



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

 МФТИ



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дл. 1) Возьмем  $ab, bc, ac$  - т.к.  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ ,  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

2)  $ab \cdot bc = b^2 \cdot ac = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} = 2^{31} \cdot 7^{27}$

$ac \leq b^2 \cdot ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ , что невозможно  
т.к.  $7^{27} < 7^{37}$

Значит  $ab \cdot bc \leq 2^{31} \cdot 7^{37}$

3)  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{14+17+20} \cdot 7^{32 \cdot 2} = 2^{51} \cdot 7^{64}$

51 - нечетное, что невозможно т.к.  $abc$  - натур.

Значит степень 2-ки хотя бы 52 ( $b^2 \cdot (bc)^2$ )

тогда  $abc \leq 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:  $a = 7^{14} \cdot 2^9$   
 $b = 2^6$   
 $c = 7^{23} \cdot 2^{11}$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

1) Если  $\frac{a}{b}$  - несократима то  $a$  и  $b$  - взаимно прост. числа

2)  $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$  можно сократить на  $m$ , значит  
 $(a+b) : m$   
 $a^2 - 6ab + b^2 : m$

$$\left. \begin{aligned} a^2 - 6ab + b^2 &= (a+b)^2 - 8ab : m \\ a+b &: m \end{aligned} \right\} 8ab : m$$

$m = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$   
если  $a : p_i$  то  $(a+b) : p_i$  значит  $b : p_i$   
это противоречит условию  
значит  $ab \not\vdash m$  и не имеет с  $m$  общ. делителей  
тогда  $8 : m$  . максимально возмож  $m = 8$

Пример:

$$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\frac{5+3}{5^2 - 6 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2} = \frac{8}{25+9-90} = \frac{-8}{56} = \frac{-1}{7}$$

Ответ: 8





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 7x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x > \frac{2}{7} \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 49x^2 - 28x + 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x > \frac{2}{7} \\ 47x^2 - 30x + 3 \leq 0. \end{cases}$$

$$1) \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \sqrt{\frac{2}{7}}$$
$$14\sqrt{61} \geq \sqrt{84 - 77} \geq 7$$
$$14\sqrt{61} > 7$$

$$2) 47 \cdot \left( \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right)^2 - 30 \left( \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right) + 3 \leq 0$$

$$47(121 + 244 + 44\sqrt{61}) - 30 \cdot 41(11 + 2\sqrt{61}) + 3 \cdot 41^2 \leq 0$$

$$47 \cdot 365 + 47 \cdot 44 \cdot \sqrt{61} - 30 \cdot 41 \cdot 11 - 60 \cdot 41 \sqrt{61} + 3 \cdot 41^2 \leq 0$$

$$47 \cdot 365 - 3 \cdot 41 \cdot 69 \leq 392 \sqrt{61}$$

$$8668 \leq 392 \cdot \sqrt{61}$$

$$392 \cdot \sqrt{61} \leq 392 \cdot 8 \leq 8668 \quad \text{неверно}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \quad \text{не подходит.}$$

Ответ:  $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

54.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть  $2x^2 + 2x + 1 = a$ ,  $2 - 7x = b$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$\begin{cases} \sqrt{a+b} \geq 0 \\ a+b = a + b^2 + 2\sqrt{a}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} \geq -b \\ b^2 + 2\sqrt{a}b - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ \sqrt{a} \geq -b \\ b + 2\sqrt{a} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ \sqrt{a} \geq -b \\ b = 1 - 2\sqrt{a} \end{cases}$$

Обратная замена:

1)  $2 - 7x \geq 0$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

2)  $\sqrt{a} \geq -b$   $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 7x - 2$

$$2 - 7x = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$\begin{cases} 7x \geq 1 \\ 49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x \geq 1 \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 11^2 + 4 \cdot 3 = 121 + 12 = 133 = 244$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41}$$

1)  $7 \leq \frac{11 + \sqrt{244}}{41} < \frac{11 + \sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 8}{41} = \frac{19}{41} < \frac{2}{7}$

$$-7 \leq \frac{11 - \sqrt{61}}{41} < -7$$

$$-2\sqrt{61} < -14$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < -3 \Leftrightarrow 11 - 2\sqrt{61} < -123 < 0$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0 < \frac{1}{7}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \text{ - не подходит}$$

2)  $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$

$$77 + 14\sqrt{61} > 41$$

$$14\sqrt{61} > -36$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

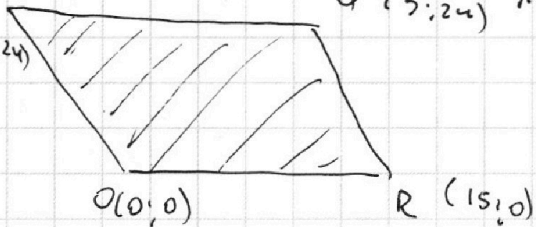
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



55.

