



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}; \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17}; \quad ac: 2^{30} \cdot 7^{37}$$

Чтобы abc было минимальным нужно, чтобы ab, bc, ac были как можно меньше, тогда минимальное $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$;
мин. $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$; $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$, но тогда $ab \cdot bc \cdot ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$,
это нелогично

тогда возьмём $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$; $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$; $b = 2^{11} \cdot 7^{27}$, тогда
 $a = 2^{13} \cdot 7^{10}$ $c = 2^{17} \cdot 7^{27}$, т.е. $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ и минимально

вс $ac = 2^{30} \cdot 7^{37} : 2^{17} \cdot 7^{27}$ и минимально;

$bc = 2^{18} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$ и является частью минимального

ответа, т.к. ab и ac минимальны

$$\boxed{\text{Ответ: } abc = 2^{31} \cdot 7^{37}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

$\frac{a}{b}$ несократима знамя, то a и b взаимнопросты.

тогда $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$, чтобы мы могли сократить

эту дробь на m , и числитель и знаменатель дроби
делятся на m : $(a+b):m$; $((a+b)^2 - 8ab):m$,

т.е. (т.к. $\frac{a}{b}$) $(a+b):m$ | $8ab:m$

Рассмотрим взаимнопростые r и q , тогда $r+q$ взаимнопросто
и с r , и с q : Док-во: пусть $r+q$ не взаимнопросто с r ,
тогда $r+q = x \cdot y$; $r = x \cdot z$, тогда $x \cdot z + q = x \cdot y$,
делитель
 $r+q$, и r

тогда, чтобы такое выполнялось $q = x$, но тогда r не
взаимнопросто с q . ~~И~~ И

тогда, чтобы $(a+b):m$ и $8ab:m$ нужно, чтобы

~~(a+b):m~~: $(a+b):m$ и $8:m$. Т.к. a и b
взаимнопросты, то максимум одно из них четно, но
тогда $a+b$ нечетно и $m=1$. Т.е. если брать
 a - нечетное и b нечетное, то $a+b$ четно и
максимальное $m=2$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

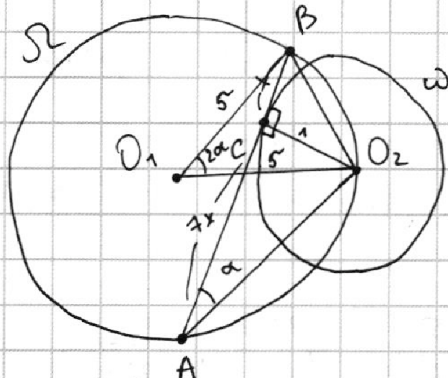
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$



1) Пусть $\angle BAO_2 = \alpha$,
тогда $\angle BO_1O_2 = 2\alpha$,
как центральный, опир.
на ту же дугу.

2) $O_2C \perp AB$, т.к. CO_2 - радиус,
а BA - касательная к ω

3) тогда в прямоугольном треугольнике $\triangle ACO_2$: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}$

4) из т. косинусов в $\triangle BO_1O_2$: $\cos 2\alpha = \frac{5^2 + 5^2 - BO_2^2}{2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{50 - BO_2^2}{50}$
 $BO_2 = \sqrt{1 + x^2}$ - по т. Пифагора; $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$

$$= \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1 = \frac{2}{1 + \left(\frac{1}{7x}\right)^2} - 1 = \frac{2}{\frac{49x^2 + 1}{49x^2}} - 1 =$$

$$= \frac{2 \cdot 49x^2}{49x^2 + 1} - 1 = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 1 - x^2}{50} = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}; \quad (49 - x^2)(49x^2 + 1) = 50(49x^2 - 1)$$

$$49 \cdot (49x^2) - 49x^4 + 49 - x^2 = 50 \cdot (49x^2) - 50$$

$$-49x^4 + 99 - x^2 = 49x^2$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = \frac{-50 \pm 148}{2 \cdot 49} = \left[\frac{-198}{2 \cdot 49} \right] \text{ или } \left[\frac{98}{2 \cdot 49} \right] \text{ (1)}$$

$$\Delta = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49 =$$

$$= 2^2 (625 + 99 \cdot 49) =$$

$$= 2^2 (625 + 4851) =$$

$$= 2^2 \cdot 74^2$$

$$\text{(1)} \left[\begin{array}{l} \frac{-198}{2 \cdot 49} < 0 \text{ не подходит} \\ 1 \end{array} \right]$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$x = 1, \text{ т.к. } x > 0$$

$$AB = 8x = 8$$

$$\text{Ответ: } 8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x; \text{ обозначим } 2x^2 + 2x + 1 = p;$$

