q: x$ , но тогда  $r$  не  
взаимнопросто с  $q$ . ~~И~~ И

тогда, чтобы  $(a+b):m$  и  $8ab:m$  нужно, чтобы

~~(a+b):m~~:  $(a+b):m$  и  $8:m$ . Т.к.  $a$  и  $b$   
взаимнопросты, то максимум одно из них четно, но  
тогда  $a+b$  нечетно и  $m=1$ . Т.е. если брать  
 $a$  - нечетное и  $b$  нечетное, то  $a+b$  четно и  
максимальное  $m=2$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

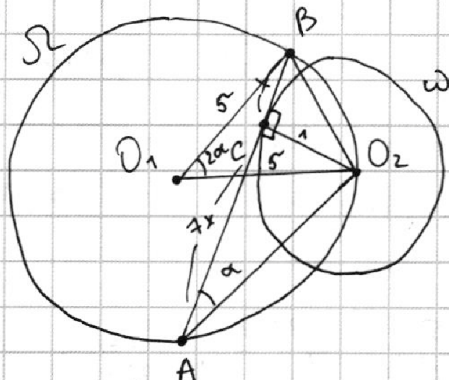
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$



1) Пусть  $\angle BAO_2 = \alpha$ ,  
тогда  $\angle BO_1O_2 = 2\alpha$ ,  
как центральный, опир.  
на ту же дугу.

2)  $O_2C \perp AB$ , т.к.  $CO_2$  - радиус,  
а  $BA$  - касательная к  $\omega$

3) тогда в прямоугольном треугольнике  $\triangle ACO_2$ :  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}$

4) из т. косинусов в  $\triangle BO_1O_2$ :  $\cos 2\alpha = \frac{5^2 + 5^2 - BO_2^2}{2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{50 - BO_2^2}{50}$   
 $BO_2 = \sqrt{1 + x^2}$  - по т. Пифагора;  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$

$$= \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1 = \frac{2}{1 + \left(\frac{1}{7x}\right)^2} - 1 = \frac{2}{\frac{49x^2 + 1}{49x^2}} - 1 =$$

$$= \frac{2 \cdot 49x^2}{49x^2 + 1} - 1 = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 1 - x^2}{50} = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}; \quad (49 - x^2)(49x^2 + 1) = 50(49x^2 - 1)$$

$$49 \cdot (49x^2) - 49x^4 + 49 - x^2 = 50 \cdot (49x^2) - 50$$

$$-49x^4 + 99 - x^2 = 49x^2$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = \frac{-50 \pm 148}{2 \cdot 49} = \left[ \frac{-198}{2 \cdot 49} \right] \text{ или } \left[ \frac{98}{2 \cdot 49} \right] \text{ (1)}$$

$$\Delta = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49 =$$

$$= 2^2 (625 + 99 \cdot 49) =$$

$$= 2^2 (625 + 4851) =$$

$$= 2^2 \cdot 74^2$$

(1)  $\left[ \frac{-198}{2 \cdot 49} \right] < 0$  - не подходит

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

$x = 1$ , т.к.  $x > 0$

$AB = 8x = 8$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x; \text{ обозначим } 2x^2 + 2x + 1 = p;$$

$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$

$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$p+q = q^2 + 2q\sqrt{p} + p; \quad q^2 + 2q\sqrt{p} - q = 0;$$

$$q(q + 2\sqrt{p} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} q = 0 \\ 2\sqrt{p} = 1 - q \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 2 + 7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 7x - 1 \geq 0 \\ 4(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1 \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \\ x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

решим (1):

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

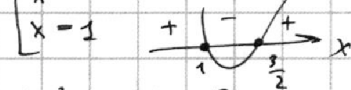
$$D = 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3 = 2^2(121 + 41 \cdot 3) = 2^2 \cdot 244 =$$

$$= 4^2 \cdot 61$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$



$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

или  $x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

т.е.  $x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$  и  $x = \frac{2}{7}$

