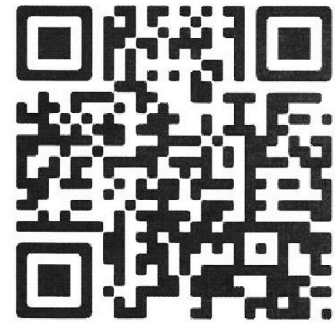




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дл. 1) Возьмем ab, bc, ac - т.е. $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$,
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$, $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

2) $ab \cdot bc = b^2 \cdot ac = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} = 2^{31} \cdot 7^{27}$

$ac \leq b^2 \cdot ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$, что невозможно
т.к. $7^{27} < 7^{37}$

Значит $ab \cdot bc \leq 2^{31} \cdot 7^{37}$

3) $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{14+17+20} \cdot 7^{32 \cdot 2} = 2^{51} \cdot 7^{64}$

51 - нечетное, что невозможно т.к. abc - натур.

Значит степень 2-ки хотя бы 52 ($b^2 \cdot (bc)^2$)

тогда $abc \leq 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример: $a = 7^{14} \cdot 2^9$
 $b = 2^6$
 $c = 7^{23} \cdot 2^{11}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

1) Если $\frac{a}{b}$ - несократима то a и b - взаимно прост. числа

2) $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$ можно сократить на m , значит
 $(a+b) : m$
 $a^2 - 6ab + b^2 : m$

$$\left. \begin{aligned} a^2 - 6ab + b^2 &= (a+b)^2 - 8ab : m \\ a+b &: m \end{aligned} \right\} 8ab : m$$

$$m = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$$

если $a : p_i$ то $(a+b) : p_i$ значит $b : p_i$
это противоречит условию
значит $ab \not\vdash m$ и не имеет с m общ. делителей
тогда $8 : m$. максимально возмож $m = 8$

Пример:

$$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\frac{5+3}{5^2 - 6 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2} = \frac{8}{25+9-90} = \frac{-8}{56} = \frac{-1}{7}$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

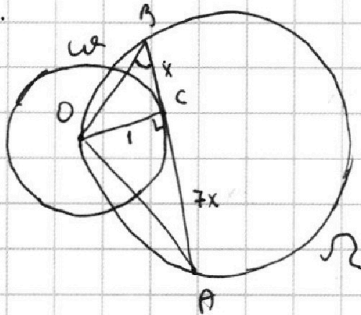
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.



1) $OC \perp AB$ (радиус перпендикулярен касательной)

2)

пусть $BC = x$; $CA = 4x$

3) $\triangle OBC$; $\angle C = 90^\circ$

$OB^2 = BC^2 + OC^2$ по т-ме Пифагора

$OB = \sqrt{x^2 + 1}$

4) $\triangle OCA$; $\angle C = 90^\circ$

$OA^2 = OC^2 + CA^2$ по т-ме Пифагора

$OA = \sqrt{1 + 49x^2}$

5) $\triangle OBC$; $\angle C = 90^\circ$; $\sin \angle OBC = \frac{OC}{OB}$ по определению синуса угла в т-м

$\sin \angle OBC = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

6) $\triangle OBA$;

$\frac{OA}{\sin \angle OBA} = 2R$, где R - радиус Ω ($R = 5$)

по т-ме синусов

$\sin \angle OBA = \frac{OA}{2R} = \frac{\sqrt{1+49x^2}}{10}$

7) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{\sqrt{1+49x^2}}{10}$

$100 = (1+49x^2)(1+x^2)$

пусть $x^2 = t$, $t \geq 0$

$\begin{cases} (1+49t)(1+t) = 100 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49t^2 + 50t - 99 = 0 \\ t > 0 \end{cases}$

~~Дискриминант~~ $\begin{cases} (49t + 99)(t - 1) = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{99}{49} \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$

