



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{14} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

Если перемножить ab, bc, ac , то так как a в делится минимально на $2^{15} \cdot 7^{14}$, bc делится минимально на $2^{17} \cdot 7^{18}$, а ac делится минимально на $2^{23} \cdot 7^{39}$, то результатом будет делиться минимально на $2^{55} \cdot 7^{68}$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Leftrightarrow (abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}, \text{ но квадрат натурального}$$

числа обязательно должен делиться на квадрат каждого из чисел в каноническом разложении. \Rightarrow если $(abc)^2 : 2^{55}$, то $(abc)^2 : 2^{56}$

$(abc)^2 : 2^{56} \cdot 7^{68}$, а bc возведем в квадрат, значит минимально умножим его на $2^{26} \cdot 7^{34}$, тогда $abc : 2^{23} \cdot 7^{34}$, это значение и есть минимальное значение abc

Ответ: $2^{23} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

рассмотрим градус

$$\frac{(a+b)^2-9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

найдем НОД₁(9ab, a+b)

1) $9ab = (a+b)m$

$$9ab = a+b$$

тогда $a = \frac{b}{9b-1}$

и $a:b = \frac{1}{9} -$ сократимая дробь

2) $9ab = k(a+b)$ тогда $a+b = \frac{ab}{k}$

$$b = \frac{a}{a-1} \text{ и } \frac{a}{b} - \text{сократимая}$$

или

$$a+b = 9a$$

$$a = \frac{b}{8} \text{ и } \frac{a}{b} - \text{сократимая}$$

$$a+b = 9b \text{ аналогично.}$$

3) $9abk = (a+b)$ тогда $a = \frac{b}{9bk-1}$ и $\frac{a}{b}$ сократимая

4) ~~$9abk = m(a+b)$~~

Ответ: $m=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \text{ОДЗ:}$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \left[\frac{1 - \sqrt{5}}{3}, \frac{1 + \sqrt{5}}{3} \right]$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad (-\infty, +\infty)$$

$$1 - 9x = (1 - 9x) \left(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \right)$$

$$(1 - 9x) \left(1 - \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \right) = 0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$1 = \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2 > 0$$

$$1 = 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1 > 0$$

$$6x^2 - 3x + 2 = -2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x^2 - 6x + 12x^2 - 6x + 4 = 4(9x^4 + 9x^3 + 13x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 1)$$

$$36x^4 - 36x^3 + 33x^2 - 12x + 4 = 36x^4 + 36x^3 + 12x^2 - 36x^2 + 8$$

$$72x^3 - 69x^2 + 12x + 4 = 0$$

т.к. $72x^3 > 69x^2$, то у уравнения больше нет положительных корней, то есть оставшиеся корни не удовлетворяют ОДЗ.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-66=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

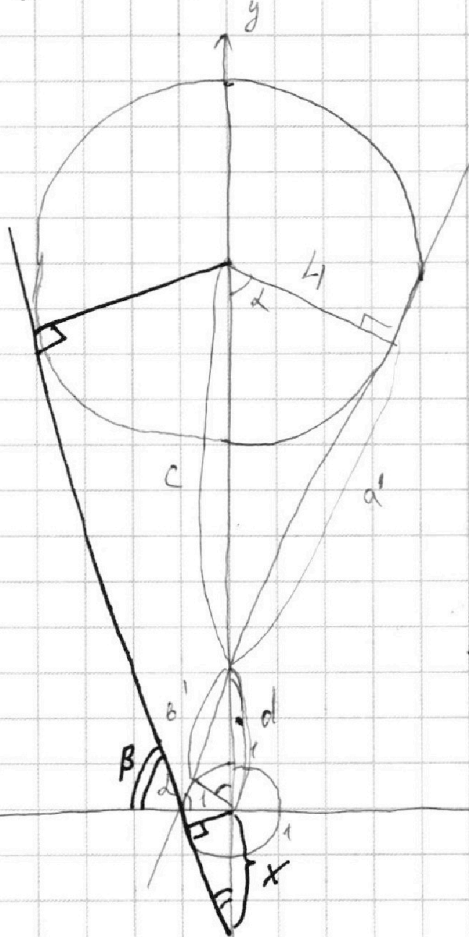


График второго уравнения - внутренность окружности, внешняя граница. График второго уравнения - прямая. Нужно, чтобы эта прямая была общей касательной.

$$1) \operatorname{tg} \alpha = (-a) = \frac{a'}{4} = \frac{6'}{4} \Leftrightarrow a = 4\beta$$

β - коэффициент наклона Δ -ов

$$\begin{cases} c+d=12 \\ c=4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=\frac{12}{5} \\ c=\frac{48}{5} \end{cases}$$

$d = \frac{12}{5}$ (в уравнении прямой)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{d^2-1}}{1} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

В силу симметрии рисунка
подходим $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5}$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

2) Из наклона Δ -ов, образующих внешнюю секущую $k = \frac{1}{4}$

тогда $\frac{x}{x+12} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{12}{5}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{5}{\sqrt{119}} = \frac{5\sqrt{119}}{119}$

В силу симметрии рисунка этот коэффициент также имеет

знак с другим знаком.