короче

Ответ:  $\frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



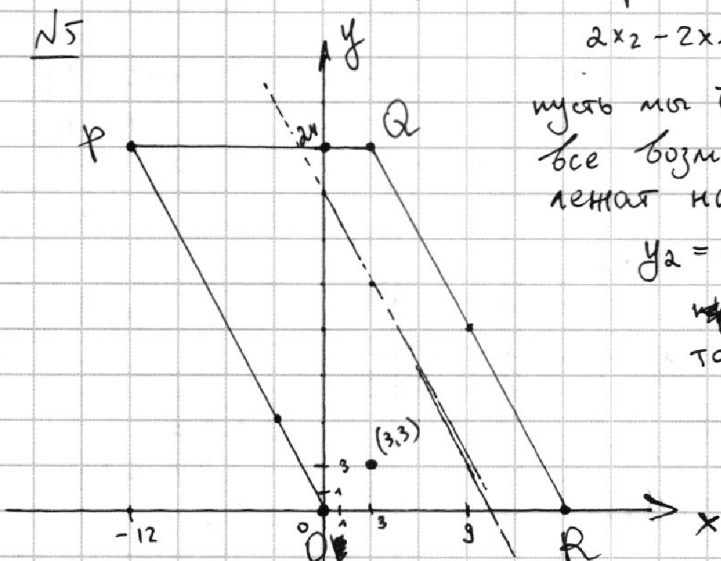
11-мм - параллелограмм

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

пусть мы возьмем  $T: A(x_1, y_1)$ , тогда все возможные (для неё) пары точек лежат на прямой;

$$y_2 = -2x_2 + (12 + y_1 + 2x_1)$$

$k = -2$ , т.е. прямые такого вида параллельны сторонам параллелограмма ( $\parallel PO$  и  $\parallel QR$ )



~~тогда точка B~~  
(подчеркните точку)

если в у-чле этой прямой подставить  $x_2 = x_1$ , тогда поймём, что  $y_2 = y_1 + 12$  всегда для точки с тем же  $x$ -ом.

Тогда для любой точки легко построить прямую для парных точек: ~~этим~~ (пусть имеем  $T: A(x_1, y_1)$ )

прямая проходит через  $T: (x_1, y_1 + 12)$  и имеет  $k = -2$  (на рис. отмечена прямая для  $A(3,3)$ ). Тогда если перебрать все целочисленные точки в параллелограмме, то можно считать кол-во пар.

Заметим, что на прямой такого вида, заключённой в 11-мм 13 целочисленных точек, тогда для каждой точки на такой прямой существует 13 парных "справа" (если будем брать всегда только парные "справа", то подобраем каждую пару ровно 1 раз), а последняя прямая, чтобы парная "справа" была в 11-мм проходит через  $T(9;0)$ , т.е. всего прямых с точками  $A(x_1, y_1)$  ~~10~~

исходное количество пар

$$10 \cdot 13 \cdot 13 = 1690$$

Ответ: 1690

~~10 \* 13 \* 13 = 1690~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6 (продолжение)

$$\begin{cases} D_1 = 400a^2b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1) = 0 \\ D_2 = 400a^2b^2 + 256 - 32 \cdot 20ab - 4(100b^2 + 63)(a^2 + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 + 100b^2 - 4a^2 - 4) = 0 \\ 400a^2b^2 + 256 - 640ab - 4(100a^2b^2 + 100b^2 + 63a^2 + 63) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16a^2 + 16 - 400b^2 = 0 \\ 256 - 640ab - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0 \\ 20b = \pm \sqrt{16a^2 + 16} = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 400b^2 + 640a \cdot b + (252a^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = \frac{-32a \pm \sqrt{32^2a^2 - 4 \cdot (252a^2 - 4)}}{2} = \frac{-32a \pm 4\sqrt{a^2 + 1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = -16a \pm 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ -8\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ 3\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ -2\sqrt{a^2 + 1} = -8a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 64a^2, a \leq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \geq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \leq 0 \\ a^2 + 1 = 64a^2, a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 1/63, a \leq 0 \\ a^2 = 1/63, a \geq 0 \\ a^2 = 9/55, a \leq 0 \\ a^2 = 9/55, a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{1}{3\sqrt{7}} \\ a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \end{cases}$$