Обр. замена $x^2 = 1$; $x = 1$

$AB = AC + BC = 8x = 8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 7x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x > \frac{2}{7} \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 49x^2 - 28x + 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x > \frac{2}{7} \\ 47x^2 - 30x + 3 \leq 0. \end{cases}$$

$$1) \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \sqrt{\frac{2}{7}}$$
$$14\sqrt{61} \geq \sqrt{84 - 77} \geq 7$$
$$14\sqrt{61} > 7$$

$$2) 47 \cdot \left(\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right)^2 - 30 \left(\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right) + 3 \leq 0$$

$$47(121 + 244 + 44\sqrt{61}) - 30 \cdot 41(11 + 2\sqrt{61}) + 3 \cdot 41^2 \leq 0$$

$$47 \cdot 365 + 47 \cdot 44 \cdot \sqrt{61} - 30 \cdot 41 \cdot 11 - 60 \cdot 41 \sqrt{61} + 3 \cdot 41^2 \leq 0$$

$$47 \cdot 365 - 3 \cdot 41 \cdot 69 \leq 392 \sqrt{61}$$

$$8668 \leq 392 \cdot \sqrt{61}$$

$$392 \cdot \sqrt{61} \leq 392 \cdot 8 \leq 8668 \quad \text{неверно}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \quad \text{не подходит.}$$

Ответ: $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

√4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть $2x^2 + 2x + 1 = a$, $2 - 7x = b$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$\begin{cases} \sqrt{a+b} \geq 0 \\ a+b = a + b^2 + 2\sqrt{a}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} \geq -b \\ b^2 + 2\sqrt{a}b - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ \sqrt{a} \geq -b \\ b + 2\sqrt{a} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ \sqrt{a} \geq -b \\ b = 1 - 2\sqrt{a} \end{cases}$$

Обратная замена:

1) $2 - 7x \geq 0$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

2) $\sqrt{a} \geq -b$ $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 7x - 2$

$$2 - 7x = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$\begin{cases} 7x \geq 1 \\ 49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x \geq 1 \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 11^2 + 4 \cdot 3 = 121 + 12 = 133 = 244$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41}$$

1) $7 \leq \frac{11 + \sqrt{244}}{41} < \frac{11 + \sqrt{61}}{41} < \frac{11 + \sqrt{64}}{41} = 8$

$$-7 \leq \frac{11 - \sqrt{61}}{41} < -7$$

$$-2\sqrt{61} < -14$$

$$11 - 2\sqrt{61} < -3 \Leftrightarrow 14 < 0$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0 < \frac{1}{7}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \text{ - не подходит}$$

2) $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$

$$77 + 14\sqrt{61} > 41$$

$$14\sqrt{61} > -36$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

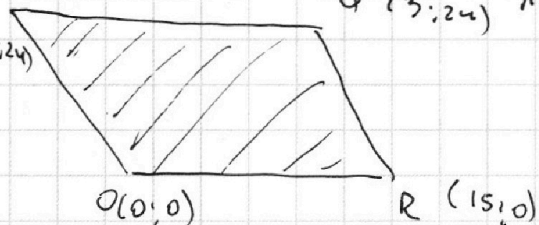
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

55.

$P(-1; 24)$



11 Запишем уравнения прямых образующих

PO: $y = -2x$

RQ: $y = -2x + b$
 $0 = -2 \cdot 15 + b$
 $b = 30$
 $y = -2x + 30$

$0 \leq y + 2x \leq 30$ чтобы ограничить область!

и PQ: $y = 24$

OR: $y \geq 0$

$0 \leq y \leq 24$

3) $0 \leq 2x \leq 30$

$0 \leq x \leq 15$

6) $2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$

$12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 30$ всего 19 значений

или $2x + y = 12$ или 24 одна пара чисел

$2x + y = 24$ или 30 2 пары и т.д. до 24

или $2x + y = 30$ или 30 3 пары

или $6 + 15$ 12 - 6 пар; 24 - 12 пар мен.

$S = \frac{6+15}{2} \cdot \frac{12}{2} + 12 \cdot (30 - 24) = 17 \cdot 6 + 12 \cdot 6 =$

~~201~~ $= 186$

Ответ: ~~201~~ пар 186

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

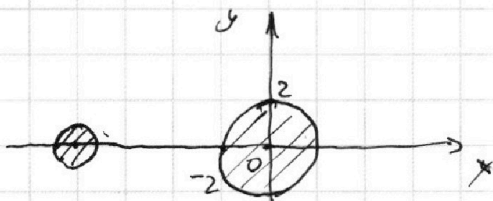
$$\text{ср} \begin{cases} y \geq ax - b \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