$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$

$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$p+q = q^2 + 2q\sqrt{p} + p; \quad q^2 + 2q\sqrt{p} - q = 0;$$

$$q(q + 2\sqrt{p} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} q = 0 \\ 2\sqrt{p} = 1 - q \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 2 + 7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 7x - 1 \geq 0 \\ 4(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1 \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

$2 - 7x = q$, тогда
($2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x = p + q$)

($2x^2 + 2x + 1 > 0 \forall x$, т.к.
 $\Delta < 0$ и $a > 0$)
т.е. $p > 0$ всегда

решим (1):

$$\begin{aligned} 8x^2 + 8x + 4 &= 49x^2 - 14x + 1 \\ 41x^2 - 22x - 3 &= 0 \\ \Delta &= 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3 = \\ &= 2^2(121 + 41 \cdot 3) = 2^2 \cdot 244 = \\ &= 4^2 \cdot 61 \\ x &= \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{aligned}$$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$
 $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

 $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$
 или $x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$
 т.е. $x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$ и $x = \frac{2}{7}$
 подходит

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



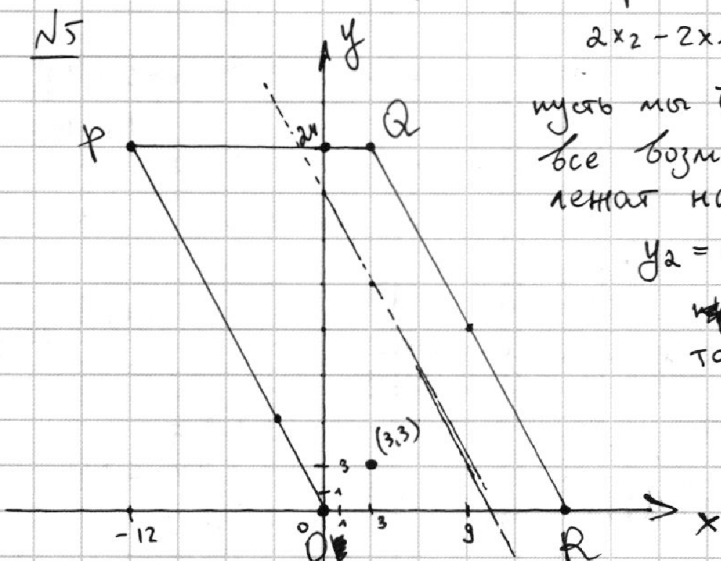
11-мм - параллелограмм

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

пусть мы возьмем $T: A(x_1, y_1)$, тогда
все возможные (для неё) пары точек
лежат на прямой;

$$y_2 = -2x_2 + (12 + y_1 + 2x_1)$$

$k = -2$, т.е. прямые
такого вида параллельны
сторонам параллелограмма
($\parallel PO$ и $\parallel QR$)



~~тогда точка B~~
(подчеркните точку)

если в у-чле этой прямой подставить $x_2 = x_1$, тогда
поймём, что $y_2 = y_1 + 12$ всегда для точки с тем же x -ом.

Тогда для любой точки легко построить прямую для
парных точек: ~~этим~~ (пусть имеем $T: A(x_1, y_1)$)

прямая проходит через $T: (x_1, y_1 + 12)$ и имеет $k = -2$
(на рис. отмечена прямая для $A(3,3)$). Тогда если
перебрать все целочисленные точки в параллелограмме,
то можно посчитать кол-во пар.

Заметим, что на прямой такого вида, заключённой в 11-мм
13 целочисленных точек, тогда для каждой точки на
такой прямой существует 12 парных "справа" (если будем
брать всегда только правые "справа", то подчитаем каждую
пару ровно 1 раз), а последняя прямая, чтобы
пара "справа" была в 11-мм проходит через $T(9;0)$,
т.е. всего прямых с точками $A(x_1, y_1)$ ~~10~~