~~Ответ:  $\pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{1}{3\sqrt{7}}$  ;  $\pm \frac{3}{\sqrt{55}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$~~

Ответ:  $\pm \frac{1}{3\sqrt{7}}$  ;  $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 \geq -(x+8)^2 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \geq 1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \quad (1) \end{cases}$$

Удобнее берущая (1) область заштрихована

Будем решать графически:

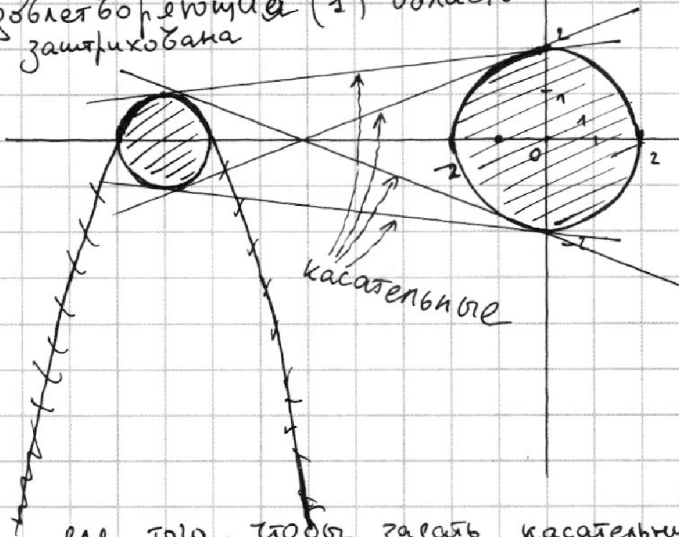
- $y = ax + 10b$  - прямая пересекающая с  $oy$  в  $(0, 10b)$
- $x^2 + y^2 = 2^2$  - окр-сть с  $y$ -ром  $b$   $(0, 0)$  и радиусом 2

~~... (x+8)^2 + y^2 = 1^2 - окр-сть с ч. б т. (-8; 0) и радиусом 1~~

- $(x+8)^2 + (y^2) = 1^2$  - окр-сть с ч. б т.  $(-8; 0)$  и радиусом 1

Таким образом, ~~решением системы являются~~ касательные две внешние и две внутренние общие касательные к окр-стям

Удобнее система имела ровно 2 решения



Итак, если симметрично относительно  $ox$ , то достаточно найти  $k=a$  для одной внешней и одной внутренней касательных  $k$  а  $k$  для других это  $k$  для найденных

для того, чтобы задать касательную:  $d = 0$   $y \downarrow$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 = 1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 \\ x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(a^2+1) + x \cdot 20ab + (100b^2-4) = 0 \\ x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + (100b^2+63) = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

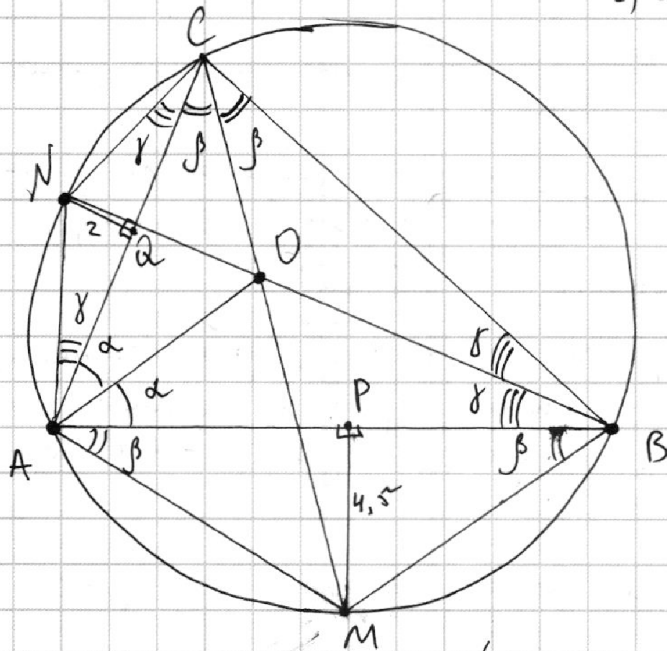
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7