Решим графически

1) $y \geq ax + 10b$ - прямая если $a \neq 0$ и точка если $a = 0$

2) $(x+8)^2 + y^2 = 1$ окружность с центром $(-8; 0)$ радиусом 1

3) $x^2 + y^2 = 4$ - окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом 2



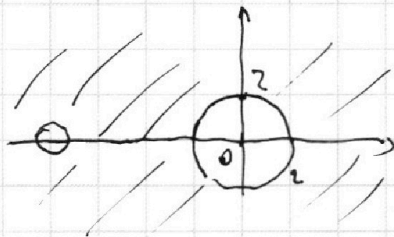
1) для системы (1)

$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$
решением явл. внутр.
область окр.

(методом проб. т.
 $(-8; 0)$ $(-8+8)^2 + 0 = 0 \leq 1$
сигнал для $x^2 + y^2 \leq 4$

замечим что области не пересекаются значит
(1) система реш. не имеет

2)



для 2 сист. реш. явл.
инвертиров. пр-во.

прямая не может
пересекать выдел. область
ровно в 2х точках
одна точка тоже

значит таких a не существует

Ответ: \emptyset

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7.

$$12) \frac{NT \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{km \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{NT}{km} = \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{2}{4,5} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$13) AF = \frac{NT \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$15) HE = 2AF = 6$$

Ответ: 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

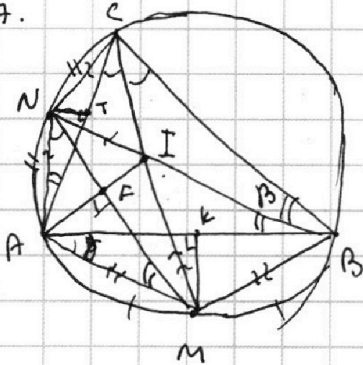
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7.



1) Вписанные $\angle CBN = \angle ABN$
как углы опр. на рав. дуги
 BN - дуг. угла B
аналог CM - дуг. $\angle C$

2) $CM \cap BN = I$, I - центр
впис. окр. $\triangle ABC$

3) из леммы о треугольнике $NI = AN = NC$
 $AM = MB = MI$

4) $AN = NI$
 $IM = AM$
 MN - общ. } $\triangle NIM = \triangle NAM$ по 3 сторонам

5) I и A симметричны отн. MN
 $AI \perp MN$; $AI \cap MN = F$; $AI = 2AF$

6) $MK \perp AB$; $K \in AB$ гон. постр.
 $NT \perp AC$; $T \in AC$

7) Пусть $\angle ACM = \gamma = \angle MCB$; $\angle ABN = \angle CBN = \beta$

8) Вписанные $\angle MCB = \angle MAB = \gamma$ (опр. на \widehat{MB})
 $\angle ANM = \angle ACM = \gamma$ (опр. на \widehat{AM})
 $\angle CBN = \angle NAC = \beta$ (опр. на \widehat{NC})
 $\angle NMA = \angle MBA = \beta$ (опр. на \widehat{MA})

9) $\angle AFM = \angle AKM = 2\beta$, кажд. по уг. стор. от AM
опр. на AM $\Rightarrow AFKM$ - впис. в ω_2 с радиусом R_2
о прикасн. к ω_1 и τ . Одной окр. (ω_2 - радиус R_2)

10) $\triangle AKM$ и $\triangle AFM$ } по τ -синусов
 $\frac{KM}{\sin \gamma} = 2R_2$
 $\frac{AF}{\sin \beta} = 2R_2$

$$AF = \frac{KM \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

11) $\frac{AF}{\sin \gamma} = \frac{MT}{\sin \beta}$ аналогично $AFTM$ впис. в ω_3 с радиусом R_3

$$\frac{AF}{\sin \gamma} = \frac{MT}{\sin \beta} \Rightarrow AF = \frac{MT \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2+2x+1} - \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 1-7x$$

