



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

⊕ Пусть  $a = 2^x \cdot 7^y$ ,  $\{x; y\} \in \mathbb{N}$

Тогда  $c = 2^{20-x} \cdot 7^{34-y}$

$b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}$

$cb = 2^{34-2x} \cdot 7^{44-2y}$

Мы знаем, что  $cb = 2^{14} \cdot 7^{14}$

Тогда  $\begin{cases} 34-2x \geq 14 \\ 44-2y \geq 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 15 \end{cases}$

$\begin{cases} 14-x \geq 0 \\ 10-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 14 \\ y \leq 10 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-x \geq 0 \\ 34-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 20 \\ y \leq 34 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+20-x+14-x) \\ (y+34-y+10-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 10 \end{cases}$

$abc = 2^{(x+20-x+14-x)} \cdot 7^{(y+34-y+10-y)}$

$abc = 2^{34-x} \cdot 7^{44-y} = 2^{14} \cdot 7^{14}$  — знаем  $\Rightarrow \{x; y\}$  — макс.

макс.  $x$  и  $y$  —  $x = 8$   
 $y = 10$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{34}$

Ответ  $2^{26} \cdot 7^{34}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} \cdot \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} =$$

Пусть  $x = a+b$   
 $y = ab$

$$\frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$\text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) = \max$$

Тогда  $a+b : 8$        $\frac{a}{b} = \text{целое}$   
 ~~$a : 8$~~

Есть такие пары. Тогда пусть  $a = 1$   
 $b = 4$

$$\text{НОД}(1+4; (1+4)^2 - 8 \cdot 1 \cdot 4) = \text{НОД}(8; 64 - 32) = 8$$

След, максимальное  $m = 8$ .

Ответ 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

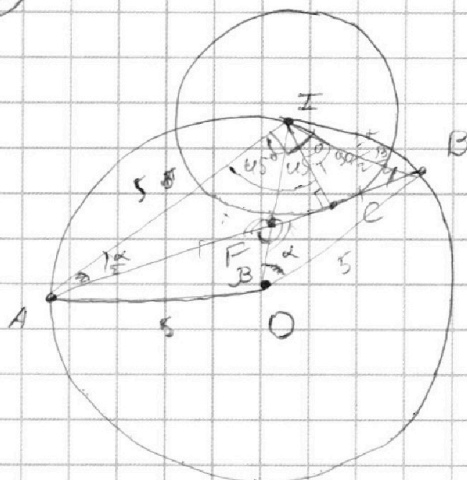
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3



1)  $\angle AIB$

$\angle AIB$   
 $\angle AIB = \angle IOB$  (опр. на ~~один дугу~~)

Пусть  $\angle IOB = \alpha$   
 $\angle IOA = \beta$

Тогда  $\angle AIB = \alpha + \beta$   
 $\alpha = \beta$

$\angle AIB = \frac{\alpha}{2}$   
 $\angle IOB = \frac{\beta}{2}$  ( $\beta$  2 раза меньше  $\alpha$ .)

2)  $\angle AIB = \frac{1}{2} \angle AOB$  (опр. на одну дугу)

$\triangle AIB$ :

сумма углов  $180^\circ$

$180^\circ = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \alpha = \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$

3)  $\angle AIO = 45^\circ$  (т.к. опр. на радиус)

$\angle OIB = 45^\circ$  (т.к. опр. на радиус)

след.,  $\angle AIB = 90^\circ$

$\frac{IB}{AI} = \frac{BF}{FA}$  (т.к. IF - бисс.)

$AI = 5$

По т. Пифагора  $AC = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Тогда  $BC = \frac{AC}{\sqrt{4} \cdot 8} = \frac{2\sqrt{6}}{4 \cdot 8} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

Ответ  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$

Заменим  $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ ,  $a \geq 0$

$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$ ,  $b \geq 0$

$a - b = a^2 - b^2$

$a^2 - a - b^2 + b = 0$

$D = 1 - 4(b - b^2) = 1 - 4b + 4b^2 = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$

$a = \frac{1 \pm (2b - 1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1 + 2b - 1}{2} & a = b \\ a = \frac{1 - 2b + 1}{2} & a = 1 - b \end{cases}$

Обр. замена

1)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

2)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

1)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 2 = 0 \\ (x - 1)(x - \frac{3}{2}) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{4} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$x = \frac{2}{4}$