Отв: $a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$; $\pm \frac{5\sqrt{119}}{119}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



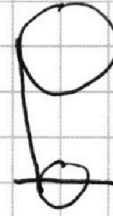
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК

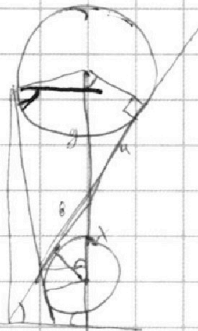
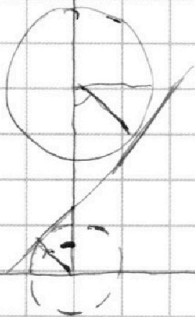
$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

4-1

$$5 \cdot (4 + 144 - 16) \leq 0$$



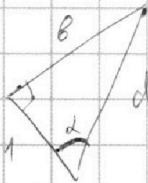
14 135



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{1} = \frac{a}{1} \quad a = 9b$$

$$\begin{aligned} x + y &= 11 & 5x &= 11 \\ \frac{y}{x} &= 4 & x &= \frac{11}{5} \\ y &= 9x \end{aligned}$$

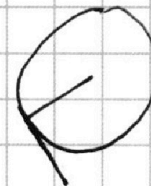
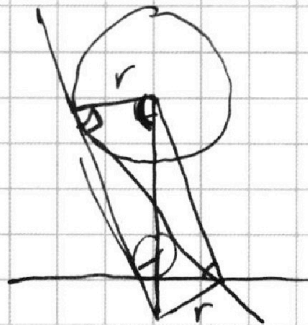
$$\begin{aligned} 4x &= x + 12 \\ x &= \end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{144 - 1}}{1} = \frac{\sqrt{143}}{1} = \frac{119}{5}$$

$$\frac{144}{25} = \frac{119}{5}$$

ax





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

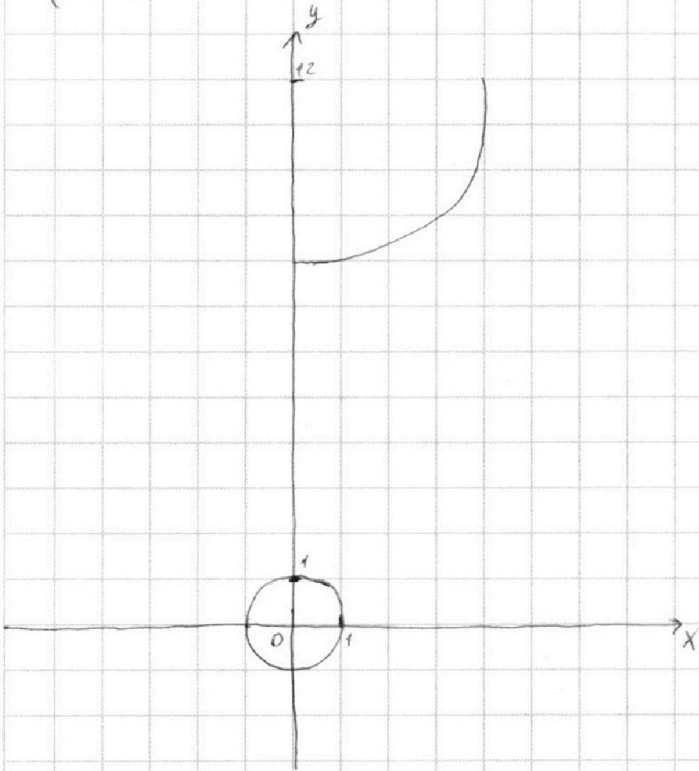
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases} ax + y - 6b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