1)  $CM$  - биссектриса  $\angle ACB$ , т.е.

$\cup AM = \cup MB$ , аналогично

$BN$  - биссектриса  $\angle CBA$ ,

$AO$  - биссектриса  $\angle CAB$ ,

т.е. проходит через  
точку пересечения 2-х  
биссектрис  $\Delta$ -ка.

2) Тогда, пользуясь  
тем, что биссектрисы  
углов, опирающиеся  
на одну дугу равны,  
отметим углы  
как на чертеже.

3) Тогда  $AO$  - искомое расстояние



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$(a+b) = km$$

$$\frac{km^3 - 8abm}{8ab : km} = \frac{km^3 - 8abm}{km}$$

~~km~~ a - мер b - мер

a+b мер

3 14

14

3 16 19

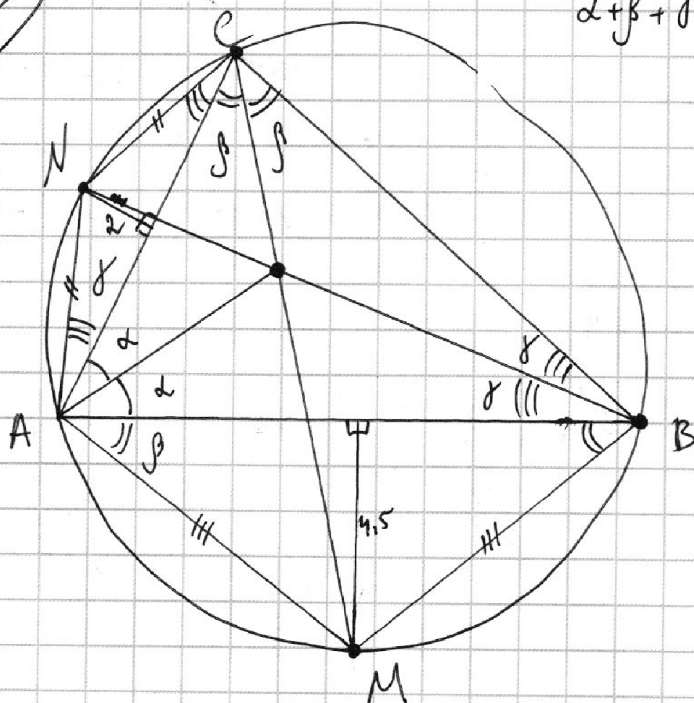
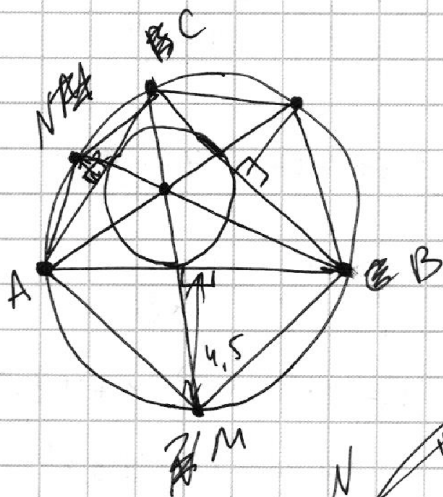
~~3 16 19~~