2)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$4x-1 \geq 0$$

$$(4x-1)^2 = 4(2x^2+2x+1)$$

$$4x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 11^2 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244 \text{ или}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{244} \text{ или}}{41} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \\ x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \\ x \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

Ответ:  $\frac{2}{4}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

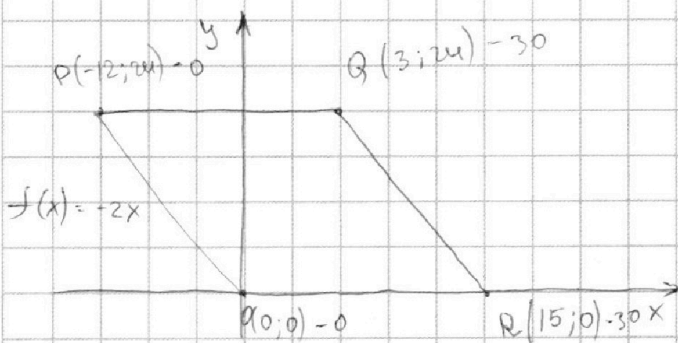


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

Пусть  $f(x, y) = 2x + y$   
Р-точка



$$\begin{aligned} f(P) &= 0 \\ f(O) &= 0 \\ f(R) &= 30 \\ f(Q) &= 30 \end{aligned}$$

Значения  $f$  увеличиваются на 2  
с каждым шагом от  $OP$  вправо.

Вправо, т.е.: Т.  $P_0O_0$  |  $P_1O_1$  |  $P_2O_2$  |  $P_3O_3$  |  $P_4O_4$

$P_0$	$P_1$	$P_2$	...	$P_n$	$f(x, y)$	0	2	4	6	8
					$f(x, y)$	10	12	14	16	18
						20	22	24	26	
							28	30		

Все целые чис. точки на

$O_nP_n$  имеют  $f(P) = 30 + 2 \cdot n$

Тогда для каждой точки  $O_n$  на  
прямой  $P_nO_n$  будет подходить  
пара  $P_n + O_{n+1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной прямой лежит 13 целочисл.  
точек. Т.к. ур-ие прямой -  $y = -2x$   
то для каждого целого  $x$ , будет целое  $y$ .

След., каждая точка на прямой имеет  
13 подходящих для нее "друзей".

$13 \cdot 13 = 169$  пар точек  $\circ$  на каждой  
прямой. Всего прямых, подходящих  
нам - 10 (от  $P_0 Q_0$  до  $P_9 Q_9$ ).

След., всего пар точек -  $169 \cdot 10 = 1690$

Ответ 1690.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

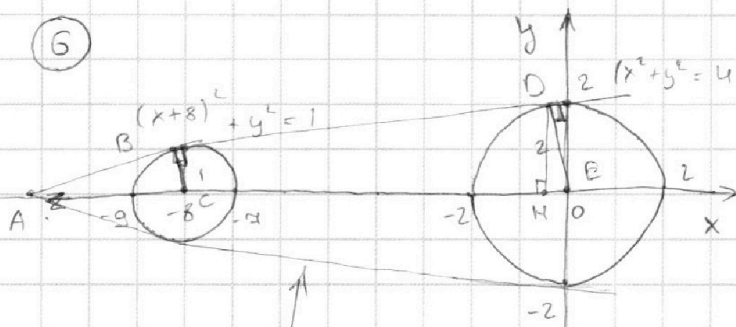
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

нам подходит все т.  
внутри окр.

Мысленно нам прямые - это касательные к этим окр.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$  по двум угл.

След,  $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow$  Пусть  $AC = x \Rightarrow \frac{x}{8+x} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} 8+x &= 2x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

След, коорд. т. A  $\rightarrow (-16; 0)$

Найдём коорд. т. D.