$P(-1; 24)$



11 Запишем уравнения прямых образующих  $PQ$  и  $OR$ .

$PO: y = -2x$

$RQ: y = -2x + b$   
 $0 = -2 \cdot 15 + b$   
 $b = 30$   
 $y = -2x + 30$

$0 \leq y + 2x \leq 30$  чтобы ограничить область!

и  $PQ: y = 24$

$OR: y \geq 0$

$0 \leq y \leq 24$

3)  $0 \leq 2x \leq 30$

$0 \leq x \leq 15$

6)  $2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$

$12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 30$  всего 19 значений

или  $2x + y = 12$  или  $24$  или  $30$  одна пара чисел

$2x + y = 12$  или  $24$  или  $30$  2 пары и т.д. до 24

или  $2x + y = 12$  или  $24$  или  $30$  3 пары и т.д. до 24

или  $6 + 15$   $12 - 6$  пар;  $24 - 12$  пар мен.

$S = \frac{6+15}{2} \cdot \frac{12}{2} + 12 \cdot (30 - 24) = 17 \cdot 6 + 12 \cdot 6 =$

~~$201$~~   $= 186$

Ответ: ~~201~~ пар  $186$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

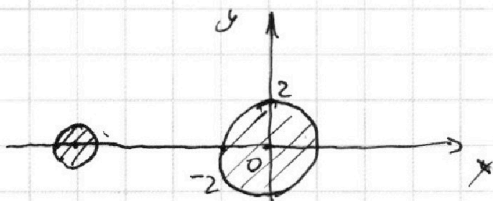
$$\text{ср} \begin{cases} y \geq ax - b \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

Решим графически

1)  $y \geq ax + 10b$  - прямая если  $a \neq 0$  и точка если  $a = 0$

2)  $(x+8)^2 + y^2 = 1$  окружность с центром  $(-8; 0)$  радиусом 1

3)  $x^2 + y^2 = 4$  - окружность с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2



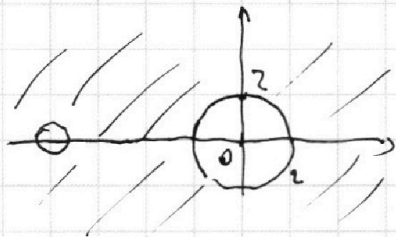
1) для системы (1)

$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$   
решением явл. внутр.  
область окр.

(методом проб. т.  
 $(-8; 0)$   $(-8+8)^2 + 0 = 0 \leq 1$   
сигнал для  $x^2 + y^2 \leq 4$

замечим что области не пересекаются значит  
(1) система реш. не имеет

2)



для 2 сист. реш. явл.  
инвертиров. пр-во.

прямая не может  
пересекать выдел. область  
ровно в 2х точках  
одна точка тоже

значит таких  $a$  не существует

Ответ:  $\emptyset$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7.

$$12) \frac{NT \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{km \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{NT}{km} = \left( \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{2}{4,5} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$13) AF = \frac{NT \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$15) HE = 2AF = 6$$

Ответ: 6.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МОФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2+2x+1} - \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 1-7x$$

$\begin{matrix} \sqrt{a} & \sqrt{b} \\ a & b \end{matrix}$

$$1 \geq 6x; \quad 4x$$

$$1 - 2\sqrt{61} \leq \frac{1}{7}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$7 \leq \sqrt{61} < 9$$

$$a+b+a \quad a+b = b^2 + a + 2b\sqrt{a}$$

$$-2 \leq -2\sqrt{61} < -7$$

$$-2\sqrt{61} < -14$$

$$b^2 + 2b\sqrt{a} - b = 0$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-2$$

$$\frac{25}{41} \sim \frac{27}{41}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ b+2\sqrt{a}-1=0 \end{cases} \quad \frac{25}{41} \sim \frac{27}{41} \quad \begin{cases} b=0 \\ b=1-2\sqrt{a} \end{cases}$$