исходное количество пар

$$10 \cdot 12 \cdot 13 = 1690$$

Ответ: 1690

~~10 * 12 * 13 = 1690~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6 (продолжение)

$$\begin{cases} D_1 = 400a^2b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1) = 0 \\ D_2 = 400a^2b^2 + 256 - 32 \cdot 20ab - 4(100b^2 + 63)(a^2 + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 + 100b^2 - 4a^2 - 4) = 0 \\ 400a^2b^2 + 256 - 640ab - 4(100a^2b^2 + 100b^2 + 63a^2 + 63) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16a^2 + 16 - 400b^2 = 0 \\ 256 - 640ab - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0 \\ 20b = \pm \sqrt{16a^2 + 16} = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 400b^2 + 640a \cdot b + (252a^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = \frac{-32a \pm \sqrt{32^2a^2 - 4 \cdot (252a^2 - 4)}}{2} = \frac{-32a \pm 4\sqrt{a^2 + 1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = -16a \pm 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ -8\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ 3\sqrt{a^2 + 1} = -8a \\ -2\sqrt{a^2 + 1} = -8a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 64a^2, a \leq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \geq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \leq 0 \\ a^2 + 1 = 64a^2, a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 1/63, a \leq 0 \\ a^2 = 1/63, a \geq 0 \\ a^2 = 9/55, a \leq 0 \\ a^2 = 9/55, a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{1}{3\sqrt{7}} \\ a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \end{cases}$$

~~Ответ: $\pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$~~

Ответ: $\pm \frac{1}{3\sqrt{7}}; \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

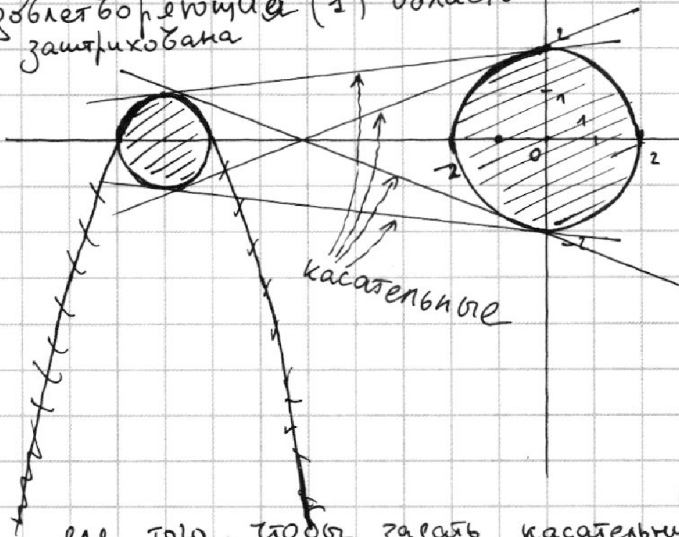
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 \geq -(x+8)^2 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \geq 1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \quad (1) \end{cases}$$

Удобнее берущая (1) область заштрихована



Будем решать графически:

- $y = ax + 10b$ - прямая пересекающая с oy в $(0, 10b)$
- $x^2 + y^2 = 2^2$ - окр-сть с y -ром b $(0, 0)$ и радиусом 2

~~и $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$ - окр-сть с y -ром b $(-8, 0)$ и радиусом 1~~

- $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$ - окр-сть с y -ром b $(-8, 0)$ и радиусом 1

Таким образом, ~~решением системы являются~~ касательные к окр-стям

Итак, для симметричной относительно ox , то достаточно найти $k=a$ для одной внешней и одной внутренней касательных k для двух это k для найденных

для того, чтобы задать касательную: $d = 0$ y

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 = 1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 \\ x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(a^2 + 1) + x \cdot 20ab + (100b^2 - 4) = 0 \\ x^2(a^2 + 1) + x(16 + 20ab) + (100b^2 + 63) = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

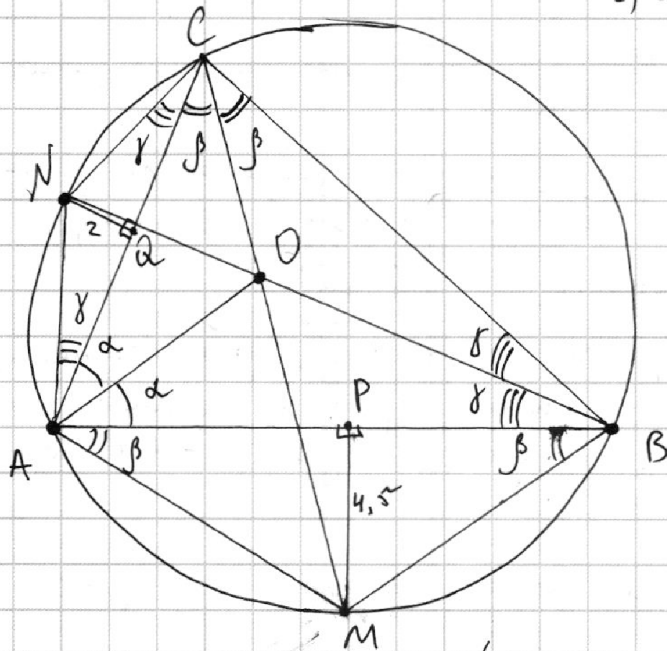
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7



1) CM - биссектриса $\angle ACB$, т.е.