По т. Пифагора в  $\triangle ADE$

$$AD = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{252} = 2\sqrt{63}$$

DH - высота.

$$DH = \frac{AD \cdot DE}{AE} = \frac{2\sqrt{63} \cdot 2}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$$

По т. Пифагора в  $\triangle ADH$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{252 - \frac{63}{16}} = \sqrt{\frac{4032 - 63}{16}} = \sqrt{\frac{3969}{16}} = \frac{63}{4}$$

$$-16 + \frac{63}{4} = -\frac{1}{4}$$

След, коорд. D  $(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = \left( \frac{3 + \sqrt{105}}{4} - 16 \right)k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} + (3 + \sqrt{105} - 64)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = (\sqrt{105} - 61)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = k\sqrt{105} - 45k$$

$$k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} = \frac{\sqrt{63}(\sqrt{105} + 45)}{105 - 2025}$$

Мы получаем 2 прямые

$$(1) y = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}x + \frac{16\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} \quad (\text{это и есть эти 2 кас.})$$
$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}x + \frac{16\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}$$

Подставим в наш парабол

$$y = ax + 10b$$

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = -\frac{1}{4}k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{16\sqrt{63}}{63} \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} = -k + 64k \Rightarrow \sqrt{63} = 63k \Rightarrow k = -\frac{\sqrt{63}}{63}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Или получаем 2 прямые:

$$(1) y = -\frac{\sqrt{63}}{63}x - \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{63}x + \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

(Это линии 2 кас.)

Подставим в параметр.

$$ax + 10b = y$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

При  $a = \frac{\sqrt{63}}{63}$

$$a = \frac{-\sqrt{63}}{63}$$

$$b = \frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$b = -\frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

Ответ  $a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



( ) - mod

$$\text{MOD}(a+b; a^2+b^2) = 1$$

[1] - mod

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} \cdot \text{MOD}(a; b)$$

$$\text{MOD}(a; b) = 1 \quad a \cdot b : 8 \quad \text{MOD} \cdot \text{MOD} = a \cdot b$$

$$\text{MOD}(a; b) = a \cdot b$$

$$\text{MOD}(a+b; a^2 - 6ab + b^2) =$$

$$\text{MOD}(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = m$$

$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) =$$

=

$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) \cdot m =$$

36

m =

$$\frac{m}{(14)^2 - 8 \cdot 12} = \frac{m}{196 - 96} = \frac{m}{100} = \frac{36}{100}$$

$$(a, b) = (a; b)$$

$$x = a + b$$

$$y = ab$$

$$\frac{63}{4} = 15 \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \times \frac{12}{8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{a}$$

$$\frac{1+a}{a^2 - 6a + 1} =$$

$$= \frac{a+1}{(a+1)^2 - 8a}$$

$$\frac{289}{119}$$

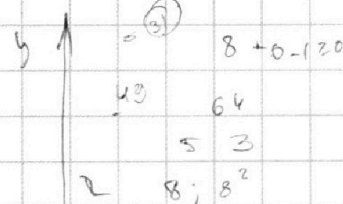
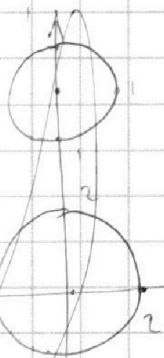
$$\frac{546}{230}$$