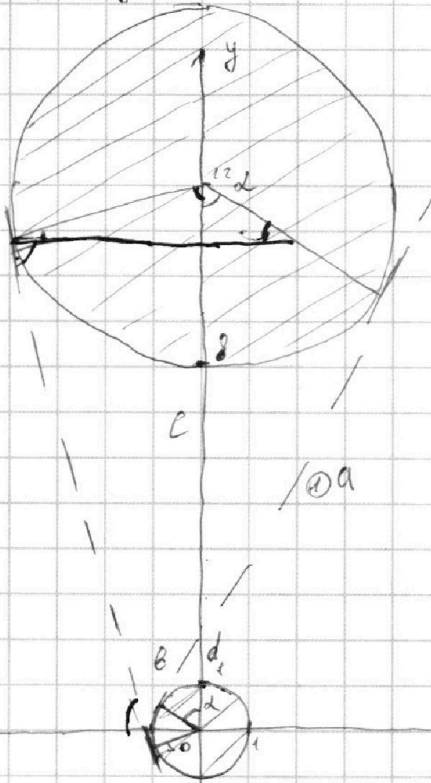


График второго уравнения - внутренности окружностей, внешняя граница. График первого уравнения - прямая. Нужно чтобы эта прямая была общей касательной двух окружностей.

$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{4} = 1 \Leftrightarrow a = 4b$$

4 - коэффициент наклона треугольника

$$\begin{cases} c + d = 12 \\ c = 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{12}{5} \\ c = \frac{48}{5} \end{cases}$$

$d = \frac{12}{5}$ - это коэффициент b в уравнении

$$y = 6b - ax$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{(42)^2 - 1}}{4} =$$

подставим известную точку

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{1} = \frac{\sqrt{115}}{5} \quad \frac{12}{5} = a$$

коэффициент $(-a)$ в уравнении $y = -ax + 6b$

тогда на прямая, симметричная данной, относительно Oy будет также подходить под условие. $a = \pm \frac{\sqrt{115}}{5}$

$$\frac{3 - 54}{61} = \frac{51}{61} + 2$$

$$\frac{3}{61} + \frac{3}{9} + 1 = \frac{30}{61} + 1 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solutions on a grid background. The solutions include:

- Algebraic manipulations involving powers of 2, 3, 5, 7 and variables a, b, c.
- Diophantine equations and divisibility arguments.
- Use of the quadratic formula and factoring.
- Number theory results, including the Chinese Remainder Theorem and properties of modular arithmetic.
- Final results: $k = \frac{9ab}{a+b}$ and $\lambda = x$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sqrt{4x^2 + 9}^2 + \sqrt{17x^2 + 49}^2$$

$$49x^2 + 99 + 17x^2 + 99 - 2\sqrt{17 \cdot 49} \cdot 2g \cos \alpha = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

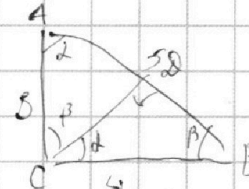
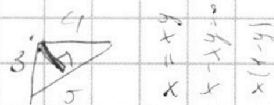
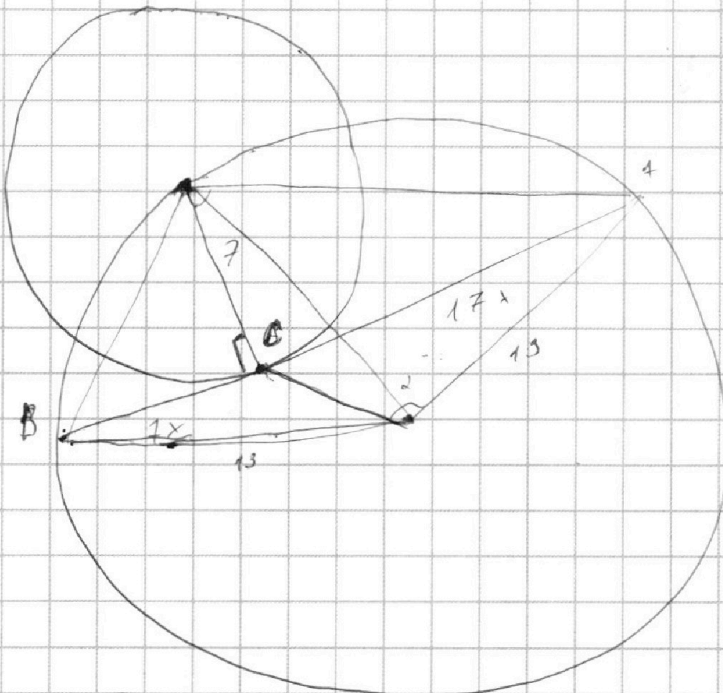
$$\cos^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$-2\sqrt{17x^2 + 49} \sqrt{9x^2 + 99} \cos \alpha = \sqrt{4} \cdot 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13 \cos \alpha$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$



$$\frac{AD}{CD} = \frac{CE}{BD}$$

$$CD^2 = AD \cdot BD$$

$$2 + 2 \cdot 13x = 36$$

$$(1-9x) \sqrt{1-9x} = \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 0$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} - 1 + 9x$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 9x + 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = (1-9x)$$