3 + 3 · 6 = 3 · 4

5 ~~22~~ 22 27

3

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(64^2 p^2 - 6400 p + 50^2)(49 p^2 + 50 p + 1) = 50^2(1 - 14 p + 49 p^2)$$

$$64^2 p^2 \cdot 49 p^2 - 64^2 \cdot 50 p^3 + 64^2 p^2 - 6400 \cdot 49 p^3 + 50 \cdot 6400 p^3 - 6400 p + 50^2 \cdot 49 p^2 + 50^3 p + 50^2 = 50^2 - 50^2 \cdot 14 p + 50^2 \cdot 49 p^2$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}} = x$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{64}{350} - 1 = 0$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \frac{49x^2}{49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$2 \cdot \frac{49x^2}{1 + 49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$\frac{2 \cdot 49x^2 - 1 - 49x^2}{1 + 49x^2} = \frac{49 - x^2}{50}$$

$$50(49x^2 - 1) = (49 - x^2)(1 + 49x^2)$$

$$50 \cdot 49x^2 - 50 = 49 + 49^2 x^2 - x^2 - 49x^4$$

$$49x^2 - 99 + 49x^4 = 0$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$D = 2500 + 99 \cdot 4 \cdot 49$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ 99 \\ \times 49 \\ \hline 1891 \\ + 396 \\ \hline 4851 \end{array} + \begin{array}{r} 1^2 \\ 74 \\ \times 74 \\ \hline 296 \\ + 518 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 85^2 \\ 396 \\ \times 149 \\ \hline 3564 \\ + 1584 \\ \hline 19404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 19404 \\ + 2500 \\ \hline 21904 \end{array} \quad 98$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4851 \\ + 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

~~$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

$$4 - 3 \cdot 2 \cdot 4 < 0$$

$$25 - 2 \cdot 4 \cdot 3 =$$

$$= 1$$

~~$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

~~$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$~~

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} =$$

$$= \begin{cases} 3/2 \\ 1 \end{cases}$$

~~$$49x^2 - 22x - 3 = 0$$~~

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 49 =$$

$$= 2^2(11^2 + 3 \cdot 49) =$$

$$= 2^2(121 + 147) =$$

$$= 32^2$$

$$x = \frac{22 \pm 32}{49} =$$

$$= \begin{cases} 6/5 \\ 2/7 \end{cases}$$

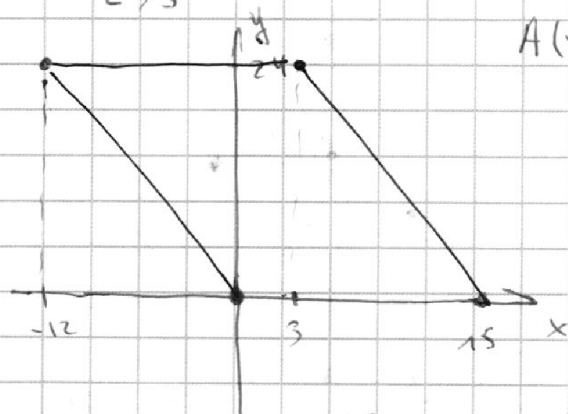
$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$p+q = q^2 + p + 2q\sqrt{p} \Rightarrow q(q + 2\sqrt{p} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} q \neq 0 \\ q = 0 \\ q = 1 - 2\sqrt{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \\ 7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \\ 49x^2 - 14x + 1 = 4x^2 + 8x + 4 \end{cases}$$



$A(x_1, y_1)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = -2x_2 + (12 + y_1 + 2x_1)$$

$$\begin{matrix} 3 & 5 \\ \times & 144 \\ \hline & 1296 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 52 & a^2 & - & 1008 & a^2 & + & 1008 & 16 \\ 1024 & a^2 & & & & & & \\ \hline & & & & & & & -16a^2 + 16 \end{matrix}$$

$$a = 2^{13} \cdot 7^{10} \quad b = 2^1 \quad c = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

6

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2 \\ y^2 \geq -(x-8)^2 + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