$$7x=2$$

$$x=0,5 \quad \frac{1+14}{41} \approx \frac{2\sqrt{61}}{41} \approx \frac{15}{41}$$

$$2-7x = 1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\frac{1+2\sqrt{61}}{41}$$

$$\frac{1+2\sqrt{61}}{41} \leq \frac{1}{7}$$

$$1+2\sqrt{61} \leq \frac{41}{7}$$

$$2\sqrt{61}$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-1$$

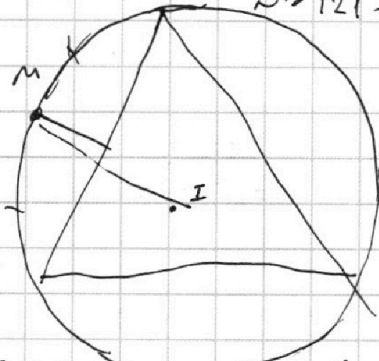
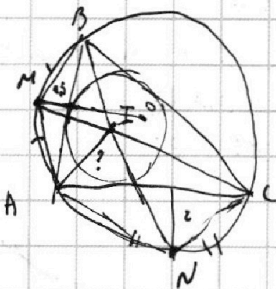
$$4x^2 + 4x + 4 \geq 49x^2 - 14x + 1$$

$$47x^2 - 17x - 3 \geq 0 \quad 45x^2 - 19x - 1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{17}{47} \quad 41x^2 - 22x - 3 \geq 0$$

$$x \geq \frac{17}{47} \quad (41x - 3) \geq 0$$

$$D = 121 - 123 < 0$$

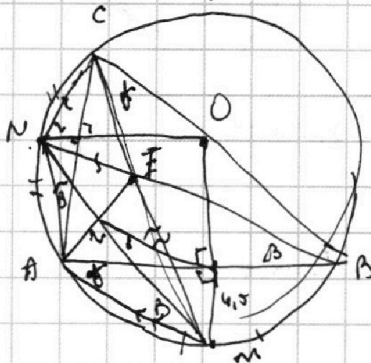


$$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-2$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$4x^2 + 4x + 4 \geq 49x^2 - 14x + 1$$

$$x \geq \frac{17}{47}$$



$$AF = \frac{45 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$47x^2 - 17x - 3 \geq 0$$

$$47x^2 - 30x + 3 \leq 0$$

$$225 - 144 = 81$$

$$5x \leq 15 + \frac{81}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$244 \mid 4$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$e = a \cdot 7^3$$

$$a^1 \cdot 7^2 \cdot 7^{3^2}$$

$$a \cdot 7^{3^k}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac \leq 2 \cdot 7^{14} \cdot 2 \cdot 7^{17} \cdot 2 \cdot 7^{20} \cdot 7^{37} = 2 \cdot 244$$

$$a = b \text{ взаимн пр. } \quad 14 + 17 + 20 = 31 + 20 = 51$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^9}$$

$$c = a \cdot 2^9$$

$$ac = 2^{20}$$

$$a \cdot a \cdot 2^9 = 2^{20}$$

$$a = 2^9$$

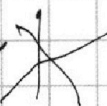
$$b = 2^6$$

$$c = 2^{11}$$

$$\frac{c}{a} = 7^2$$

$$c = 7^2 \cdot a$$

$$a \cdot 7^{15}$$



a	7 <sup>14</sup>	9
b	7 <sup>17</sup>	2 <sup>11</sup>
c	7 <sup>23</sup>	2 <sup>16</sup>

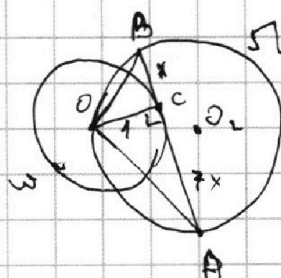
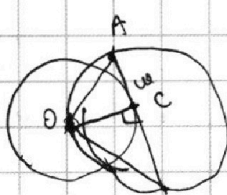
$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$25 + 9 - 6 \cdot 5 \cdot 3 =$$