$$\frac{289}{119}$$

63

$$\frac{13}{184}$$

$$-184 =$$



$$((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 \geq 0$$

$$\frac{123}{13} = \frac{13^2 - 8 \cdot 42}{13} = \frac{3969}{13}$$

$$\frac{1323}{441} = \frac{13}{41}$$

$$\frac{252}{16}$$

$$\frac{1512}{252}$$

$$\frac{4032}{63}$$

$$\frac{3969}{63}$$

$$\frac{59+1}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59}$$

$$= \frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59}$$



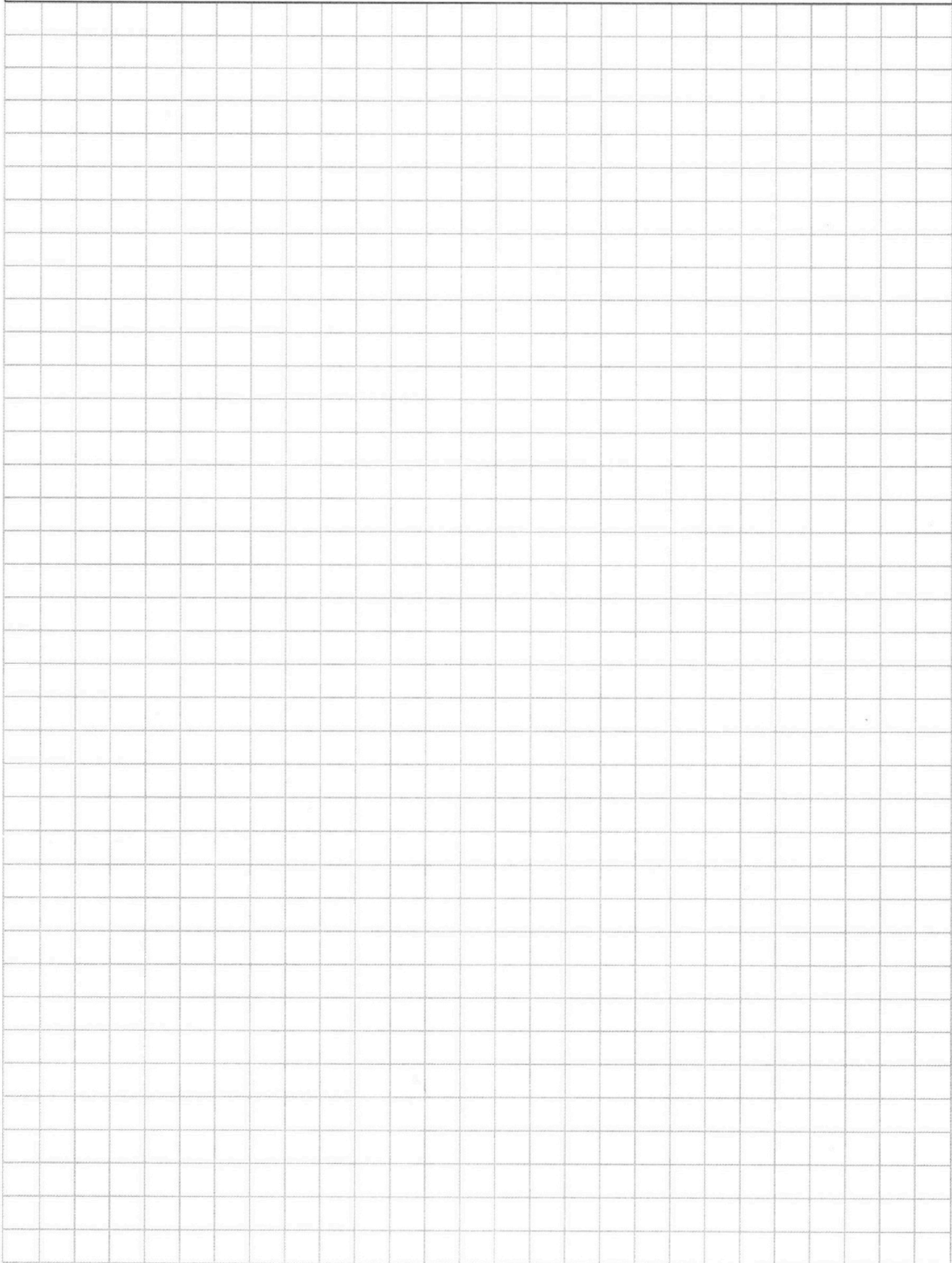
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





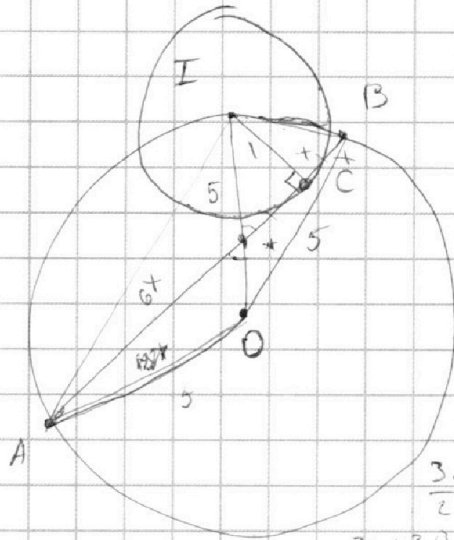
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