$\begin{matrix} \sqrt{a} & \sqrt{b} \\ a & b \end{matrix}$

$$1 \geq 6x; \quad 4x$$

$$1 - 2\sqrt{61} \leq \frac{1}{7}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$7 \leq \sqrt{61} < 9$$

$$-8 \leq -2\sqrt{61} < -7$$

$$-2\sqrt{61} < -14$$

$$a+b+a \quad a+b = b^2 + a + 2b\sqrt{a}$$

$$b^2 + 2b\sqrt{a} - b = 0$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-2$$

$$\frac{25}{41} \sim \frac{27}{41}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ b+2\sqrt{a}-1=0 \end{cases} \quad \frac{25}{41} \sim \frac{27}{41} \quad \begin{cases} b=0 \\ b=1-2\sqrt{a} \end{cases}$$

$$7x=2$$

$$x=0,5 \quad \frac{1+14}{41} \approx \frac{2\sqrt{61}}{41} \approx \frac{15}{41}$$

$$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$$

$$\frac{11+2\sqrt{61}}{41} \leq \frac{1}{7}$$

$$11+2\sqrt{61} \leq \frac{41}{7}$$

$$2\sqrt{61}$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-1$$

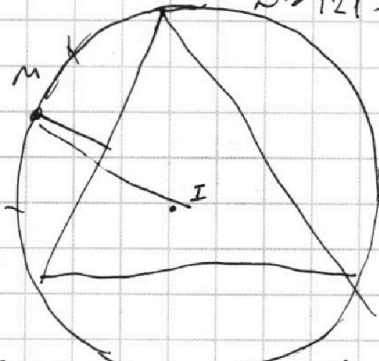
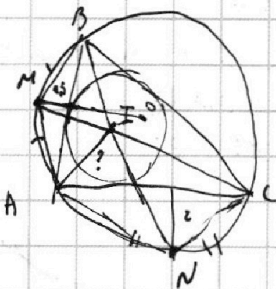
$$4x^2 + 4x + 4 \geq 49x^2 - 14x + 1$$

$$47x^2 - 17x - 3 \geq 0 \quad 45x^2 - 19x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 0 \quad 41x^2 - 22x - 3 \geq 0$$

$$x \geq \frac{17}{47} \quad (41x - 3) \geq 0$$

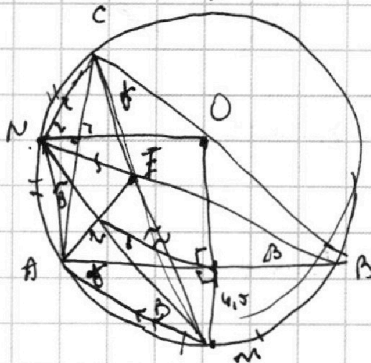
$$D = 121 - 123 < 0$$



$$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-2$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$4x^2 + 4x + 4 \geq 49x^2 - 28x + 4$$



$$AF = \frac{45 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{42}{141}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 49x^2 - 29x + 1$$

$$47x^2 - 30x + 3 \leq 0$$

$$225 - 144 = 181$$

$$5x \leq \frac{15 + \sqrt{181}}{5}$$

$$45x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$244 \mid 4$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$e = a \cdot 7^3$$

$$a^1 \cdot 7^2 \cdot 7^{3^2}$$

$$a \cdot 7^{3^k}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} = 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$a = b \text{ взаимн пр. } \quad 14 + 17 + 20 = 31 + 20 = 51$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^9}$$

$$c = a \cdot 2^9$$

$$ac = 2^{20}$$

$$a \cdot a \cdot 2^9 = 2^{20}$$

$$a = 2^9$$

$$b = 2^6$$

$$c = 2^{15}$$

a	7	14	9
b	7	23	2
c	7	23	26

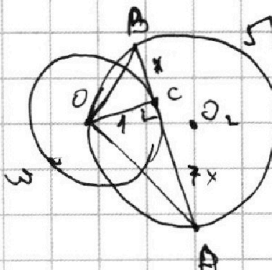
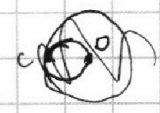
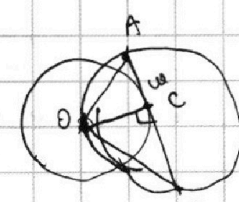
$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b : m$$