$$= -$$



$$5 \cdot 15 = 290 - 342$$

$$15 = 2656$$

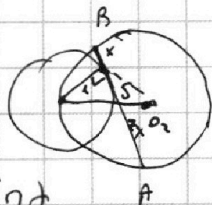
$$\frac{5}{0}$$

$$(7t + 1)(7t - 1)$$



$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \sin \alpha$$

$$\frac{\sqrt{x^2+1}}{2R} = \sin \alpha$$



$$(a+b) = mk$$

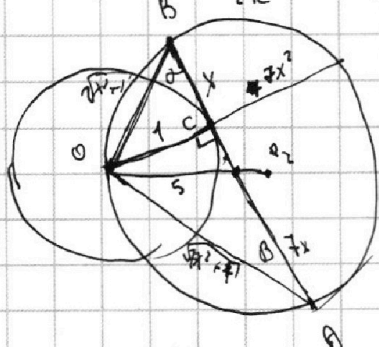
$$(a+b)^2 - 8ab = m^2 k^2 - 8ab = m^2$$

$$8ab : m \quad 8 : m$$

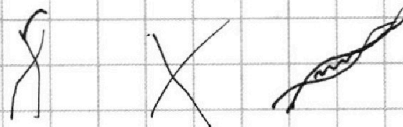
$$a \cdot m \quad b \cdot m \quad m \cdot \max. 8$$

$$a = p_i \cdot q_i$$

$$b = p_{i+1} \cdot q_i$$



$$(5+3)^2 - 8 \cdot 15 = 2^2$$



$$(2x-3)(x-1)$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$7) + 2 \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$- 2 \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 49x^2 - 28x + 4$$

$$5x(9x-5) \geq 2 \sqrt{2x^2+2x+1}$$



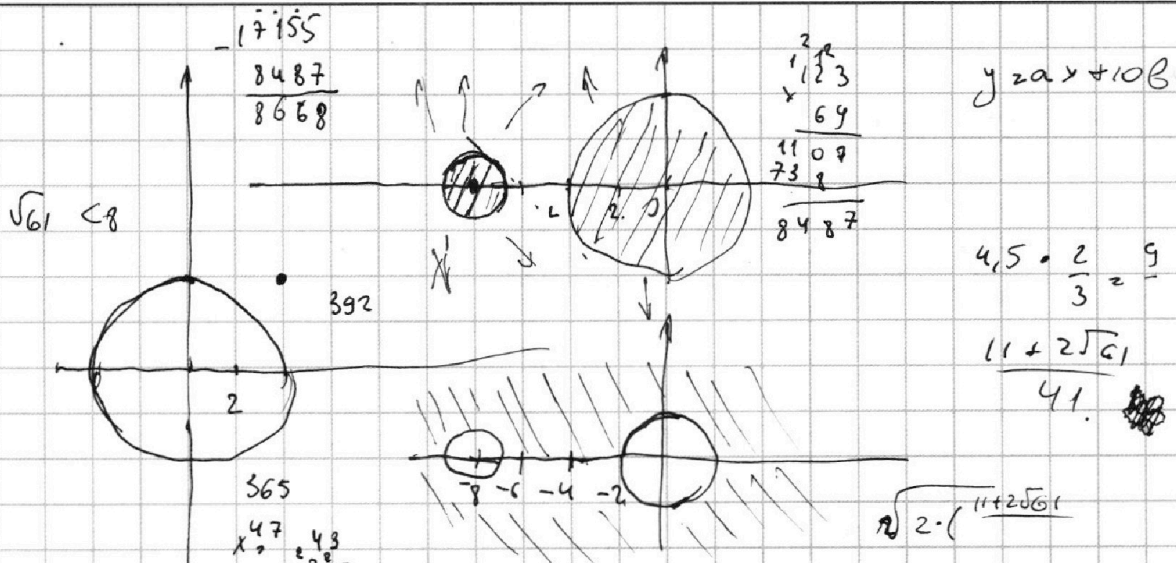
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$47x^2 - 30x + 3 \leq 0$

$D = 225 - 141 = 84$

$15 \pm 2\sqrt{21}$

$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

$11 + 2\sqrt{61} \sqrt{41}$

$2\sqrt{61} \sqrt{41}$

$\sqrt{61} < 15$

$\frac{15 - 2\sqrt{21}}{47} < x < \frac{15 + 2\sqrt{21}}{47}$

$41 \cdot 15 + 2\sqrt{21} \cdot 41 \sqrt{47 \cdot 11}$

$(7t - 11)(7t + 9)$

$(49t + 99)(t - 8)$

$41 \cdot (123 - 330)$

$3 \cdot 41 \cdot (10 - 41) = 3 \cdot 41 \cdot$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 69 \\ \hline 1107 \\ 738 \\ \hline 8487 \end{array}$$