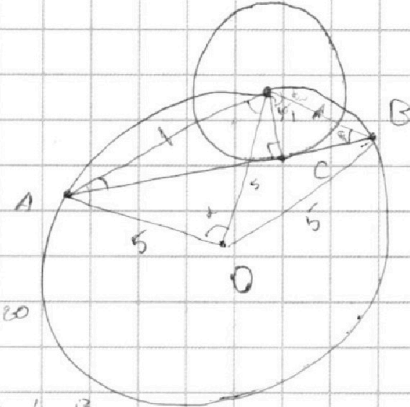
- 1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - 1}$$



$$\frac{3\alpha}{2} + \frac{3\beta}{2} = 180$$

$$3\alpha + 3\beta = 360$$

$$\alpha + \beta = 120 \quad 180 = \alpha + \beta$$

$$x^2 + 1 + 49x^2 + 1 = 64x^2$$

$$49x^2 + 2 = 64x^2$$

$$2 = 14x^2$$

$$\frac{1}{4} = x^2$$

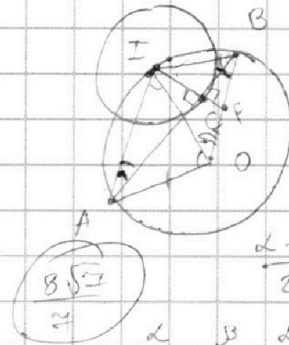
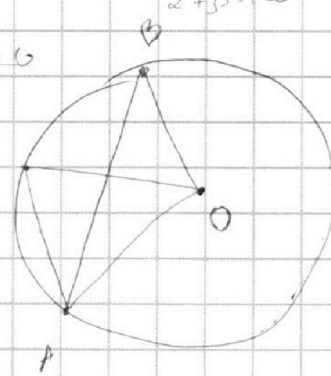
$$x = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$x = \frac{\sqrt{4}}{4}$$

$$\sqrt{x^2 + 1}$$

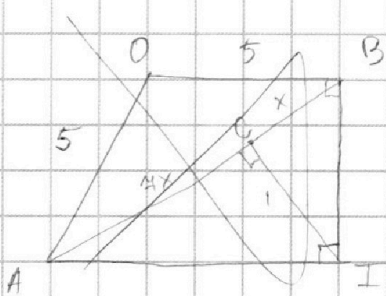
$$\sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\sqrt{\quad}$$

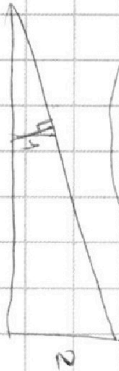
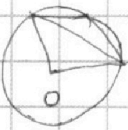


$$\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

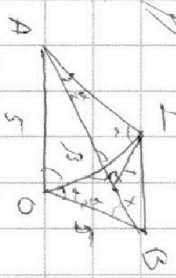
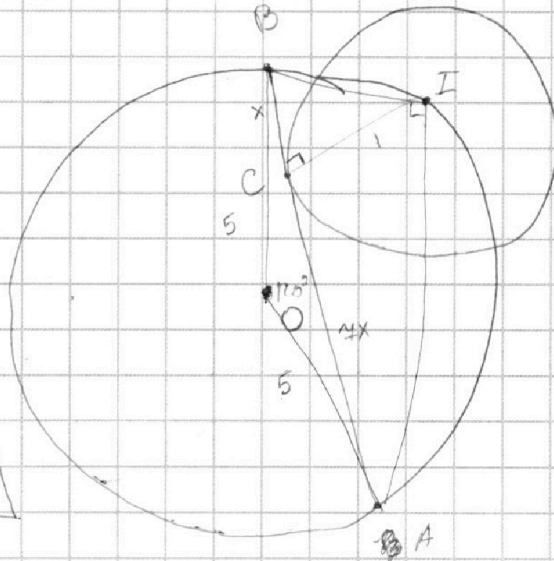