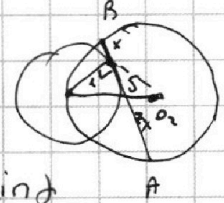
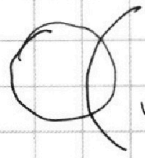
$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$25 + 9 - 6 \cdot 5 \cdot 3 =$$

$$= -$$



$$(7t+1)(7t-1)$$

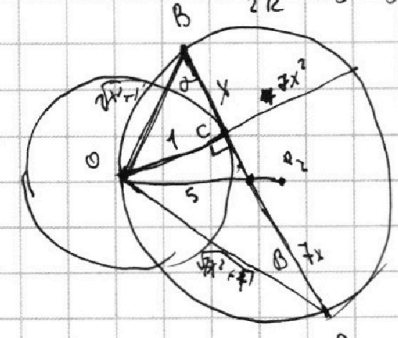


$$(a+b) = mk$$

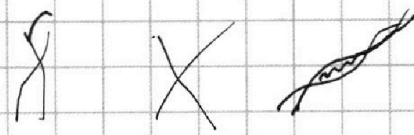
$$(a-b)^2 - 8ab = m^2$$

$$m^2 k^2 - 8ab = m^2$$

$$8ab : m \quad 8 : m$$



$$(5+3)^2 - 8 \cdot 5 =$$



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$(2x-3)(x-1)$$

$$7) + 2 \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{\dots} = 49x^2 - 28x + 4$$

$$- 2\sqrt{\dots} \geq 45x^2 - 25x$$

$$5x(9x-5) \approx 2\sqrt{\dots}$$

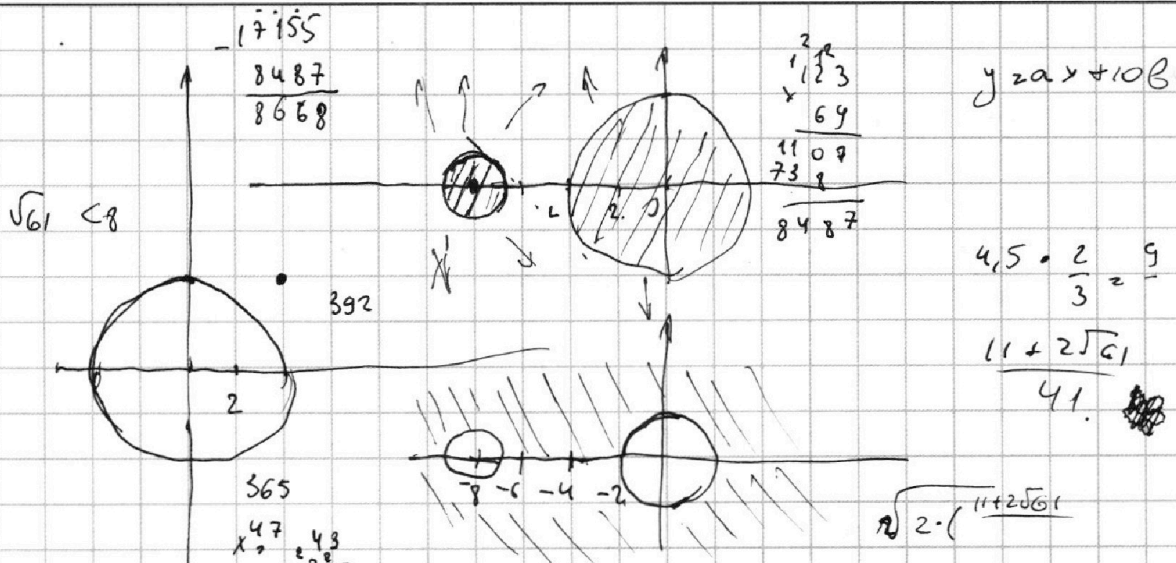
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$47x^2 - 30x + 3 \leq 0$

$D = 225 - 141 = 84$

$15 \pm 2\sqrt{21}$

$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

$11 + 2\sqrt{61} \sqrt{41}$

$2\sqrt{61} \sqrt{41}$

$\sqrt{61} < 15$

$\frac{15 - 2\sqrt{21}}{47} < x < \frac{15 + 2\sqrt{21}}{47}$

$\frac{15 + 2\sqrt{21}}{47}$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$a + b \leq 0$

$2x^2 + 2x + 1 + 2 - 441$
 $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$
 $(2x - 3)(x - 1) \geq 0$