$\cup AM = \cup MB$, аналогично

BN - биссектриса $\angle CBA$,

AO - биссектриса $\angle CAB$,

т.е. проходит через
точку пересечения 2-х
биссектрис Δ -ка.

2) Тогда, пользуясь
тем, что биссектрисы
углов, опирающиеся
на одну дугу равны,
отметим углы
как на чертеже.

3) Тогда AO - искомое расстояние

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(64^2 p^2 - 6400 p + 50^2)(49 p^2 + 50 p + 1) = 50^2(1 - 14 p + 49 p^2)$$

$$64^2 p^2 \cdot 49 p^2 - 64^2 \cdot 50 p^3 + 64^2 p^2 - 6400 \cdot 49 p^3 + 50 \cdot 6400 p^3 - 6400 p + 50^2 \cdot 49 p^2 + 50^3 p + 50^2 = 50^2 - 50^2 \cdot 14 p + 50^2 \cdot 49 p^2$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}} = x$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{64}{350} - 1 = 0$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7x}}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \frac{49x^2}{49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$2 \cdot \frac{49x^2}{1 + 49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$\frac{2 \cdot 49x^2 - 1 - 49x^2}{1 + 49x^2} = \frac{49 - x^2}{50}$$

$$50(49x^2 - 1) = (49 - x^2)(1 + 49x^2)$$

$$50 \cdot 49x^2 - 50 = 49 + 49^2 x^2 - x^2 - 49x^4$$

$$49x^2 - 99 + 49x^4 = 0$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$D = 2500 + 99 \cdot 4 \cdot 49$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ 99 \\ \times 49 \\ \hline 1891 \\ + 396 \\ \hline 4851 \end{array} + \begin{array}{r} 1^2 \\ 74 \\ \times 74 \\ \hline 296 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 85^2 \\ 396 \\ \times 149 \\ \hline 3564 \\ + 1584 \\ \hline 19404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 19404 \\ + 2500 \\ \hline 21904 \end{array} \quad 98$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4851 \\ + 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

~~$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

$$4 - 2 \cdot 4 < 0$$

$$25 - 2 \cdot 4 \cdot 3 =$$

$$= 1$$

~~$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

~~$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$~~

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} =$$

$$= \begin{cases} 3/2 \\ 1 \end{cases}$$

~~$$49x^2 - 22x - 3 = 0$$~~

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 49 =$$

$$= 2^2(11^2 + 3 \cdot 49) =$$

$$= 2^2(121 + 147) =$$

$$= 32^2$$

$$x = \frac{22 \pm 32}{49} =$$

$$= \begin{cases} 6/5 \\ 2/7 \end{cases}$$

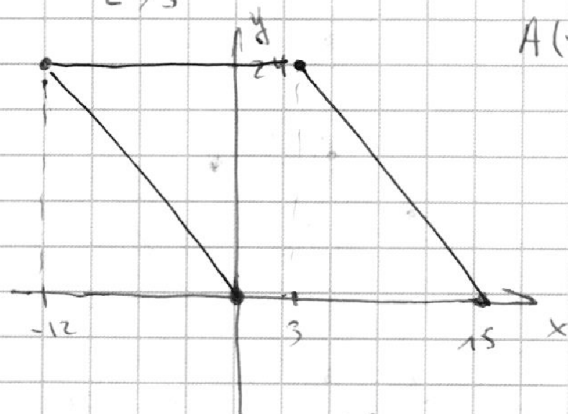
$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$p+q = q^2 + p + 2q\sqrt{p} \Rightarrow q(q + 2\sqrt{p} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} q \neq 0 \\ q = 0 \\ q = 1 - 2\sqrt{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \\ 7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \\ 49x^2 - 14x + 1 = 4x^2 + 8x + 4 \end{cases}$$