$$S_{BIA} = \frac{1}{2} a \cdot h = 4x$$



$$2\alpha + 2\beta$$

2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2

$$a + b = mx$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = my$$

$$(a+b)^2 - 8ab = my$$

$$mx^2 - 8ab = my$$

$$m^2x^2 - my = 8ab$$

$$m(mx^2 - y) = 8ab$$

Замеча  $v = a + b$

$$v = ab$$

$$v^2 - 8b = my$$

$$v = mx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$a=1$$

$$b=2$$

$$\frac{3}{1-12+4} = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8}$$

$$m^2x^2 - my - 8ab = 0$$

$$D = y^2 + 4x^4 \cdot 8ab$$

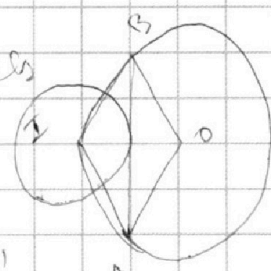
$$= y^2 + 32x^4ab$$

$$4 - 2 \cdot 4 = -4$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)}$$



4

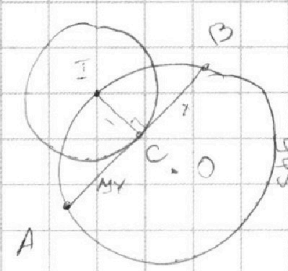
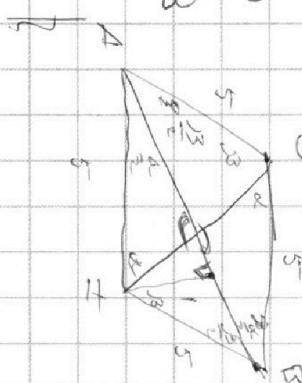
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Замеча  $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ ,  $a \geq 0$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$
,  $b \geq 0$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$



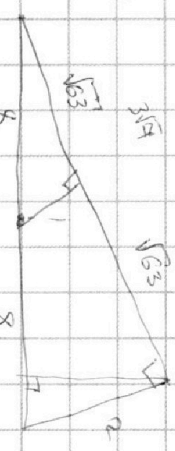
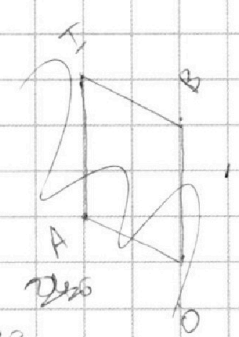
$$11 + 15,6 = 26,6$$

$$\sqrt{252} = 2\sqrt{63}$$

$$16\sqrt{5}$$

$$25 - 1 = \sqrt{24}$$

$$D_1 = \sqrt{61} \approx 4,88$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1

$$ab = 2^{14} \cdot 4^{10} \cdot n$$

$$bc = 2^{14} \cdot 4^{14} \cdot z$$

$$ac = 2^{20} \cdot 4^{34} \cdot x$$

$\{n, z, x\}$  - некие

$x=14$   
 $y=10$

числа.  
 $a=2^{14} \cdot 4^{10}$   
 $b=1$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{(14+14+20)} \cdot 4^{(10+14+34)} \cdot n \cdot z \cdot x =$$

$$= 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

51 - нечетное, след.  
 $x \leq 8,5$

Взять корни из  $y \leq 15$

Добавим 8 единиц из

Тогда

равные единице, а третий двойке.

Тогда

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$abc = 2^{25} \cdot 4^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 4^{34} \cdot x}{2^{14} \cdot 4^{10} \cdot y} = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot \frac{x}{y}$$