$$(1-9x) = (1-9x) \sqrt{\dots}$$

$$(1-9x) \sqrt{1-9x}$$

$$\frac{9}{1}$$

$$(\sqrt{3x^2-6x+2})^2 = 3x^2 - 2\sqrt{3x^2+2}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 1 + 2x^2 + x = (x+1)^2 + x(2x+1)$$

$$3x^2$$

$$4x^2 + 2x + 1 - x^2 + x = (2x+1)^2 - x(x+1)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 6 = 3$$

$$-3x^2$$

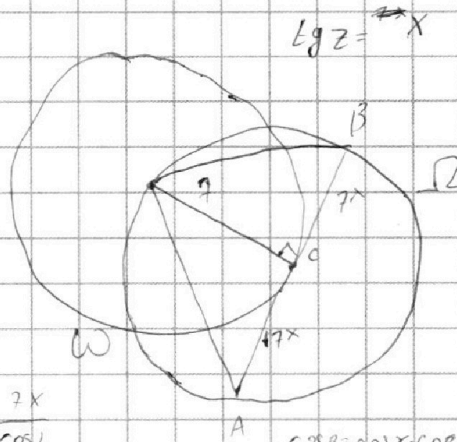
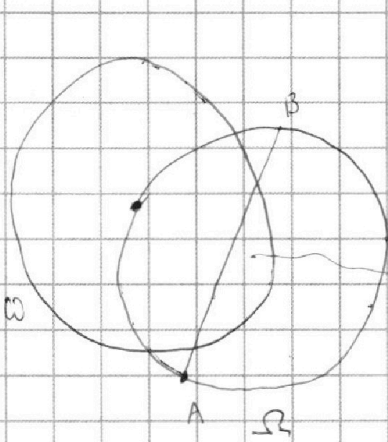
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



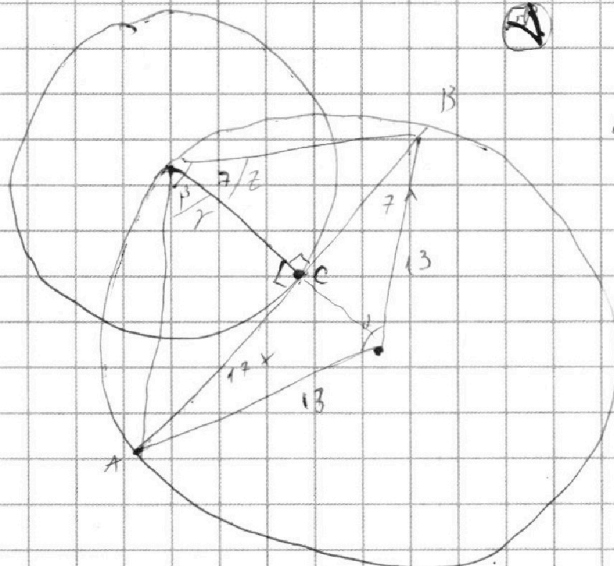
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{7}{\sin \alpha} = \frac{7x}{\cos \alpha}$$

4

$$\cos \beta = \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma$$



$$2x + 2\beta = 360$$

$$2x + \beta = 720$$

$$x = 360 - \frac{1}{2}\beta = 2\pi - \frac{1}{2}\beta$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \alpha = 576x^2$$

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot \cos(\frac{1}{2}\beta) = 576x^2$$

$$\frac{1}{2}\beta = \cos(\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\gamma) = \cos(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \cos(\frac{1}{2}\gamma) - \sin(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \sin(\frac{1}{2}\gamma) = 2 - \cos \frac{\beta}{2}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \gamma = \cos(\frac{1}{2}\alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - \sin^2 \frac{1}{2}\alpha}{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - 1 + \cos^2 \frac{1}{2}\alpha}$$

$$2 \cos^2(\frac{1}{2}\alpha) = 1 + \cos \alpha$$

$$\cos(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{1 - \frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{19 + 17x^2}$$

$$\cos(\beta) = \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \sqrt{1 - \cos^2 \gamma} = \sqrt{7^2 + 17x^2}$$

$$\frac{7}{\sqrt{7^2 + 17x^2}} = \sqrt{1 - \frac{19 + 17x^2}{2}} \sqrt{1 - \frac{19 + 17x^2}{2}}$$