①  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$     $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$     $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$

$$abc = 2^{30} \cdot 7^{37}$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{70}{49} + \frac{147}{49}} =$$

②  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$$\frac{5+7}{5^2 - 6 \cdot 5 \cdot 7 + 7^2} = \frac{-12}{210 - 74} = \frac{-12}{136} = \sqrt{\frac{85}{49}} =$$

~~$k \cdot b(x+y) + c$~~   
 ~~$k^2 b^2 + 2kbc + c^2 = b$~~

$$a = |p_1| \dots |p_n|$$

$$b = |p_{n+1}| \dots |p_{2n}|$$

$$\frac{3+4}{9 - 6 \cdot 3 \cdot 4 + 16} = \frac{7}{25 - 72} = \frac{7}{47}$$

$$\frac{2+3}{4 - 6 \cdot 2 \cdot 3 + 9} = \frac{5}{13 - 36} = \frac{5}{23}$$

$$\frac{3+8}{9 - 6 \cdot 3 \cdot 8 + 64} = \frac{11}{73 - 144} = \frac{11}{71}$$

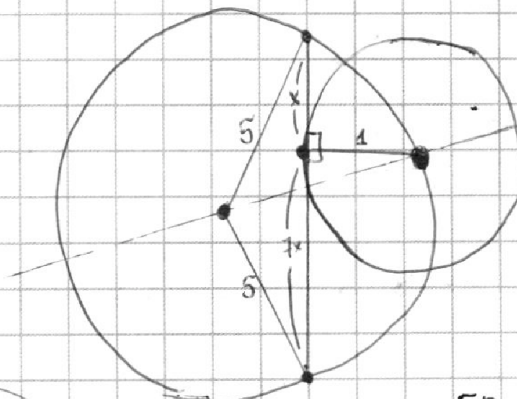
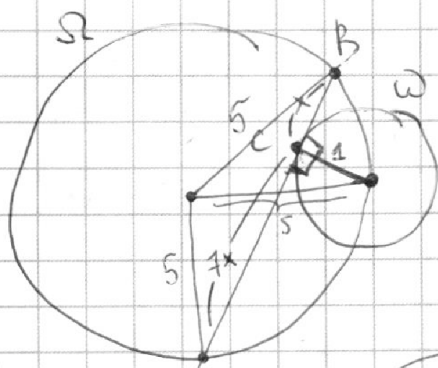
$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{45}{49} =$$

$$\frac{64p-50}{50} = \frac{1-7p}{\sqrt{(1+p)(1+49p)}}$$

$$\frac{(64p-50)^2}{50^2} = \frac{(1-7p)^2}{(1+p)(1+49p)} \cdot \frac{a+b}{a+b} - \frac{8ab}{a+b}$$

$$= \frac{(1-7p)^2}{(1+p)(1+49p)} \cdot \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b} =$$

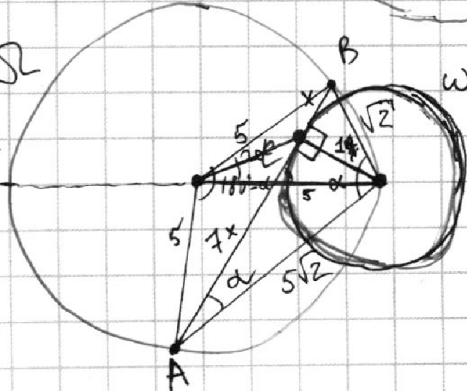
③



$$\frac{64x^2 - 50}{50} = 1 - 7x^2$$

$$= \frac{(1+x^2)(1+49x^2)}{50} = k$$

$$\frac{64x^2 - 50}{50} = 1 - 7x^2$$



$$\cos \alpha = \frac{50 - 64x^2}{50}$$

$$\cos \alpha = \frac{64x^2 - 50}{50}$$

$$\cos \alpha = \frac{1+x^2+49x^2+1-64x^2}{2\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}} =$$

$$= \frac{1-7x^2}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}}$$