$$c = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot b$$

$$bc = 2^6 \cdot 4^{24} = 2^{17} \cdot 4^{10}$$

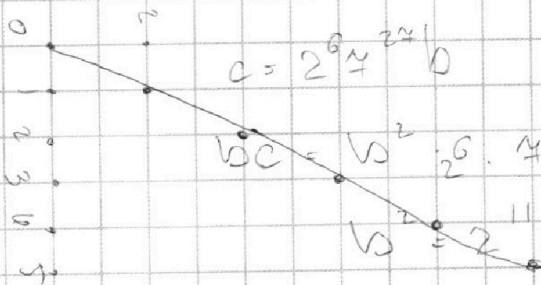
$$bc = 2^{11} \cdot 4^{-10}$$

$$abc = 2 \cdot 4$$

$$180 - x - \frac{d}{2} =$$

$$\frac{d}{2} + x + y = d + x + z$$

$$\frac{d}{2} = y - z$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \cdot x$   $2^{15} \cdot 7^{10}$   $2 \cdot 2 = 4$   
 $bc = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y$   $2^8 \cdot 7^{14}$   $2 \cdot 2 = 4$   
 $ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$   $2^{21} \cdot 7^{34}$   $2 \cdot 2 = 4$   
 $a^2 - 6ab + b^2 = m \cdot x$   
 $(a+b)^2 - 8ab = m \cdot y$   
 $m \cdot x^2 - 8ab = y$   
 $m = \frac{y + 8ab}{x^2}$   
 $c = 2^3 \cdot 7 \cdot \frac{y}{x} a$   
 $ac = a \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot \frac{y}{x} a = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$   
 $c = 2^2 \cdot 7^6 a$   
 $a^2 b^2 c^2 = \frac{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2}{x y z}$   
 $abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot x y z}$   
 $\sqrt{2 x y z} = \text{макс. } u \cdot v$   
 $x y z = 2$   $\sqrt{2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{128}$   
 $\frac{x z b^2}{y} = 2^{11} \cdot 7^{10} \cdot x^2$   $\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 4$   
 $\frac{b^2}{y} = 2^{11} \cdot 7^{10} \cdot \frac{x y}{z}$   $8 \cdot 4 = 32$   
 $b = 2^5 \cdot 7^{24}$   $a b = 2^{15} \cdot 7^{101}$   
 $ac = 2^{40} \cdot 7^{44} \cdot z^2$   $b^2 = 2^5 \cdot 7^{24} = 2^{17} \cdot 7^{14}$   $bc = 2^{14} \cdot 7^{18}$   
 $2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z$   $c^2 = 2^{40} \cdot 7^{44} \cdot z^2$   $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$   
 $\frac{x \cdot z}{y} c^2 = 2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z$   $c = 2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z \cdot y$   
 $c = x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{x}{2} + 4.5 = x + y$   
 $4.5 = \frac{x}{2} + y$   
 $9 = x + 2y$

$f(D) = 2x + y$   
 $g = 1$   
 $(0; 5)$   
 $8 > 10$   
 $5 > 0$   
 $5 > 0$

$P(-12; 24)$   
 $Q(3; 24)$   
 $R(15; 0)$   
 $O(0; 0)$

$y = 2x$   
 $y = -\frac{8}{9}x + \frac{40}{3}$   
 $y = 8x$   
 $y = 0$   
 $0 = b$   
 $0 = 0$

$\frac{40}{3} - \frac{8}{9}x$   
 $3; 24$   
 $\frac{8}{9}(15 - x)$   
 $0; 0$

$0 < y < 24$   
 $f(A) - f(B) = 12$   
 $f(0; 0) = 0$   
 $f(12; 24) = 0$   
 $y = kx + b$   
 $f(0; 0) = 0$   
 $f(12; 24) = 0$   
 $(0; 0)$

$2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$   
 $= 12$

$\begin{cases} 24 = -12k + b \\ 0 = -15k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24 = -12k \\ 15k + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ \frac{40}{3} + b = 0 \end{cases}$

$y = \frac{8}{9}(15 - x)$   
 $0 = \frac{8}{9} \cdot 15$   
 $0 < \frac{8}{9} \cdot 15$   
 $24$   
 $19.6$   
 $48$   
 $52.6$   
 $52.6$   
 $20 \times 30 = 900$

$0 \leq y \leq 24$   
 $y \leq \frac{8}{9}(15 - x)$   
 $y \geq 8x$   
 $8x \geq 0$   
 $2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$   
 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = d$   
 $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 = d^2$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$(3; 24)$   
 $(0; 0)$   
 $-6 - 24 = 12$   
 $(-30)$

$(0; 0)$   
 $(3; 24)$   
 $6 + 24 = 12$   
 $(24)$

$|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| =$   
 $f(0; 24) = 24$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a \cdot b = \text{НОК}$$

$$a + b = x$$

$$\text{НОК}(a, b) = ab$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a^2 - 6ab + b^2 =$$

$$D = 35b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$6b \pm 4\sqrt{2}b$$

$$a = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} \Rightarrow a = 3b \pm 2b\sqrt{2} = b(3 \pm 2\sqrt{2})$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$= \frac{a^2 - 3ab + b^2 - 3ab}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$= \frac{a(a - 3b) + b(b - 3a)}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$x = mf$$

$$x^2 - 8y = md$$

$$a = 3b - 2b\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b(3+2\sqrt{2})) (a-b(3-2\sqrt{2}))} = \frac{a+b}{(a+b)(a^2 - 6ab + b^2)}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{14}{14^2 - 64 \cdot 9} = \frac{14}{14} = \frac{8}{8^2 - 8 \cdot 15} = \frac{8}{54 - 120} = \frac{8}{-66} = -\frac{1}{7}$$

$$x = a + b^2$$

$$x^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 - a^2 - b^2 = 2ab$$