$y = 2ax + 10b$

$4,5 = \frac{2}{3} = \frac{9}{3}$

$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

$\sqrt{2 \cdot (11 + 2\sqrt{61})}$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$a + b \leq 0$

$2x^2 + 2x + 1 + 2 - 441$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$(2x - 3)(x - 1) \geq 0$

$x \geq 1,5$

$x \leq 1$

$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \sqrt{\frac{2}{7}}$

$77 + 14\sqrt{61} \sqrt{82}$

$14\sqrt{61} \sqrt{5}$

$\sqrt{61} \sqrt{41}$

$\frac{11 + \sqrt{61}}{41}$

$2x^2 + 2x + 1 > 40x^2$

$42 \cdot 2460$

$\frac{2068}{392}$

$22 \cdot 47$

$1 \cdot 44$

$188$

$49 \cdot 306 = 8$

$\frac{-10}{41} = \frac{9}{69}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



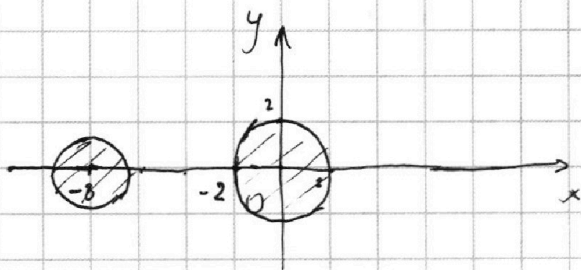
5б.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{а. } \begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

Решим графически

- 1)  $y = ax + 10b$  - прямая, если  $a \neq 0$  и точка если  $a = 0$
- 2)  $(x+8)^2 + y^2 \leq 1$  - окружность с центром  $(-8; 0)$  радиусом 1
- 3)  $x^2 + y^2 \leq 4$  - окружность с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2



1) для первой системы в совокупности

реш. явл. внутр. область окр.  $(1)$

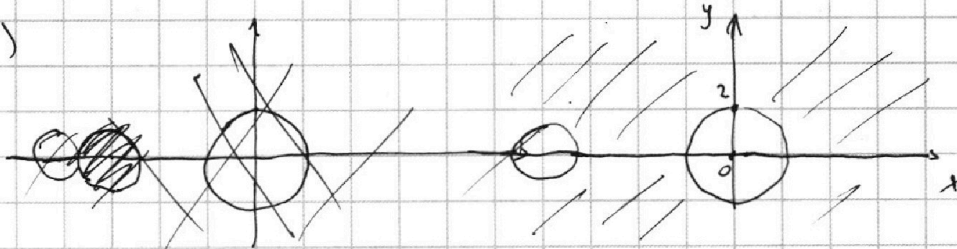
(методом проб. т.

$$(-8; 0); (-8+8)^2 + 0^2 = 0 \leq 1$$

внеокр. для  $x^2 + y^2 \leq 4$

Заметим что области не пересекаются значит (1) система реш. не имеет.

2)



для (2) реш. явл. а инвертир. пр-во.

Прямая не может пересекать внутр. область в 2х точках. Одна точка тоже.

Значит таких  $a$  не существует

Ответ:  $\emptyset$

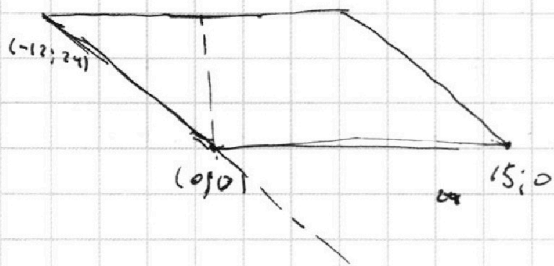
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_1 \leq 24$$

$$y_2 \leq 24$$

$$y_2 = (-12)x$$

$$a = -2$$

$$y_2 = -2x \geq 0$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y_2 - 2x + b$$

$$0 = -2 \cdot 15$$

$$b = 30$$

$$y + 2x - 30 \leq 0$$

$$0 \leq y + 2x \leq 30$$

$$(y_2 = y_1) \cdot x$$

$$y_2 + 2x_2 - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$(0; 30)$$

$$(0; 30)$$

$$30$$

$$y_2 + 2x_2 = 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 13 \\ \hline 9 \\ 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 117 \\ \hline 84 \\ 201 \end{array}$$

$$1$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 12 \\ \hline 7 \\ 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 201 \\ - 12 \\ \hline 186 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$186$$

$$x = \frac{12}{7}$$