$A(x_1, y_1)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = -2x_2 + (12 + y_1 + 2x_1)$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 144 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52a^2 - 1008a^2 + 1008 \\ \hline 1024a^2 - 16a^2 + 16 \end{array}$$

$$a = 2^{13} \cdot 7^{10} \quad b = 2^1 \quad c = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

6

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2 \\ y^2 \geq -(x-8)^2 + 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



① $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$

$$abc = 2^{30} \cdot 7^{37}$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{70}{49} + \frac{147}{49}} =$$

② $a = \sqrt{b+c}$

$$\frac{5+7}{5^2 - 6 \cdot 5 \cdot 7 + 7^2} = \frac{-12}{210 - 74} = \frac{-12}{136} = \sqrt{\frac{85}{49}} =$$

~~$k^2b + a^2bc + c^2 = 6$~~

$a = |p_1 \dots p_n|$
 $b = |p_{n+1} \dots p_{2n}|$

$$\frac{3+4}{9 - 6 \cdot 3 \cdot 4 + 16} = \frac{7}{25 - 72} = \frac{7}{47}$$

$$\frac{2+3}{4 - 6 \cdot 2 \cdot 3 + 9} = \frac{5}{13 - 36} = \frac{5}{23}$$

$$\frac{3+8}{9 - 6 \cdot 3 \cdot 8 + 64} = \frac{11}{73 - 144} = \frac{11}{71}$$

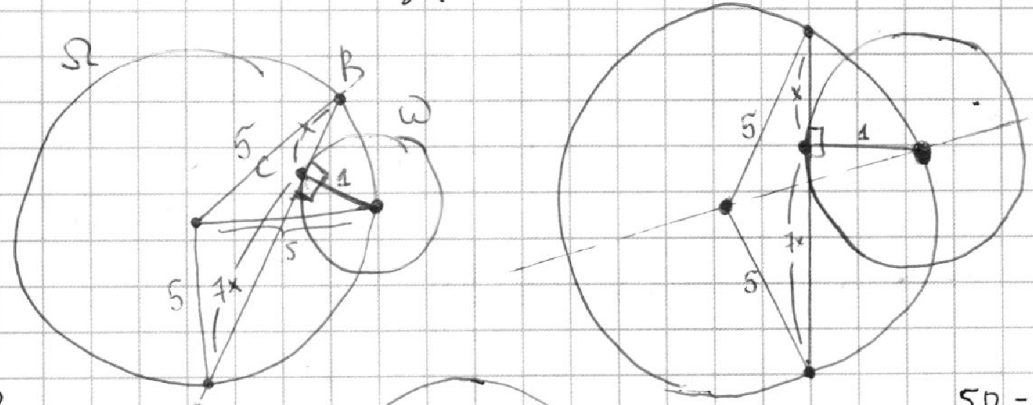
$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{45}{49} =$$

$$\frac{64p-50}{50} = \frac{1-7p}{\sqrt{(1+p)(1+49p)}}$$

$$\frac{(64p-50)^2}{50^2} = \frac{(1-7p)^2}{(1+p)(1+49p)} a+b - \frac{8ab}{a+b}$$

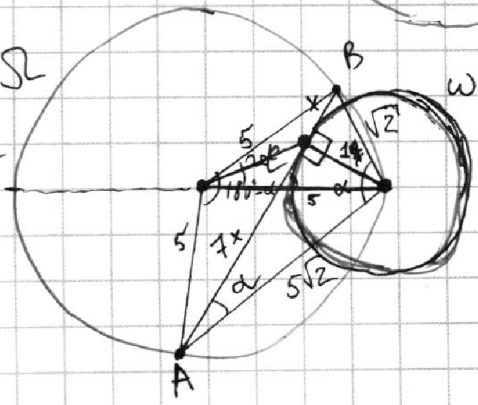
$$= \frac{a+b}{(a-b)^2 + 4ab} \sim \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b}$$

③



$$\frac{64x^2 - 50}{50} = 1 - 7x^2$$

$$= \frac{(1+x^2)(1+49x^2)}{50} = k$$
 ~~$\frac{64x^2}{50} = 1 - 7x^2$~~



$$\cos \alpha = \frac{50 - 64x^2}{50}$$

$$\cos \alpha = \frac{64x^2 - 50}{50}$$

$$\cos \alpha = \frac{1+x^2 + 49x^2 + 1 - 64x^2}{2\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}} =$$

$$= \frac{1-7x^2}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}}$$