$$\frac{13}{5x} = \frac{13}{5x}$$

$$\frac{388 - 576x^2}{538} = \cos \alpha$$

$$\frac{2 \cdot 13^2 - 576x^2}{2 \cdot 13^2} = \cos \alpha$$

$$\frac{13}{5x} = \frac{13}{5x}$$

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot \cos(\frac{1}{2}\beta) = 576x^2$$

$$\frac{1}{2}\beta = \cos(\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\gamma) = \cos(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \cos(\frac{1}{2}\gamma) - \sin(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \sin(\frac{1}{2}\gamma) = 2 - \cos \frac{\beta}{2}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \gamma = \cos(\frac{1}{2}\alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - \sin^2 \frac{1}{2}\alpha}{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - 1 + \cos^2 \frac{1}{2}\alpha}$$

$$2 \cos^2(\frac{1}{2}\alpha) = 1 + \cos \alpha$$

$$\cos(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{1 - \frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{19 + 17x^2}$$

$$\cos(\beta) = \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \sqrt{1 - \cos^2 \gamma} = \sqrt{7^2 + 17x^2}$$

$$\frac{7}{\sqrt{7^2 + 17x^2}} = \sqrt{1 - \frac{19 + 17x^2}{2}} \sqrt{1 - \frac{19 + 17x^2}{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 = \sqrt{3x^2x - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 3x$$

$$1 = 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{\dots}$$

$$1 = 6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots}$$

$$3x - 6x^2 - 2 = 2\sqrt{\dots}$$

$$3x(6x^2 - 3x + 2)^2 = 2(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 2(9x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)$$

$$= 2(9x^4 + 9x^2 - 9x^3 - 9x^2 + 2)$$

$$36x$$

$$(6x^2 - 3x + 2)(6x^2 - 3x + 2) = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^2 + 9x^2 - 6x + 6x^2 - 6x + 4 =$$

$$= 36x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 12x + 4$$

$$18x^4 - 18x^3 - 18x^2 + 4x = 36x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 12x + 4$$

$$18x^3 - 18x^2 - 18x = 36x^3 - 18x^2 + 9x - 12$$

$$18x^3 + 27x - 12 = 0$$

$$9x^3 + 9x - 4 = 0$$

$$9 \cdot 8 + 9 \cdot 2 - 4$$

$$9x(x^2 + 1) - 4 = 0$$

$$6x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$9x(x^2 + 1) - 4 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\frac{9}{4} = 9 - 6 - 3$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{3} = 1 \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$$

$$\frac{6}{8} + \frac{9}{2} = \frac{3}{4} + \frac{9}{2} = \frac{3 + 18}{4} = \frac{21}{4}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$9 = -9 - 12$$

$$2 = 1 + 1$$

$$2 \cdot 3 \cdot x^3 + 3^2 \cdot x = 2^2$$

$$\frac{2 \cdot 3}{8} \cdot \frac{6}{8} + \frac{27}{2}$$

$$g = -ax + 18b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2\beta = 2\cos^2(\gamma + z) - 1$$

$$\sin^2 z + \sin^2 z \cdot \cos^2 z =$$

$$\cos(\gamma + z) = \cos(\gamma) \cos(z) - \sin \gamma \sin z$$

$$\sin^2 z =$$

$$\cos \gamma = \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \gamma + 1}}$$

$$\sin \gamma = \sqrt{\frac{1}{\cot^2 \gamma + 1}}$$

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)}} - \sqrt{\frac{1}{(\cot^2 \gamma + 1)(\cot^2 z + 1)}}$$

$$2 \frac{1}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)} + \frac{2}{(\cot^2 \gamma + 1)(\cot^2 z + 1)} - \frac{\sqrt{4}}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)} - 1$$

$$\frac{a}{b} \quad \frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} \quad \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 9ab} =$$

$$a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{(a+b)^2 - 9ab}{(a+b)^2} \Bigg| \frac{a+b}{a+b}$$

$$a^2 - 7ab + b^2 \Bigg| a+b$$

$$a^2 - b^2 : m$$

$$a : m \quad b = m$$

$$a+b \Bigg| \frac{9ab}{\frac{1}{9a} + \frac{1}{9a}}$$

$$9 - 7 \cdot 2 \cdot 3 + 4$$

$$9 \cdot 13 - 92$$

$$\frac{pq}{p+q} = k$$

$$9pq = k(p+q)$$

$$(p+q) = k \frac{pq}{9}$$

$$\frac{pq}{p+q}$$

$$a(9b-1) = b$$

$$a = \frac{b}{9b-1}$$

$$9ab = m(a+b)$$

$$a = b(a-1)$$

$$a(1-9) = b$$

$$b = \frac{a}{a-1}$$

$$a =$$

$$a(9bk-1) = b$$

$$a =$$