$x \geq 1.5$

$x \leq 1$

$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \sqrt{\frac{2}{7}}$

$77 + 14\sqrt{61} \sqrt{82}$

$14\sqrt{61} \sqrt{5}$

$\sqrt{61} \sqrt{41}$

$\frac{11 + \sqrt{61}}{41}$

$2x^2 + 2x + 1 > 40x^2$

$42 \frac{2460}{392}$

$\frac{2068}{392}$

$22 \frac{47}{44}$

188

188

$69 \cdot \frac{206}{3} = 8$

$41 \cdot 15 + 2\sqrt{21} \cdot 41 \sqrt{47 \cdot 11}$

$(7t - 11)(7t + 9)$

$(49t + 99)(t - 8)$

$\frac{-10}{41}$
 $\frac{69}{69}$

$41 \cdot (123 - 330)$

$3 \cdot 41 \cdot (10 - 41) = 3 \cdot 41 \cdot$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



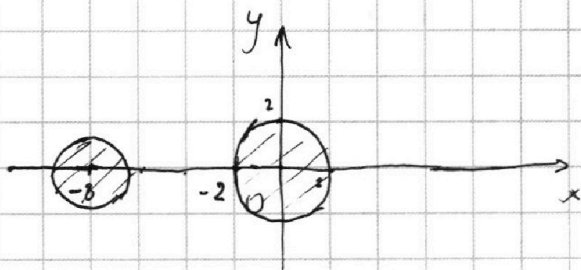
5б.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{а. } \begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

Решим графически

- 1) $y = ax + 10b$ — прямая, если $a \neq 0$ и точка если $a = 0$
- 2) $(x+8)^2 + y^2 \leq 1$ — окружность с центром $(-8; 0)$ радиусом 1
- 3) $x^2 + y^2 \leq 4$ — окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом 2



1) для первой системы в совокупности

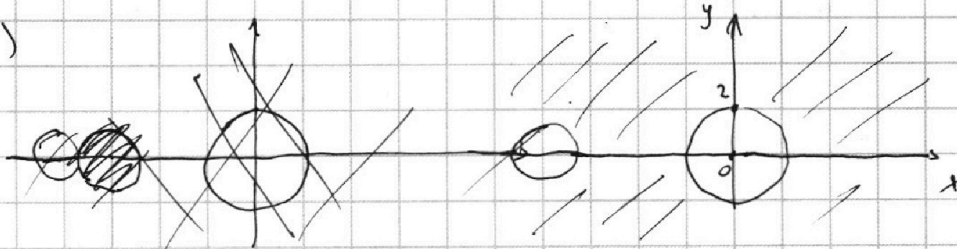
$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$
 это реш. явл. внутр. область окр. вн

(методом проб. т.

$(-8; 0); (-8+8)^2 + 0^2 = 0 \leq 1$
 внешний для $x^2 + y^2 \leq 4$

замечим что области не пересекаются значит (1) система реш. не имеет.

2)



для (2) реш. явл. а инвертир. пр-во.

Прямая не может пересекать внутр. область в 2х точках. Одна точка тоже.

Значит таких a не существует

Ответ: \emptyset

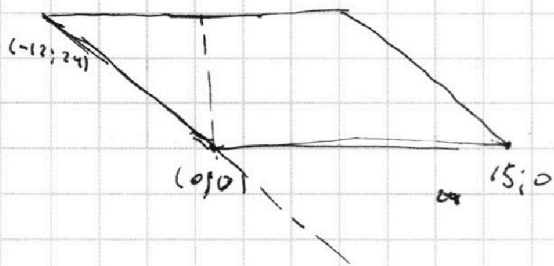
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_1 \leq 24$$

$$y_2 \leq 24$$

$$y_2 = (-12)x$$

$$a = -2$$

$$y_2 = -2x \geq 0$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y_2 - 2x + b$$

$$0 = -2 \cdot 15$$

$$b = 30$$

$$y + 2x - 30 \leq 0$$

$$0 \leq y + 2x \leq 30$$

$$(y_2 = y_1) \cdot x$$

$$y_2 + 2x_2 - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$(0; 30)$$

$$(0; 30)$$

$$30$$

$$y_2 + 2x_2 = 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 13 \\ \hline 9 \\ 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 117 \\ \hline 84 \\ 201 \end{array}$$

$$1$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 12 \\ \hline 7 \\ 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 201 \\ - 12 \\ \hline 186 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$186$$

$$x = \frac{186}{7}$$